Mat. med. 1083 t
f. 7. 36
Weinholz

<36636684980017

<36636684980017

Bayer. Staatsbibliothek

—ht (3/360)

Vl. ho

Handbuch

der

pharmazeutisch-mathematischen

Physik und Chemie.

Zum Selbststudium

für

angehende Chemiker, Aerzte und Apotheker.

Nebst einer verschiebbaren chemischen Aequivalenten-Scale und 28 tabellarischen Uebersichten, sämmtlich mit den nöthigen Erläuterungen über ihre Einrichtung, Gebrauchs- und Nutzungsart versehen

von

D. Wilhelm Weinholz.

Ilmenau, 1832.

Druck und Verlag von Bernh. Friedrich Voigt.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Der Pharmazeut erhält seine Bildung, deren Zweck Qualification zum tüchtigen oder doch brauchbaren Apotheker ist, entweder auf dem theoretisch-praktischen Wege: indem ihm zuerst in sogenannten pharmazeutischen Instituten oder auf Universitäten hinlängliche Kenntnisse der dem Pharmazeuten nöthigen und nützlichen Wissenschaften beigebracht werden, und er erst dann, hiemit ausgerüstet, zur pharmazeutischen Praxis gelassen wird; oder erhält die genannte Bildung, oder soll sie erhalten auf dem praktisch-theoretischen Wege. Letzterer ist der bei weitem am häufigsten betretene, fast gewöhnlich erwählte Weg. Beide, auch wenn sie immer ausgeführt würden und werden könnten, wie sie müſsten, haben Manches für und Manches gegen sich: so daſs sich im Allgemeinen nicht wohl der eine dem andern als vorzüglicher bezeigen könnte, daſs sich aber eben deshalb in besondern Fällen bald dieser, bald jener als zweckmäſsigster bewähren müſste. Brauchen nun wohl beide nicht ganz das zu seyn, was sie seyn könnten, so sind sie leider auch in den meisten Fällen nicht, was sie doch seyn müſsten.

Wie schon angedeutet, wird in der Regel derjenige, welcher, durch irgend Umstände, zur Erlernung der Pharmazie sich bestimmt sieht, als *circa* vierzehnjähriger Knabe, auf vier bis fünf Jahre bei einem Apotheker in die Lehre gebracht. Oft ist das Streben, einen geschickten und gewissenhaften Lehrherrn zu erhalten, vergeblich: indem ein, auch als solcher befundener, vielleicht gerade keine Vacanz hat, und letztere abzuwarten nicht gestattet ist.

So ist denn das sehr vielen oder den meisten, der Pharmazie sich widmenden jungen Leuten, zu Theil werdende Loos ein solches, dafs sie bei Apothekern unterkommen, die wohl ihre Herrn, nicht aber ihre Lehrherrn oder Lehrer genannt zu werden verdienen. Solche Apotheker nehmen Bursche, weniger des Lehrens, als vielmehr der von ihnen zu erwartenden Dienste, sogar des etwaigen Lehrgeldes, vielleicht nur der Complettirung einer gewissen Anzahl des Personals wegen, an welche das Publikum gewöhnt, oder durch welche gegen letzteres imponirt, zuweilen nur renommirt werden soll. Bei solchem Apotheker wird nun der Bursche während seiner vier- oder fünfjährigen Dienst-, oder sogenannten Lehrzeit angehalten zum sogenannten Abfassen von Pflastern, Pulvern, Fliedern, Camillen u. s. w. behufs Handverkaufs; zur Besorgung des letztern selbst; zum Ausfüttern der Schachteln, zur Anfertigung von Pulverkapseln, zur Erlernung des Reinigens der Officin, Keller, Böden, Gefäfse, des Pillendrehens; lernt auch die von den Aerzten verschriebenen Dekokte und Infusa zu machen, wird in der letzten Zeit, mit seinen Kameraden wechselnd, dem Laboranten zur Assistenz beim Pflaster- und Salbenkochen,

dem Destilliren einiger zusammengesetzten Wasser, dem Ansetzen von Tincturen, der Anfertigung von Syrupen, Räucherkerzen u. dgl. schönen Sachen beigegeben; darf auch nun die Salben- und Pflasterreceptur und das Ausrollen der angestoſsenen Pillenmassen exerciren; endlich wohl gar Pulver, Mixturen und andere *interna* anfertigen für Hospitäler und solche Individuen, welchen ein gewisser Rabatt berechnet werden muſs. — Dies ist aber auch alles, wenigstens das Beste — ist auch alles gut und nothwendig, — aber denn doch bei weitem das Wenigste und Unwichtigste von dem, was zur *Qualification* eines tüchtigen Apothekers erforderlich ist. — Woher kommen denn nun die nöthigen Kenntnisse in den Naturwissenschaften, in der Mathematik? Woher kömmt alles Uebrige? *Hic haeret aqua!* Ist dies alles vielleicht schon aus der Schule mitgebracht? O, nein! das ginge wohl einem Theile nach — es ist aber nicht. Auf jedem Fall aber sollte das fehlende Nöthige während der Lehrzeit beigebracht werden. Dies geschieht aber nicht, und hieran ist Eigennutz, Ignoranz und Nachlässigkeit der Principale schuld. Die dagegen, zu Gunsten der angehenden Pharmazeuten und zum Wohle der Menschheit überhaupt, gegebenen Verordnungen, falls sie auch zweckmäſsig wären, werden nicht beobachtet; und hieran ist nicht sowohl Eigennutz und Nachlässigkeit schuld, als vielmehr eigene Ignoranz der Aerzte überhaupt und der gerichtlichen insbesondere, welchen man die Inspection der Apotheken anvertraut hat. Wahrlich in keinem Fache gibt es mehr Individuen, welche nicht sind, was sie seyn könnten, oder doch seyn müſsten, als unter den Medicinern. Die tüchtigen darunter müssen und werden mir

gewifs selbst hierin beipflichten. Die meisten arbeiten während ihrer akademischen Laufbahn einzig und allein darauf hin, nur durch's Examen schleichen und hinken zu können. Sind sie aber einmal durchgeschlüpft, dann bleiben die meisten stehen, oder es geht eher wieder rückwärts als vorwärts. Sich hievon mit Ekel und Schaudern zu überzeugen, hat der Sachverständige nur zu oft Gelegenheit. Was läfst sich von solchen Leuten erwarten: sie sind Pfuscher und man könnte sich noch glücklich preisen, wenn sie wenigstens keinen Schaden brächten; aber in der Regel können sie nur verderben — nützen nie.

Den Schulen also ist es, wenigstens bei ihren jetzigen und freilich immer noch nicht sehr zu lobenden Einrichtungen nicht möglich: einen vierzehn- oder funfzehnjährigen Knaben mit wissenschaftlichen Kenntnissen so ausgerüstet zu stellen, dafs er nach einer, unter bereits einigermafsen gezeichneten Umständen, bei einem Apotheker überstandenen sogenannten Lehrzeit als tüchtiger oder nur brauchbarer Pharmazeut passiren könnte. Sehen wir z. B. einmal nur nach einem Zweige, welcher uns gerade hier am meisten interessirt, ich meine die Mathematik. Wer im vierzehnten oder funfzehnten Jahre die Schule unserer Zeit, etwa als Tertianer oder junger Secundaner, verläfst: ist in den *mathematicis*, namentlich in der Arithmetik, soweit gediehen, dafs er glücklich die vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen zu führen versteht, aber dann, in die Brüche kommend, schon stecken bleibt. Analog wie hier gehts mit allem Uebrigen. Die Vorbereitung des Fassungsvermögens ist getroffen, der Grund des zu Lernenden gelegt oder zu legen begonnen; aber auch die Zeit

da, wo das Gepflanzte gewartet, beschützt und durch fernere Beihülfe dessen Wachsthum gefördert werden mufs, wenn nicht der gröfste Theil der Saat und Pflanzung verdorren, ersticken, wieder untergehen und der Boden für die noch nöthigen neuen Anpflanzungen unbrauchbar werden soll. Die Zeit ist da — aber wie selten wird sie genutzt. Der in den Sprachen und den Wissenschaften gemachte Anfang, das Erlernte überhaupt, wird nicht nur nicht weiter cultivirt, sondern es wird sogar wieder verlernt. Aber wo dies der Fall wird, ist allemal dasjenige, um deswillen die *Verdrängung stattfinden* mufste, nichts von der Art, woraus ein äquivalenter Ersatz für den Lehrling zu ziehen steht. Würden ihm auf zweckmäfsige Weise gründliche Kenntnisse und solide Bildung beigebracht, wofür zu sorgen die Pflicht des Lehrherrn ist: so könnte das bereits Erwähnte nicht wieder verloren gehen. — Gelingt es Lehrlingen, wenn auch die Principale ihre Pflicht nicht erfüllen, bei eigenem starken Antriebe, besonders wenn ihnen tüchtige Gehülfen, unter denen sie in der Officin ihres Principals zu leben noch glücklich genug sind, einige Kenntnisse mittheilen und sie dadurch und durch gutes Beispiel zum Selbststudium aufmuntern, sich selbst eine einigermafsen hinlängliche Bildung zu verschaffen: so ist dieses im Ganzen nur sehr selten, und doch immer höchst schwierig. Es wird ja auch der hier in Rede stehende, zum pharmazeutischen Studium einzuschlagende, praktisch-theoretische Weg zum gröfsten Theile, der Sache nach, in einen verkrüppelten entgegengesetzten verwandelt. Dem Namen nach soll der Apothekerlehrling die Pharmazie praktisch erlernen: — aber worin besteht solche Pharmazie?

Es ist oben angegeben worden: in Hökerei und Pflastermacherei; zwar ist dies das Unwesentlichste der Pharmazie, aber es ist das Bedeutendste, was die meisten heutigen Apothekerlehrlinge zu prakticiren Gelegenheit haben. Um sich von dem wichtigen Theile der eigentlich pharmazeutischen Praxis die erforderlichen Begriffe zu verschaffen: sollen nun lediglich Bücher aushelfen. Jeder Sachverständige weifs aber, wie schwierig das Studium der Naturwissenschaften überhaupt, also auch des pharmazeutischen Theils ist, wenn es blos durch Bücherlesen betrieben wird. Wer kennt nicht die Schwierigkeit, ja fast Unmöglichkeit, des Studiums der Mineralogie aus Büchern, wenn nicht Autopsie der Mineralkörper damit verbunden ist? oder des Studiums der Chemie oder Physik durch Lesen auch der besten Schriften über solche Gegenstände, wenn nicht Anstellung von Experimenten damit kann verbunden werden? — So wenig wird sich um die Ausbildung der Lehrlinge bekümmert, dafs sie meistentheils die Anfertigung der eigentlich pharmazeutisch-chemischen Präparate nicht einmal zu sehen, viel weniger, wie doch nothwendig, die dazu erforderlichen Operationen selbst zu leiten bekommen. Die meisten chemischen Präparate kommen um so wohlfeiler zu stehen, in je grösserer Quantität sie bereitet werden. Die Fabrikanten genannter Präparate können letztere deshalb um geringere Preise verkaufen, als die Apotheker sie sich darzustellen vermögen. Aus übertriebenem Eigennutz beziehen daher die meisten Apotheker ihren Bedarf an chemischen Präparaten von Droguisten und Fabrikanten. Auf ähnliche Weise geht es mit vielen andern Dingen, Wurzeln, Kräutern, Blumen, Extrakten, Oelen u. s. w., die sie zum

grofsen Theile selbst könnten sammeln und trocknen, was die erstern anbetrifft, oder zubereiten lassen, was die letztern anlangt; die sie aber fast sämmtlich den Droguisten abkaufen.

Zuweilen, vielleicht sehr häufig, ist von diesem Unwesen weniger Eigennutz die Ursache, als vielmehr eine fatale Ueberzeugung des Principals von eigener Schwäche in den zu seinem Fache gehörigen Kenntnissen und Fähigkeiten. Wäre gerade dieses nicht sehr häufig der Fall: so würde man sich sogar darüber wundern müssen; denn wie der Herr, so auch der Knecht. Wie's seinem Personale *mit ihm ergeht*, ist's ihm wahrscheinlich mit seinem ehemaligen Personale auch ergangen und eben so wird's vielleicht mit seinem jetzigen Lehrlinge, als dereinstigem Principale, wieder ergehen. Wer in Anstellung chemischer Operationen nicht geübt, überhaupt keine gründlichen chemischen Kenntnisse sich erworben hat, wird immer lieber die chemischen Präparate, deren Reinheit und Güte allgemein anerkannt ist, beziehen; als sie selbst bereiten oder unter seiner Aufsicht bereiten lassen: er braucht nicht zu prüfen, nichts zu verantworten. Trifft es sich gar, dafs der Fabrikant oder Droguist, oder dessen Verwandter oder Interessent, von welchem man bezieht, derjenige furchtbare Mann ist, welcher die Apotheke zu revidiren hat: — o, welch glückliches Zusammentreffen! wie könnte sich da noch besonnen werden? Selbst wenn in solchem Falle auch noch Eigennutz des Principals mit im Spiele wäre — und wenn der fürchterliche Mann auch schneidet und prellt — eine *Hand* wäscht die andere — ein Uebel verschlingt ein anderes, und erzeugt aber auch viele neue *Uebel.* — — —

Gehülfen und Lehrlinge müssen sich damit begnügen, alle die ankommenden Dinge auszupacken und wieder zu verkaufen. Dies geschieht einzig zu Gunsten der Prinzipale, deren Vortheil doch aber mit den nothwendiger Weise daher entstehenden Nachtheilen der Lehrlinge nicht als im Gleichgewichte stehend betrachtet werden kann. Braucht der angehende Apotheker jene Präparate nicht zu bereiten; sondern nur zu verkaufen? Lehrt man ihn nur letzteres, aber ersteres nicht: so mufs man ihn auch über dieses nicht examiniren; man examinire dagegen die Fabrikanten und lasse die armen Apotheker ungeschoren; denn diese sind ja unter so bewandten Umständen nur die Krämer und Salbenköche, und erstere sind die Chemiker. Wann aber sind Apothekerexamina, wenn sie von wohlunterrichteten Behörden unternommen werden, geschärfter gewesen als jetzt? Noch niemals hat man vom Apotheker mehr verlangt, als gerade zu unserer Zeit — und das auch nicht mit Unrecht. Mit demselben Rechte mufs auch von Tage zu Tage vom Apotheker hinsichtlich seiner Kenntnisse und Fähigkeiten ein noch mehreres gefordert werden. Ein eben so grofses Unrecht würde es aber auch seyn, wenn nicht auch zugleich dafür gesorgt würde, dafs der angehende Apotheker auf eine billige Weise dasjenige zu erlernen vermag, was man von ihm fordern will und mufs. Das aber darf ich nochmals wiederholen, dafs unter den Apotheken heutigen Tages die meisten nicht der Art sind, worin für die Lehrlinge auf das Nöthige gesehen wird. Dafs es aber billig und nothwendig ist, dafs der angehende Pharmazeut in den Apotheken, und namentlich in den zur Lehrzeit bestimmten Jahren, soweit gebracht werde, dafs er

als tüchtiger Apotheker auftreten könne, liegt am Tage. Ist die Lehrzeit um, und wird der junge Pharmazeut von seinem Lehrherrn und dem Physikus, oder den sonst dazu Beauftragten, für „ausgelernt“ erklärt, und hat er nicht Lust, länger ohne Gehalt zu dienen: so nimmt der Prinzipal lieber einen neuen Lehrling, und der Ausgelernte kann gehen. Findet er anderswo eine Gehülfen-Vacanz aus, und steht ihm bei seiner Annahme nur eine Prüfung von einem Physikus, der ist, wie die meisten sind, bevor: so geht zu seinem Glücke die Sache noch gut. Sie geht aber schlecht, wenn er *seine Kenntnisse* und Fähigkeiten vor einem löblichen Medicinalcollegio durch einen tüchtigen Mann soll prüfen lassen, und dieser nicht Ursache findet, mit den Proben zufrieden zu seyn: die gehoffte Stelle wird er nicht bekommen oder nicht behalten. Was geschieht nun? — Gewiſs ist auf diese Weise schon mancher Mensch unglücklich geworden.

Daſs der vom Apotheker aus der Lehre kommende junge Mann sich in sogenannten pharmazeutischen Instituten oder auf Universitäten weiter ausbilde, ist gut und lobenswerth, und jedem anzurathen, der es irgend bestreiten kann; daſs er sich aber auf solche Anstalten begeben müsse, um nur erst die nöthigen Prüfungen bestehen und als brauchbarer Apothekergehülfe angesehen werden zu können: darf unter dem jetzigen Stande der Dinge nicht verlangt werden. Für die so geringen Belohnungen, welche den Gehülfen zu Theil werden, ist die vier- oder fünfjährige Lehrzeit, die geistigen und körperlichen Anstrengungen und die mannichfaltige Entsagung, welche sie zu machen haben, eine schon viel zu groſse Aufopferung.

Wie hier überall zu helfen wäre, ist leicht zu erachten. Das blose Erachten aber hilft auch nicht — es mufs ausgeführt werden; selbst gute Verordnungen sind nicht immer sichere Bürgen guter Thaten. Bis dahin aber, wo es in den angeführten Punkten wirklich besser wird: müssen Lehrlinge und Gehülfen für ihre Ausbildung selbst Sorge tragen, soviel irgend möglich. Was sie *ex usu* zu erlernen leider nicht Gelegenheit haben, müssen sie suchen durch aufmerksames Studium guter, für ihren Standpunkt berechneter und für sie sich vorzüglich eignender Schriften sich zu eigen zu machen. Mit der Physik, Chemie und Mineralogie wirds nicht leicht gehen, besser schon mit der Botanik. Von den erstgenannten wird das Studium der Chemie wieder deshalb leichter werden, weil manche der, als Belege der vorgetragenen Wahrheiten, angegebenen Experimente der Art sind, dafs der angehende Pharmazeut dieselben nachzumachen Gelegenheit hat, und nach einigen gelungenen Versuchen von sehr grofsem Interesse für stete Fortsetzung des Studiums der Chemie ergriffen wird, was mit jedem neuen Fortschritte immer mehr und mehr noch steigt. Hierdurch wird der so Fortstrebende, zur Physik, Mineralogie etc. gleichsam erst umzukehren und das bisher Versäumte nachzuholen, gezwungen.

In den Naturwissenschaften, und namentlich in der Physik, Chemie und Mineralogie, ist aber, besonders wie diese Wissenschaften gegenwärtig stehen, an kein weiteres Eindringen zu denken: wenn dem dafür sich Interessirenden die Kenntnisse und der Gebrauch der mathematischen Wahrheiten nicht zu Gebote stehen. Die Mathematik ist für das Studium der Naturwissenschaften, und

vorzüglich der genannten, unentbehrliche Hülfswissenschaft. Wer sich die Mathematik, wenigstens einem grofsen Theile nach, nicht zu eigen gemacht hat, wird in der Physik, Chemie und Mineralogie nie Fortschritte von einiger Bedeutung machen, nie einige solide Kenntnisse davon erhalten können. Die wichtigsten und interessantesten Wahrheiten jener Disciplinen müssen ihm dunkel und verborgen bleiben. Wie unangenehm mufs es seyn, beim Lesen in den, als die besten angepriesenen und allgemein anerkannten, Schriftstellern, auf jedem Blatte fast, auf Stellen zu stofsen, welche als dunkel und unverständlich blos deshalb überschlagen werden müssen, weil der Leser gänzlich in den mathematischen Wissenschaften unerfahren ist. Dafs die angehenden Apotheker fast durchgehends in dem Falle solcher Leser stehen, ist wahr und zu bedauern — aber wie schon erwähnt, nicht zu bewundern. Eine Hauptursache davon liegt in der durchaus nicht zu billigenden Einrichtung unserer Schulanstalten, wo noch bis auf diesen Augenblick immer viel zu wenig Rücksicht auf Mathematik genommen wird; da man statt mancher andern Dinge, jedem Menschen, möge er bestimmt seyn, wozu er wolle, bis zu einer gewissen Stärke darin zu schaffen sich bestreben sollte.

An mathematischen Lehrbüchern aller Art fehlt es wahrlich nicht; auch nicht an solchen, aus welchen Jeder, der nur mit gesundem Menschenverstande begabt, ohne irgend Beihülfe eines Lehrers, also durch bloses Selbststudium, sämmtliche Wahrheiten der mathematischen Wissenschaften zu schöpfen im Stande ist. Aber auch mittelst solcher Bücher ist das Studium der Mathematik den angehenden Phar-

mazeuten in denjenigen Umständen, in welchen sie sich in der Regel befinden, nicht eben ansprechend. Weit mehr dagegen zieht das Studium jeder Wissenschaft, also auch der Mathematik, sie an: wenn letztere auf irgend eine Weise in Verbindung gesetzt sind mit solchen Wissenschaften, deren gänzliche Unentbehrlichkeit zur Erlernung der Pharmazie sie bereits eingesehen haben. Von der unbedingten Nothwendigkeit des Studiums der Physik und Chemie findet man sich begreiflich sehr früh überzeugt, und da man am Fortschreiten in diesen beiden Naturwissenschaften auch bald durch Mangel mathematischer Vorkenntnisse sich gehindert fühlt: so sehen die angehenden Pharmazeuten freilich die Nothwendigkeit des Studiums der mathematischen Wissenschaften ein. Demohngeachtet scheint den meisten vor dem Darangehen ein Gefühl sich zu bemeistern, was dem wahrscheinlieh dann eintretenden ähnlich sein mufs, wenn man durch Aufsaugung eines grofsen Kastens voll *Asae foetidae* sein Glück erkaufen sollte. Weit leichter aber wird es ihm, die erforderlichen Dosen mathematischer Wahrheiten einzunehmen, wenn sie ihm in der übergoldeten Form, als angewandt auf seine sogenannte Hauptwissenschaft, z. B. als mathematische Physik und Chemie, geboten werden.

Da aufserdem es so leicht nicht ist, dafs jeder, der nicht mit ziemlichem Vertrautsein mit den Naturwissenschaften einige Geläufigkeit im Gebrauch mathematischer Wahrheiten verbindet, alle oder auch nur die wichtigsten Anwendungen der Mathematik auf Naturwissenschaft machte: so erhellet aus diesem und dem vorher angeführten Grunde der grofse Nutzen, welchen zweckmäfsig eingerich-

tete Schriften über mathematische Physik und Chemie dem Pharmazeuten gewähren.

Wenn aber der Leser der Schriften über solche (auf Chemie und Physik) angewandte Mathematik der Mathematik noch gar nicht kundig, sondern, wie dies namentlich bei den meisten angehenden Apothekern der Fall ist, dieselbe aus solchen Schriften eben erst erlernen soll: so ist klar, dafs diejenigen bis jetzt vorhandenen, sonst äufserst schätzbaren Werke, deren Inhalt ausschliefslich eine vollständige Darstellung der einen oder der andern mathematischen Naturwissenschaften betrifft, den meisten *angehenden* Pharmazeuten durchaus unzugänglich, und so gut, wie gar nicht da sind.

Wird dagegen bei Abfassung von mathematischen Schriften über diese oder jene Naturwissenschaft ganz vorzüglich auf den oben angegebenen zeitigen Standpunct angehender Apotheker, ihre Vorkenntnisse betreffend, Rücksicht genommen: so mufs man dadurch den in Rede stehenden Zweck so gut als möglich zu erreichen im Stande seyn. Es ist daher einleuchtend, dafs Schriften der bezeichneten Art zu den Bedürfnissen unserer Zeit gehören. Demohngeachtet mufs man sich wundern, dafs seither für diese Bedürfnisse so wenig oder gar nichts geschehen ist.

Besonders aus diesem Grunde habe ich es übernommen, die Ausarbeitung einer pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie zu versuchen. Eben dieser zu Stande gekommene und nach meinem Dafürhalten nicht ganz mislungene Versuch ist es, welchen ich in nachstehender Schrift dem pharmazeutischen Publikum zu bieten mir erlaube.

Sachverständige und Wahrheitsfreunde werden darin mein Streben nach bestmöglichster Er-

reichung des im Obigen dargelegten Zwecks nicht verkennen.

Dem eigentlichen Werke voran gehen ein Paar einleitende Worte. Mittelst dieser wird der Leser auf denjenigen Standpunct geführt, von welchem aus er die pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie entsprossen sieht aus den Verzweigungen des grofsen Ganzen der Naturwissenschaft. Es werden durch jene Worte angegeben: Gegenstand und Umfang der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie, der Grad der Gewifsheit, auf welchem sie steht, ihr Verhältnifs und Zusammenhang mit andern Wissenschaften, ihre Eintheilung, ihr Zweck und Nutzen. Jedem, der gründliches Studium der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie beabsichtigt, ist einige Kenntnifs über eben benannte Puncte nützlich und nothwendig, und ihre Angabe ist daher Erfordernifs eines Buches, welches zum elementaren Selbstunterricht in der bewufsten Wissenschaft empfohlen zu werden wünscht. Aus diesem Grunde durfte einerseits von den aufgezählten Punkten keiner übergangen werden, andererseits aber wird man auch Nichts vermissen, was einer in fermaler und materialer Hinsicht vollständigen Einleitung wesentlich zugehört.

Das Werk selbst besteht aus drei Abtheilungen.

Die erste Abtheilung enthält eine allgemein verständliche Anleitung zu den zur pharmazeutischen Physik und Chemie unentbehrlichen, arithmetischen und algebraischen Vorkenntnissen. Es umfafst diese, in zwölf Capiteln, die nothwendigsten allgemeinen mathematischen Begriffsbestimmungen; dann die Lehre von den Brüchen im Allgemeinen, und von den Decimalbrüchen insbesondere; die Lehre von

der Reduction genannter Zahlen; das Nöthige über die allgemeine Bezeichnung der Gröſsen und über entgegengesetzte Gröſsen; die Lehre von den vier Rechnungsarten mit allgemein bezeichneten Gröſsen; das allgemeine Potenziren; einiges Nöthige aus der Combinationslehre; die Lehren von den Verhältnissen und Proportionen überhaupt und von den geometrischen Proportionen insbesondere; und endlich die Lehre von den einfachsten Gleichungen. — Die meisten der hier namhaft gemachten Lehren hätten können freilich weit umständlicher abgehandelt und um vieles weiter ausgeführt werden, als sie es sind: da sie jedoch alle nach dem Maſse abgefaſst sind, daſs sie wenigstens soviel enthalten, als irgend zum Verstehen und zur Ausübung der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie erforderlich ist: so würde alles Weitere dem Zwecke meines gegenwärtigen Buches nicht angemessen gewesen seyn. Aus demselben Grunde konnte und muſste ich es unterlassen, unter die arithmetischen und algebraischen Vorkenntnisse noch andere Lehren aufzuzählen und vorzutragen, als ich wirklich gethan habe. Zwar werden von einem Schriftsteller über pharmazeutisch-mathematische Chemie, der sich in seinem Buche wohl als Mathematiker, nicht aber als Chemiker, und noch weniger als tüchtiger Pharmazeut zu erkennen gibt, und dessen Name gebildeten Pharmazeuten bekannt seyn wird, unter die unentbehrlichen Vorkenntnisse, auch die Lehren von den arithmetischen und geometrischen Progressionen, den Logarithmen, den Kettenbrüchen u. dgl. aufgestellt: ich frage aber, bei welcher Aufgabe der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie, auſser den von mir vorgetragenen arithmetischen und algebraischen Leh-

ren, noch die Anwendung anderer, als z. B. die von den Progressionen, Logarithmen, Kettenbrüchen u. s. w., zur Auflösung und selbst zur leichtesten Auflösungsart unentbehrlich wäre? Zu bemerken ist, daſs jener Schriftsteller demohngeachtet doch kaum halb soviel zur pharmazeutisch-mathematischen Chemie angegeben hat, als ich. Das Studium und die Kenntniſs aller Theile der Mathematik sind jedem Menschen wichtig und können ihm im Verlaufe seines Lebens und zu dessen Aufheiterung und Veredlung von gröſstem Nutzen seyn; deshalb ist auch dem Pharmazeuten unter andern die Kenntniſs der Lehren von den Kettenbrüchen, Progressionen und Logarithmen wichtig, oft nützlich und zuweilen sogar, wenn auch nicht als solchen, nothwendig — zum Verstehen und Ausüben sämmtlicher Lehren der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie aber überflüssig. Bei Auflösung der meisten arithmetischen und algebraischen Aufgaben kann man sich z. B. der Logarithmen auch bedienen; in vielen Fällen ist die Anwendung derselben von groſsem Nutzen, oft sogar nothwendig, oft aber würde sie nur unnöthigerweise mehr Zeitverlust und Mühe verursachen, beschwerlicher fallen, unzweckmäſsiger seyn, als wenn man auf ihre Hülfe gänzlich hätte Verzicht geleistet. Solche Bewandtniſs, wie mit den Fällen der letztern Art, hat es mit den Aufgaben der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie. Keine unter ihnen ist der Art, daſs bei ihrer Auflösung die Anwendung der Logarithmen nöthig oder auch nur vortheilhaft wäre. Ebenso verhält es sich mit den Kettenbrüchen, arithmetischen und geometrischen Progressionen. Daher gehören denn in die Aufzählung der, zur pharmazeutisch-mathe-

matischen Physik und Chemie, unentbehrlichen arithmetischen und algebraischen Vorkenntnisse meines Erachtens die Lehren von den Kettenbrüchen, arithmetischen und geometrischen Progressionen, den Logarithmen und andern, als die von mir vorgetragenen, nicht hinein. Andererseits habe ich aber auch den Vorwurf nicht zu befürchten, arithmetische und algebraische Lehren aufgenommen zu haben, welche dem pharmazeutisch-mathematischen Physiker und Chemiker, auch nur als solchem, entbehrlich genannt werden könnten. Keine befindet sich unter ihnen, welche nicht zur bequemsten Auflösung einer oder mehrer Arten von Aufgaben der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie durchaus erforderlich wäre. Was aber die Behauptung eines berliner, dem Publicum nnd besonders dem pharmazeutisch-chemischen Publicum nicht unbekannten Chemikers anlangt, daſs nämlich alle, in der Chemie vorkommenden Berechnungen der Art seyn, daſs sie Nichts als Addition, Subtraction, Multiplication und Division voraussetzen: so kömmt mir dieses ohngefähr ebenso vor, als wenn behauptet würde, um ein Werk über Chemie zu schreiben, sei Nichts weiter erforderlich, als Buchstaben machen zu können. — Ich glaube, daſs jeder pharmazeutische Physiker und Chemiker mit den von mir als unentbehrliche arithmetische und algebraische Vorkenntnisse vorgetragenen Lehren, rücksichtlich der Auswahl und des Umfanges, zufrieden seyn werde.

Was nun die Art des Vortrags in Rede stehender Gegenstände betrifft: so glaube ich fest, daſs es mir gelungen sei, alles mit solcher Deutlichkeit dargestellt zu haben, daſs es von Jedem, der nur mit der gewöhnlichen Menge gesunden Menschen-

verstandes begabt und nur einigermaſsen aufmerksam zu seyn sich bemüht, beim ersten Ueberlesen sogleich aufgefaſst werden muſs, daſs ich es daher, nicht mit Unrecht allgemein- und leichtverständlich zu nennen mir erlauben darf. Nicht aber Deutlichkeit allein war es, deren ich mich befleiſsigte, sondern auch Kürze. Wie würde es auſserdem möglich seyn, daſs so wenige Blätter das zu fassen vermögten, was sie enthalten? Gröſste Deutlichkeit mit möglichster Kürze im Vortrage zu verbinden, war mein Streben.

Muſs ich überhaupt darüber Anmerkung machen, daſs ich nicht der Bruchrechnung habe die sogenannten vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen vorangehen lassen: so ist doch nur die Erinnerung nöthig, daſs ich nicht alles, was zu einem vollständigen Handbuche der Arithmetik gehört, sondern nur das zu geben beabsichtigte, was denjenigen pflegt Noth zu thun, denen mein Buch gewidmet ist.

Die zweite Abtheilung enthält die eigentliche pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie. Mit einem Blicke auf das Inhaltsverzeichniſs ersieht man die Reichhaltigkeit dieser Abtheilung an verschiedenartigen und höchst interessanten Gegenständen, welche hier, häufig von mehreren Gesichtspunkten aus, der Berechnung unterworfen sind. Was aus der mathematischen Physik und Chemie dem Pharmazeuten, als solchem, von wesentlichem Interesse seyn kann, wird er hier finden. Gewiſs ist, daſs von den Materien, welche als zu dieser Abtheilung gehörend können gezählt werden, keine unter den wirklich dargebotenen fehlt. Im Gegentheil ist es möglich, daſs hier wohl etwas mehr gegeben worden, als für den Augenblick unumgänglich nothwendig war. Denkt man aber an das

reifsend schnelle Fortschreiten der Naturwissenschaft, weifs man, dafs hinter diesem Medizin und Pharmazie in nicht zu grofser Ferne bleiben dürfen; bedenkt man, dafs das Mafs chemischer und physikalischer Kenntnisse, womit der Pharmazeut heute noch auslangt, ihm nach einer Reihe von zehn bis zwanzig Jahren eben so wenig zureicht, als das vor etwa zwanzig Jahren zulängliche, heutigen Tages genügt; dafs von dem Apotheker die Kenntnifs eines Gegenstandes, deren er gestern nicht bedurfte, — auch wohl noch heute nicht gebraucht — vielleicht schon morgen in Anwendung zu bringen gefordert wird; berücksichtigt man die Unmöglichkeit der Grenzenangabe einer Wissenschaft, deren Stand mit jedem Tage steigt; berücksichtigt man, dafs demnach in einem Buche, das nicht nur heute nutzen will, der Umfang des pharmazeutischen Wissens nicht zu enge abgesteckt werden darf: so halte ich mich überzeugt, es werde von Sachverständigen eher gut geheifsen, als getadelt werden, wenn ich ein Weniges mehr, als gerade für den Augenblick nöthig war, vorgetragen habe.

Anfangs war ich unschlüssig, ob ich in dieser Abtheilung dasjenige, was zur mathematischen Physik gehört, von demjenigen, was der mathematischen Chemie angehört, durch Unterabtheilung trennen solle oder nicht. Da sich aber überhaupt zwischen Physik und Chemie keine scharfe Grenzlinien bestimmen lassen und da es insbesondere bei manchen der in diese Abtheilung vorkommenden Kapitel streitig werden könnte, ob man es mit mehrerem Rechte der mathematischen Physik oder lieber der mathematischen Chemie beizählen müsse; da überdem auf solche ganze Unterabtheilung nichts

Wesentliches ankömmt: so habe ich es am Ende für das Gerathenste gehalten, die erwähnte Eintheilung ganz zu unterlassen und die Kapitel, soviel als irgend möglich, lieber so auf einander folgen zu lassen, dafs Niemand in irgend einem derselben, etwas Unverständliches finden werde, wenn er mit den vorhergegangenen Kapiteln Bekanntschaft gemacht. Viele Kapitel sind der Art, dafs sie keine Erläuterung durch andere bedürfen, sind gleichsam Ganze für sich selbst. Wären sämmtliche Kapitel von solcher Beschaffenheit: so würde jedes, auch aufser der Reihe vorgenommene, ohne Nachschlagung anderer Stellen, lediglich durch sich vollkommen erklärt seyn; hätte ich aber solche Einrichtung der Bequemlichkeit wegen treffen wollen: so würden zu äufserst häufige Wiederholungen nothwendig geworden und dadurch ohne Noth des Buches Volumen bedeutend vergröfsert seyn. Letzeres zu vermeiden und dennoch für möglichste Bequemlichkeit zu sorgen: sind jedesmal da, wo Erklärung durch Nachlesen anderer Stellen nöthig ist, die Paragraphen-Zahlen solcher Stellen angezeigt.

Alle in dieser Abtheilung enthaltenen Gegenstände sind stets von solcher Seite aufgegriffen und der Berechnung unterworfen, wie es mir dem pharmazeutischen Interesse am meisten zuzusagen geschienen hat. Oft ist, wie schon erwähnt, im Grunde derselbe Gegenstand von mehreren Gesichtspunkten aus dargestellt und berechnet worden: immer aber nur dann, wenn solches dazu beitragen konnte, den durch das Ganze bezweckten Nutzen in irgend einer Hinsicht um ein Bedeutendes zu erhöhen.

Die dritte Abtheilung enthält Tabellen und

andere Hülfsmittel, deren man zu den Berechnungen der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie in *concreto*, theils nothwendig bedarf, um diese oder jene Data daraus zu entnehmen; deren man sich theils aber auch bedienen kann, um die Rechnung zu verkürzen oder sonst zu erleichtern; oder die auch das verlangte Resultat ohne alle Rechnung, gleichsam mechanisch, ergeben. Mittelst einiger derselben ist man im Stande, nur einerlei der drei genannten Anwendungen zu machen; mittelst anderer dagegen alle.

Jeder dieser Tafeln ist eine leichtverständliche Anweisung beigegeben, in welchen Fällen und auf welche Art man sich derselben mit Glück und am bequemsten bedienen könne und müsse.

In dieser Abtheilung findet man die dem pharmazeutischen Physiker und Chemiker nöthigen Reductions- und Comparationstafeln der wichtigsten Maſse und Gewichte; der Scalen von den wichtichsten Thermometern, Alkoholometern, Aräometern; Verzeichnisse der specifischen Gewichte, stöchiometrischen Zahlen, Wärmecapacitäten, durch Wärme bewirkter Ausdehnungen fester, liquider und gasförmiger Substanzen; gasometrische Tabellen; Erläuterung verschiebbarer chemischer Aequivalentenscalen und vieles Andere.

Es ist diese Abtheilung von gröstem practischen Interesse für den pharmazeutischen Physiker und Chemiker. Die Auflösung der Probleme der pharmazeutischen Physik und Chemie wurde nach der zweiten Abtheilung auf wissenschaftliche Weise bewirkt — nach dieser dritten Abtheilung aber wird sie mehr auf mechanische Art erlangt.

Soviel darf ich behaupten, daſs in keinem bis jetzt bekannt gewordenem Werke eine solche Zu-

sammenstellung von Hülfsmitteln zu den Berechnungen der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie, begleitet von so allgemein verständlichen Gebrauchsanweisungen, sich findet, als ich in dieser Abtheilung meines vorliegenden Buches geliefert habe. Der Natur dieser Sache wegen konnte diese Abtheilung nicht einzig oder doch gröſstentheils Neues enthalten; im Gegentheile, ich muſste mich hauptsächlich darauf beschränken, das bereits Vorhandene, aus den vielen Quellen, in welchen es zerstreut umher liegt, meinem Zwecke gemäſs, vollständig zusammen zu stellen, zu verbessern und zu berichtigen, wo dieses nöthig und möglich war. Daſs dieses jedoch nicht ausschlieſslich geschehen sei, wird der aufmerksame Leser, ohne Fingerzeige, finden.

Braunschweig, im October 1831.

Wilhelm Weinholz.

Inhaltsanzeige.

Seite

Einleitung 1

Erste Abtheilung.

Allgemein verständliche Anleitung zu den zur pharmazeutischen Physik und Chemie unentbehrlichen arithmetischen und algebraischen Vorkenntnisse.

Kapitel I. Von den Eigenschaften der Gröſse und der Zahlen, und vom Zahlensysteme überhaupt . 17
— II. Von den Brüchen überhaupt 24
— III. Von den Decimalbrüchen insbesondere . 54
— IV. Von der Reduction genannter Zahlen . 67
— V. Von der allgemeinen Bezeichnung der Gröſsen 77
— VI. Von den entgegengesetzten Gröſsen . . 81
— VII. Von den vier Rechnungsarten mit allgemein bezeichneten Gröſsen 82
— VIII. Von den Gesetzen der Combination . . 97
— IX. Von den Verhältnissen und Proportionen überhaupt 108
— X. Von den geometrischen Proportionen insbesondere 115
— XI. Von den Gleichungen 125

Zweite Abtheilung.

Eigentliche pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie.

Kapitel I. Berechnung der stöchiometrischen Zahlen . 139
— II. Berechnung der Anzahl Mischungsgewichte, nach denen eine Substanz mit einer andern sich verbunden hat 152
— III. Berechnung der Sättigungscapacitäten . . 156
— IV. Berechnuug der absoluten Quantität einer Basis, welche eine gegebene Säuremenge zu neutralisiren vermag 161
— V. Berechnung der quantitativen Mischungsver-

Seite

hältnisse für andere bestimmte Quantitäten zusammengesetzter Materien, als für welche es unmittelbar bekannt ist 168

Kapitel VI. Berechnung der absoluten Mengen verschiedener Substanzen, welche jede für sich einer genannten Menge einer andern Substanz äquivalent sind 172

— VII. Berechnung der Quantität einer einfachen oder zusammengesetzten Substanz, welche erforderlich ist, um eine bestimmte Menge einer andern zusammengesetzten Substanz nach einfacher oder doppelter Wahl-Affinität zu zersetzen . 179

— VIII. Berechnung der absoluten Quantität einer Substanz, welche durch Zersetzung bestimmter Mengen vorhandener Substanzen nach doppelter Wahl-Anziehung erhalten wird . . . 191

— IX. Berechnung der absoluten Quantität der Bestandtheile einer Combination, nach den stöchiometrischen Zahlen 195

— X. Berechnung der Mächtigkeit der sauren und alkalischen Liquida 202

— XI. Berechnung des absoluten Gehalts einer Mischung aus bekannten Quantitäten mehrerer Verbindungen von gleichen qualitativen, aber verschiedenen quantitativen Mischungsverhältnissen 206

— XII. Berechnung der absoluten Mengen mehrer Verbindungen von verschiedenen bekannten quantitativen Gehalten: um eine vorgeschriebene Menge einer Combination von bestimmtem Gehalte zu bekommen 208

— XIII. Berechnung des Gehalts einer Verbindung, von der man eine unbekannte Menge von unbekannter Mächtigkeit mit einer bekannten Menge einer andern Verbindung von bekannter Mächtigkeit vermischt hat, und bekannt sind: Menge und Mächtigkeit der Mischung 214

— XIV. Berechnung der Quantität einer Combination, wenn deren Gehalt, sowie die Gehalte der Mischungstheile, aber nur das Quantum des einen Mischungstheiles bekannt 216

— XV. Berechnung des Verhältnisses, nach welchem sich eine gewisse Substanz mit einer vierten ver-

Seite

verbindet, wenn bekannt sind die Mengenverhältnisse, in welchen sich die erste mit der dritten, und die zweite mit der dritten und vierten verbindet 219

Kapitel XVI. Berechnungen, welche vorkommen bei den Analysen zusammengesetzter Körper 225

— XVII. Berechnungen, welche vorkommen insbesondere bei den Analysen organischer Körper . 230

— XVIII. Berechnungen des Oxydationsgrades der Basen, oder des Acidificationsgrades der Säuren, aus der abgeschiedenen Säure- oder Basequantität 238

— XIX. Berechnungen der Quantitäten, nach denen zwei Substanzen zusammengesetzt sind, aus dem Bekanntseyn des Totalgewichts der Zusammensezzung, aus der Quantität einer dritten Substanz, welche von den ersten beiden gemeinschaftlich aufgenommen wird, und aus den stöchiometrischen Zahlen der drei einzelnen Substanzen . 243

— XX. Bestimmung der Anzahl möglicher Verbindungen zwischen einer gegebenen Anzahl verschiedener Substanzen 249

— XXI. Bestimmung des cubischen Inhalts der Gefäſse 254

— XXII. Vergleichung der gebräuchlichsten verschiedenen Thermometerscalen 256

— XXIII. Regeln zur Correction des Barometerstandes 259

— XXIV. Regel, um das Volumen der Gase auf eine mittlere Temperatur zu reduciren 263

— XXV. Regeln, um die Volumina der Gase auf einen mittlern Druck zu reduciren 267

— XXVI. Regeln zu Correctionen der Aenderungen der Gasvolumina, welche bewirkt werden durch verschiedenen Stand der Sperrungsflüssigkeit . 269

— XXVII. Regel, um das Volumen feuchter Gase auf dasjenige zu reduciren, welches ihnen im trocknen Zustande angehört 277

— XXVIII. Bestimmung des specifischen Gewichts der Körper überhaupt und der festen insbesondere 279

— XXIX. Bestimmung des specifischen Gewicht flüssiger Körper 288

— XXX. Bestimmung des specifischen Gewichts der elastischen Fluida 289

Seite

Kapitel XXXI. Berechnung der Volumina der Substanzen, wenn ihre absoluten und specifischen Gewichte bekannt sind 293

— XXXII. Berechnung des absoluten Gewichts der Substanzen, wenn ihre absoluten Volumina und specifischen Gewichte bekannt sind . . . 296

— XXXIII. Vergleichung der gebräuchlichsten verschiedenen Areometerscalen . , . . 299

— XXXIV. Berechnung des specifischen Gewichts der flüssigen Substanzen aus den bekannten Areometergraden 303

— XXXV. Berechnung einer bestimmten Menge weingeisthaltiger Flüssigkeit, ihrem absoluten Gehalte nach, aus den bekannten Areometergraden 306

— XXXVI. Berechnung der Wasserquantität, welche man einer bestimmten Menge weingeisthaltiger Flüssigkeit zuzusetzen hat, damit letztere einen verlangten Grad des Alkoholometers zeige, wenn der Alkoholometergrad bekannt ist, welchen sie jetzt zeigt 309

— XXXVII. Berechnung des Volumens einer Combination, wenn die Volumina der Bestandtheile und die specifischen Gewichte der Combination und der Bestandtheile bekannt sind . . . 312

— XXXVIII. Berechnung der Gewichtsverhältnisse, in denen die Substanzen sich verbinden, wenn die Verbindungsverhältnisse dem Volumen nach und die specifischen Gewichte der Substanzen bekannt sind 315

— XXXIX. Berechnung des specifischen Gewichts einer Combination, wenn die Volumina der Bestandtheile und der Combination und die specifischen Gewichte der Bestandtheile bekannt sind 323

— XL. Berechnung des specifischen Gewichts des einen Bestandtheils irgend einer Combination, wenn bekannt sind die Volumina der Bestandtheile und der Combination und das specifische Gewicht des andern Bestandtheils und der Combination . 326

— XLI. Berechnung des Volumens des einen Bestandtheils einer Combination, wenn bekannt sind die Volumina des andern Bestandtheils und der Com-

Seite

bination und die specifischen Gewichte der Bestandtheile und der Combination . . . 329

Kapitel XLII. Berechnung des absoluten Gewichts eines gegebenen Volumens einer Combination, wenn bekannt das Volumen der darin enthaltenen Gewichtsmenge des einen Bestandtheils und das specifische Gewicht dieses Bestandth. und der Combinat. 332

— XLIII. Berechnung der Gewichtsverhältnisse der Bestandtheile in einer vorgeschriebenen Menge d. Combination, wenn bekannt sind: von letzterer u. dem einen ihrer Bestandth. Volumen u. spec. Gewicht 333

— XLIV. Berechnung des Volumens derjenigen Gewichtsmenge einer Subtsanz von bekanntem spec. Gewichte, welche in einer, dem Gewichte und dem Volumen nach, genannten Menge einer Combinat. von bekanntem specifischen Gewichte vorkömmt 336

— XLV. Berechnung des specifischen Gewichts einer Combination, wenn man weifs: wieviel in einer, dem absoluten Gewichte und dem Volumen nach, genannten Menge derselben, von dem einen Bestandtheile, dessen spec. Gewicht bekannt, dem Gewichte und dem Volumen nach, enthalten ist 337

— XLVI. Berechnung d. spec. Gewichts eines Bestandtheils einer Combination von bekanntem spec. Gewichte, wenn man von ihm die Menge, dem Gewichte und dem Volumen nach, kennt, welche in einer, dem Gewichte und dem Volumen nach, bekannten Menge der Combination enthalten ist 339

— XLVII. Berechnung des specifischen Gewichts der Substanz., wenn ihre Verbindungsverhältnisse, dem Volumen und dem Gewichte nach, bekannt sind 342

— XLIII. Berechnung des Verbindungsverhältnisses dem Volumen nach, wenn bekannt sind die Verbindungsverhältnisse dem Gewichte nach, und die specifischen Gewichte der Substanzen . . 345

— XLIX. Berechnung des Volumens einer genannten Gewichtsmenge einer Combination von bekanntem specifischen Gewichte, wenn man die darin enthaltenen Quantitäten ihres einen Bestandtheils von bekanntem specifischen Gewichte, dem Volumen und Gewichte nach, kennt 346

— L. Bestimmung der specif. Wärme der Substanzen 348

Seite

Kapitel. LI. Berechnung der Temperatur einer Mischung aus homogenen Bestandtheilen, wenn letztere ihren Mengen und Temperaturen nach bekannt sind . 354

— LII. Berechnung des Verhältnisses der Mengen homogener Substanzen von verschiedenen Temperaturen, nach welchem die Mischung zur Hervorbringung einer bestimmt. Temperat. einzurichten ist 355

— LIII. Berechnung der Temperatur, welche durch Vermischung gegebener Mengen heterogener Substanzen von bekannten verschiedenen Temperaturen und Wärmecapacitäten hervorgebracht wird 357

— LIV. Berechnung des Mengenverhältnisses heterogener Substanzen von bekannten verschiedenen Wärmecapacitäten und Temperaturen, nach welchem man diese zusammenbringen mufs, um eine bestimmte Temperatur zu erzeugen . . . 360

— LV. Berechnung der Temperaturen, welche gegebene Mengen heterog. Substanzen von bekannter Wärmecapacität besitzen müssen, um eine bestimmte Temperatur hervorzubringen, wenn die Temperatur irgend einer der beiden Substanzen bekannt ist 363

— LVI. Berechnung der Menge eines brennbaren Körpers, welche nöthig ist, die erforderliche Wärmemenge hervorzubringen, um eine gegebene Quantität einer Substanz von bekannter Temperatur bis zu einem verlangten Grad zu erhitzen . 366

— LVII. Berechnung der Menge Brennmaterials, welche erforderlich ist, um eine bestimmte Quantität irgend einer Flüssigkeit zu destilliren . . 372

Dritte Abtheilung.

Tabellen und andere Hülfsmittel, welche mit Vortheil und zur Bequemlichkeit bei den in der pharmazeutischen Physik und Chemie vorkommenden Berechnungen anzuwenden, nebst Anweisungen zum zweckmäfsigen Gebrauche derselben.

I. a — d. Multiplicationstabelle 3—6

II. a — b. Reduction der Fufsmafse verschiedener Gegenden auf Hunderttheile des Pariser Zolles 7—8

		Seite
III. a—b.	Uebersicht der merkwürdigsten Körper- und Hohlmafse	9
	1. Neu-Franz. Körper- und Flüssigkeitsmafse	—
	2. Englische Flüssigkeitsmafse . .	—
	3. Preufsische Flüssigkeitsmafse . .	10
	4. Oesterreichische Flüssigkeitsmafse .	—
IV. a—b.	Vergleichung der älteren Mafse verschiedener Gegenden	11—12
V.	Reduction der Unzenmafse auf Englische- und Französische Cubic-Zoll	13
VI.	Vergleichung der Gewichte der alten Griechen und Römer mit dem Alt-Französischen . . .	14
VII. a—b.	Vergleichung der älteren Gewichte verschiedener Gegenden mit dem Neu-Französischen .	15—16
VIII. a—c.	Uebersicht der gebräuchlichsten Gewichtseinheiten	17
	1. Nürnberger Medicinalgewicht . .	—
	2. Neu-Französisches Gewicht . . .	—
	3. Altfranzösisches Medicinal- u. Troy Gew.	18
	4. Kölnisches Mark Gewicht . . .	—
	5. Englisches Troy-Gewicht . . .	19
	6. Holländisches Münz- und Troy-Gewicht	—
IX.	Uebersicht des Deutschen und Französischen Probir-Gewichts	20
X. a—b.	Reduction des Neu-Französischen Gewichts auf das Nürnberger Apotheker-Gewicht . .	21—22
XI. a—b.	Reduction des Nürnberger Apotheker-Gewichts auf das Neu-Französische Gewicht . .	23—24
XII.	Reduction der Kölnischen, Nürnberger, Alt-Französischen und Holländischen Hauptgewichtseinheiten auf Milligrammes	25
XIII.	Reduction der Grane, Drachmen und Unzen auf Decimaltheile des Pfundes in Medicinal-Gewicht	26—27
XIV.	Gasometrische Tabellen, I—VII. . . .	28—34
XV. a—c.	Uebersicht des specifischen Gewichts verschiedener Substanzen	35—37
XVI. a—b.	Uebersicht der specif. Gewichte von, nach verschiedenen Verhältnissen zusammengesetzten, Mischungen aus Alkohol und Wasser .	38—39
XVII.	Vergleichung des specifischen Gewichts von Salzsoolen mit den absoluten Gewichten ihrer jedesmaligen Salzgehalte	40

	Seite
XVIII. Vergleichnng des absoluten Gewichts mehrerer Gasarten mit ihrem Volumen . . .	41
XIX. Vergleichung der absoluten Gehalte verschiedener Salzsäuren, an salzsaurem Gase, mit deren specifischen Gewichten	42
XX. Uebersicht der Mengen des gasförmigen Ammoniaks, welche in wässrigen Auflösungen von verschiedenem specifischen Gewichte enthalten sind . . .	43
XXI. Nachweisung der Wasserquantitäten, welche in Weingeist von verschiedener Stärke enthalten sind	44
XXII. Vergleichung des Areometers von Gay-Lussac mit dem hunderttheiligen	45
XXIII. Uebersicht correspondirender Temperaturen, Volumina und Dichtigkeiten des Wassers . . .	46—47
XXIV. Vergleichende Uebersicht der Wedgewood'schen Pyrometergrade mit den Thermometergraden nach Fahrenheits, Reaumurs, und Celsius Scale's . .	48
XXV. Uebersicht der Spannung des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen	49
XXVI. Uebersicht der inneren Wärmen verschiedener Substanzen	50
XXVII. a—b. Uebersicht der specifischen Wärme verschiedener Substanzen . . .	51—52
XXVIII. a—o. Uebersicht der pharmazeutisch-chemischen Präparate, deren Bestand nach Mischungsgewichten, deren stöchiometrischen Signaturen und Zahlen . . .	53
1. Uebers. d. einfachen Substanzen, deren stöchiometrischen Zahlen u. Signaturen	54
2. Uebersicht der zusammengesetzten Substanzen deren Bestand nach Mischungsgewichten, deren stöchiometrischen Signaturen uud Zahlen .	55—66
XXIX. Verschiebbare pharmazeutisch-chemische Aequivalentenscale	
Einige Notizen, als Anweisungen zum Gebrauch obiger Tafeln und Hülfsmittel	67

Einleitung.

Den Inbegriff von allen Dingen der Welt nennen wir Natur. Unser gesammtes Wissen von diesen Dingen ist also das Wissen oder die Wissenschaft von der Natur, die Naturwissenschaft.

Wird die Naturwissenschaft nach diesem oder jenem Gesichtspunkte getheilt: so erhalten die Theile im allgemeinen die Namen „Naturwissenschaften," insbesondere aber die Namen „Naturbeschreibung," wenn sie die Dinge ihren Beschaffenheiten, Aehnlichkeiten und Verschiedenheiten nach betrachten; „Naturgeschichte," wenn sie die Veränderungen erzählen, welche die Naturdinge erleiden und erlitten haben; „Naturlehre" aber, wenn sie die Veränderungen der Natur im Ganzen oder im Einzelnen den Ursachen nach betrachten, wodurch dieselben hervorgebracht werden.

Die Ueberzeugung von der Existenz der Dinge, sowie von der Realität der Veränderungen letzterer, geben uns die Sinne; die Ueberzeugung aber von den Ursachen beider können die Sinne nicht lie-

fern, sondern nur durch dasjenige unserer Vermögen, welches wir Vernunft nennen, kann sie uns werden, — sie ist übersinnlich, metaphysisch. Auf die Ursache und deren Art des Daseins und der Veränderungen des Seienden, Behufs Erklärungen beider, müssen wir schliefsen. Das grofse Räthsel des Daseins zu lösen ist das Ziel der Metaphysik, das Streben jedes denkenden Kopfes. Die nothwendigen Ursachen und deren Arten der Veränderungen der Dinge zu erschliefsen, ist der Zweck desjenigen Theils der Naturlehre, welchen man die metaphysische nennt.

Ein Hauptprinzip der Naturlehre ist, der Ursachen, zur Erklärung der Erscheinungen in der Natur, resp. Veränderungen der Naturdinge so wenige, als irgend möglich, annehmen zu müssen. Man pflegt solchen Ursachen die Namen: Naturkräfte, Grund- oder Urkräfte, beizulegen.

Bis jetzt wird die Annahme von einer sogenannten Lebenskraft, einer chemischen Anziehungskraft oder Affinität, einer Gravitations-, Adhäsions-, Cohäsions- und Expansionskraft für nöthig erachtet; der Verfasser aber glaubte mit mehreren anderen, dafs zur Erklärung aller bis jetzt bekannt gewordenen Phänomen in der Welt nicht mehr als zwei Grundkräfte anzunehmen nöthig sei, wie er in seiner nächstens bekannt zu machenden Schrift, über die Urkräfte der Natur, darzuthun Gelegenheit haben wird.

Die Naturlehre wird eingetheilt in die allgemeine und in die besondere. Jene enthält Untersuchungen, welche alle Körper betreffen, diese aber enthält die Theorien für besondere Arten der Dinge.

Die allgemeine Naturlehre enthält die allgemeinen physikalischen Theorien für alle Gegenstände der *Sinnenwelt*. Da diese gröſstentheils blos aus einfachen und gemeinen Beobachtungen, hauptsächlich mittelst geometrischer Constructionen, hergeleitet werden: so könnte man sie auch die observirende Physik nennen.

Die specielle oder experimentirende Physik enthält die Theorien derjenigen besondern Arten der Dinge, welche theils auf eine Menge von Naturerscheinungen sehr groſsen Einfluſs haben, theils sich nicht aus blosen Beobachtungen herleiten lassen, sondern *hauptsächlich* Experimente erfordern. Die Gegenstände der speciellen oder der experimentirenden Physik sind: Licht, Wärme, Electricität, Magnetismus, Luft, Wasser u. s. w. und unsere Erde im Ganzen, deren Untersuchung die physikalische Geographie heiſst, mit welcher die gesammte Physik zu beschlieſsen ist. — Die Untersuchungen in der Physik und besonders die Versuche in der speciellen Physik sind nur noch in mechanische und chemische einzutheilen; welcher Unterschied auf der doppelten Art, wie die Gegenstände betrachtet werden können, beruht.

Bei den mechanischen Untersuchungen der Natur betrachtet man an den Dingen theils ihre bleibenden Eigenschaften; theils nur solche vorübergehende Veränderungen, wobei die Dinge, sobald die wirkende Ursache wegfällt, in ihren vorigen Zustand wieder zurückkehren; theils die Einwirkungen der Körper auf einander in beträchtlichen gröſseren oder kleineren Entfernungen.

Bei den chemischen Untersuchungen der Natur betrachtet man solche Erscheinungen, die aus ei-

ner innigen Einwirkung der Grundstoffe auf einander in fast unmerklichen Entfernungen erfolgen.

Derjenige Theil der Naturlehre, welcher also die durch die sogenannte *vis vitalis* bewirkte Veränderungen betrachtet, wird die Physiologie (der lebenden Pflanzen und Thierkörper) im engern Sinne genannt. Derjenige Theil der Naturlehre aber, welcher die durch die sogenannte Affinität bewirkten Veränderungen zum Gegenstande hat, also die Lehre von den Verbindungen heterogener Stoffe zu homogenen Ganzen, oder von den Zersetzungen homogener Ganze in heterogene Bestandtheile, ist es, welcher den Namen Chemie erhalten hat. Die anderen Theile der Naturlehre, welche also die durch die übrigen Kräfte bewirkten Veränderungen der Dinge betrachten, werden insgesammt unter den Namen: Naturlehre oder Physik, im engeren Sinne begriffen. Wird von Physik schlechtweg gesprochen; so ist jedesmal darunter diese Physik im engeren Sinne zu verstehen.

Werden auf die in der Physik und Chemie gemachten Erfahrungen und besonders auf die aus letzteren abstrahirten Gesetze auf zweckmäſsige Weise die mathematischen Wissenschaften in Anwendung gebracht: so erhält man diejenigen höchst wichtigen Disciplinen, welche mathematische Physik und mathematische Chemie genannt werden.

Trifft man nun unter den Gegenständen der mathematischen Physik und Chemie eine solche Auswahl, welche von ganz besonderem Interesse für den Pharmazeuten als solchen ist: so entsteht dasjenige, was pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie zu nennen ist.

Diesemnach ist also pharmazeutisch-mathematische Physik: Anwendung der mathematischen Wissenschaften auf diejenigen durch die Kräfte der Gravitation, Adhäsion, Cohäsion und Expansion bewirkten Veränderungen der Dinge, welche den Pharmazeuten als solchen ganz besonders interessiren. Ebenso ist pharmazeutisch-mathematische Chemie: Anwendung der Mathematik auf die für den Pharmazeuten, als solchen, von vorzüglichem Interesse seienden, durch die sogenannte chemische Affinitätskraft bewirkten Veränderungen der Dinge.

Der Anfang der mathematischen Physik überhaupt und also auch der der pharmazeutischen insbesondere ist sehr alt und die ersten bekannten Spuren davon verlieren sich in der fernsten Vergangenheit im Dunkel des höchsten Alterthums. Die jetzige Ausbildung hat die genannte Wissenschaft jedoch erst in neuerer und neuester Zeit erhalten.

Nicht gleiche Bewandnifs hat es mit der pharmazeutisch-mathematischen Chemie und der mathematischen Chemie überhaupt. Diese ist einzig und allein ein Produkt der neueren und neuesten Zeit.

Die Menge und der Umfang der mit vielem Glück an die Lehren der Physik und Chemie anzuknüpfenden vielfältigen Berechnungen der mathematischen Physik und Chemie sind von aufserordentlicher Gröfse, von hoher und gleicher Wichtigkeit für den Physiker und Chemiker *ex professo*; nicht so jedoch (— wenigstens können und dürfen sie es nicht —) für den Pharmazeuten und jeden,

der sich nicht ausschliefslich mit den genannten Wissenschaften beschäftigen darf, sondern sich damit begnügen mufs, aus ihnen soviel desjenigen zum vorzüglichen Studium zu entlehnen, als er gerade etwa als Hülfs- oder Nebenwissenschaft Behufs gründlichen Studiums seiner Hauptwissenschaft durchaus bedarf.

Behufs gründlichen Studiums der Pharmazie ist unter anderen namentlich aus der mathematischen Chemie erforderlich: Studium der chemischen Vermischungsrechnung, Studium des gröfsten Theils der Stöchiometrie nach der sogenannten arithmetischen und nach der stereometrischen Methode. Um aber dieses mit Erfolg tractiren zu können, werden wieder die Entlehnungen mehrerer Lehren und Berechnungen aus der mathematischen Physik erforderlich, wie die z. B. beim Gebrauch der Thermometer, Barometer und Hygrometer in der Chemie, bei Bestimmung der specifischen Gewichte fester, tropfbar- und elastisch-flüssiger Körper, bei Bestimmung des specifischen Wärmestoffs der Körper, beim Mensuriren der Gase u. s. w. nöthig werdenden Berechnungen und Cautelen. Obgleich also die gesammte mathematische Physik und Chemie für den Pharmazeuten, wie für jeden anderen, interessant und von grofsem Nutzen sein müfste: so sind sie ihm als Pharmazeuten doch nicht geradezu unentbehrlich, wie solches mit demjenigen der Fall ist, was zur pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie gehören mufs. Wir zählen deshalb zur mathematischen Physik und Chemie ohngefähr dasjenige, was so eben als dazu gehörig genannt wurde. Eine scharfe Begrenzung läfst sich der Natur der Sache nach nicht wohl

angeben, welche zu beobachten auch nicht nöthig ist, wenn man nur lieber etwas mehr als zu wenig gibt *und* annimmt.

Die pharmazeutisch-mathematische Physik und *Ch*emie lehrt also alles, was irgend als Gegenstand der pharmazeutischen Naturlehre anzusehen, zweckmäſsigen Berechnungen zu unterwerfen, für alle Fälle, wo solche der Pharmazeut, als solcher, zur Befriedigung wesentlicher Interessen vornehmen und durchführen zu können im Stande seyn muſs.

Die pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie ist derjenige weiter ausgeführte Theil der *allgemeinen mathematischen* Naturlehre, welcher für Medizin und Pharmazie von besonders wichtigem Interesse und dessen vollständigste Kenntniſs Aerzten und Apothekern unumgänglich nothwendig ist.

Die Hülfswissenschaften der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie sind reine Mathematik und Naturlehre; vorzüglich aber aus ersterer die sogenannten vier Rechnungsarten, in ganzen und gebrochenen Zahlen, die Lehre von den Reductionen genannter Zahlen, die Proportionsrechnung, der Anfang der Combinationslehre und die Lehre von den Gleichungen des ersten Grades; aus der Naturlehre aber diejenigen Theile, welche unter den Benennungen der pharmazeutischen Physik und der pharmazeutischen Chemie bekannt sind.

Der Inbegriff aller derjenigen Wissenschaften, welche die Mathematik auf die Erfahrungswissenschaften anwenden lehren, führt den Namen: angewandte Mathematik; dasjenige Theilchen hievon, welches die Anwendung der Mathematik auf phar-

mazeutische Wissenschaft lehrt, heifst: pharmazeutische Mathematik; ein Theil von dieser, ein äufserst kleines Theilchen des Ganzen, welches die Anwendung der Mathematik auf pharmazeutische Physik und pharmazeutische Chemie lehrt, ist die pharmazeutisch-mathematische Naturlehre: in dieser Hinsicht ist also die pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie auch ein Theil der angewandten Mathematik zu nennen.

Es bezweckt die pharmazeutisch-mathematische Physik und Chemie genaueste Erforschung aller möglichen Gröfsenverhältnisse sämmtlicher Substanzveränderungen, welche das Gebiet der pharmazeutischen Naturlehre constituiren.

Aufser dem wissenschaftlichen Interesse der pharmazeutisch-mathematischen Naturlehre ist der Vortheil und Nutzen, welchen dieselbe durch angelegentliches Studium und dadurch möglich werdende Anwendung, der menschlichen Gesellschaft überhaupt, und dem medicinischen und pharmazeutischen Publikum insbesondere, gewährt, durchaus nicht zu verkennen. Von aufserordentlicher Wichtigkeit wird dieser Nutzen z. B. bei Darstellung der pharmazeutischen Präparate durch genaue Bestimmung der zweckmäfsigsten Mengenverhältnisse der anzuwendenden Substanzen; ferner bei Prüfung einfacher oder durch Mengung oder Mischung zusammengesetzter Substanzen auf deren Güte als Aechtheit, Reinheit, Stärke; mithin auch bei Beurtheilung des Werthes mancher Sachen; bei Bestimmung gewisser hervorzurufender Umstände, von welchen oft ganz oder theilweise das Gelingen mancher pharmazeutischen Operatio-

nen abhängig wird; bei Aufdeckung mancher sonst schwierig zu ermittelnder Irrthümer.

Die pharmazeutisch-mathematische Naturlehre beschäftigt sich entweder mit Berechnungen der Gröſsen-Verhältnisse solcher Substanzveränderungen, welche, als hervorgebracht durch die Kräfte der Gravitation, der Cohäsion, der Adhäsion oder Expansion angesehen werden; oder mit Berechnungen der Gröſsenverhältnisse solcher Substanzveränderungen, welche man muſs gelten lassen als Wirkungen der chemischen Affinität. Im ersten Falle wäre die pharmazeutisch-mathematische Naturlehre, dem Obigen zufolge, pharmazeutisch-mathematische Physik zu nennen, im zweiten Falle aber mit dem besonderen Namen der pharmazeutisch-mathematischen Chemie zu belegen.

Die pharmazeutisch-mathematische Physik könnte eingetheilt werden, je nachdem von den Substanzveränderungen, deren Gröſsenverhältnisse sie der Berechnung unterwirft, eine von den Kräften: der Gravitation, der Adhäsion, der Cohäsion oder Expansion, allein die Ursache ausmacht; oder je nachdem die Substanzveränderungen müssen als Wirkungen von mehreren der genannten Kräfte angesehen werden. Je nachdem nun die der Berechnung zu unterwerfenden Veränderungen diese oder jene Kraft oder diese oder jene Kräfte zur Ursache haben: entstehen die ferneren Unterabtheilungen. Diese Unterabtheilungen zerfallen noch weiter in andere Unterabtheilungen wieder: je nachdem man solche Berechnungen von diesem oder jenem Gesichtspunkte aus oder zu diesem oder jenem Zwecke anstellt.

Eine Geschichte der Mathematik oder der Physik und Chemie, oder selbst auch eine allgemeine Geschichte der mathematischen Naturlehre zu erzählen, ist hier der Ort nicht; nur ein Abrifs einer besonderen Geschichte der pharmazeutisch-mathematischen Naturlehre gehört eigentlich hierher. Wie weit aber reicht eine Geschichte der letztern Art ins Reich der Vergangenheit zurück? In neuester Zeit erst beginnt die pharmazeutisch-mathematische Naturlehre, sich als Wissenschaft zu constituiren. Die allgemeine mathematische Naturlehre ist ihrer völligen Ausbildung noch sehr fern: von dieser aber ist die pharmazeutisch-mathematische Naturlehre nur ein erst hervorbrechender, kaum schon bemerkbar gewordener und also von der vollständigen Entwickelung noch viel weiter entfernter Schöfsling.

Spuren physikalischer Kenntnisse sind weit älter, als die von solchen, welche man eigentlich chemische nennen darf. Die Entstehung der Mathematik ist wenigstens eben so alt oder noch älter, daher war es auch möglich, von der Mathematik früher auf Physik, als auf Chemie Anwendung zu machen. Erste Spuren zeigten sich schon bei den Hindus, Babyloniern, Persern und Aegyptern; ein Mehreres bei den Griechen unter Pythagoras, Democritus, Epirus, Euclid, Hipparchus, Ptolomäus, Archimedes u. s. w.; bei den Römern unter Lucrez und einigen anderen; wenn nicht gefördert, doch erhalten, wurde das Geschaffene durch die Araber. Schnellere Fortschritte desjenigen, was zur mathematischen Physik gehört, zeigten sich seit dem 15. Jahrhundert, nach endlicher Wiederherstellung der seit dem 5. Jahrhundert durch Eindringen krie-

gerischer, nördlicher Völker ins römische Reich in Verfall gerathenen Wissenschaften bei den Abendländern unter Copernicus, Tycho de Brahe, F. Baco von Verulam, H. Galilei, J. Keppler, P. Gassendi, W. Snellius, R. de Cartes, E. Terricelli, O. von Guerike, R. Boyle, Grimaldi, Mariotte, Hayghens, Bradley, Sturm, Leibnitz, Newton, Priestley, Euler, de Luc, Lichtenberg, van Marum, Hauy, T. u. J. T. Mayer, Biot, Muncke, Bohnenberger u. s. w.

Zu den allerersten pharmazeutisch-mathematisch-chemischen Bestimmungen gehören unstreitig *die* etwa eine kleine Reductions- oder Proportionsrechnung voraussetzenden Vorschriften der Aerzte und Pharmacopoli zur Anfertigung pharmazeutisch-chemischer Präparate, die Mafs- und Gewichtsverhältnisse, welche in den verschiedenen Dispensatorien und Pharmacopöen gegeben worden. Bestimmungen der Art gibt es freilich von sehr hohem Alter. Die eigentlich mathematisch-chemischen Forschungen nehmen ihren Anfang nicht früher, als im 18. Jahrhundert, und konnten auch erst von wesentlichem Erfolg werden, seitdem man Lavoisiers dringende Empfehlungen der steten, sorgfältigsten Anwendung und Beachtung von Mafs und Gewicht bei allen chemischen Operationen und Processen, was bis dahin soviel wie gänzlich unterblieben war, zu befolgen anfing. Die kaum so zu nennenden Anfänge eigentlicher mathematischer Chemie wurden fortgesetzt von Lavoisier, Guiton de Morveau, Wenzel, Bergmann, Kirwan, Proust, Berthollet, Richter, Wollaston, Berzelius, Dalton, Davy, Gay-Lussac, Thomson, Gilbert, Vogel,

Meinecke, Döbereiner, Kastner, Bischoff und manchen Anderen.

Zu den Verbreitern der mathematischen Naturlehre unter dem pharmazeutischen Publikum gehören als Schriftsteller die Verfasser mancher pharmazeutischen Schriften, z. B. Buchholz, Geiger, Buchner, Brandes, du Menil, Mansing u. s. w.

Zum Studium allgemeiner Geschichte der mathematischen Naturlehre können empfohlen werden:

De Loy's Abregé chronologique pour servir à l'histoire de Physique. à Strasbourg T. I — IV. 1786 — 89.

Fischer's Gechichte der Physik. 3 Bde. Göttingen 1801 — 8.

Wiegleb's Geschichte des Wachsthums u. d. Erfindungen in der Chemie, in d. ältest. u. mittleren Zeiten. Berlin und Stettin 1792.

Wiegleb's Geschichte des Wachsthums u. d. Erfindungen in d. Chemie in d. neueren Zeit. 3 Bde. Berlin u. Stettin 1790 — 91.

F. Gmelin's Geschichte d. Chemie mit d. Wiederaufleben d. Wissensch. bis ans Ende des 18. Jahrhunderts. 3 Bde. 8. Göttingen 1797 — 99.

Trommsdorff's Versuch einer allgemeinen Geschichte der Chemie. 8. Erfurt 1806.

Heinecken über die wichtigsten Fortschritte in der Physik u. Chemie in den letzten 30 Jahren etc. 8. Bremen 1808.

Du Menils geschichtlich - wissenschaftliche Darstellung d. Stöchiometrie u. Electrochemie, den Pharmazeuten gewidmet etc. Hannover 1824.

Wer tiefer einzudringen wünscht in das Gebiet der mathematischen Naturlehre, dem ist, außer

gründlichem Studium der Hülfswissenschaften, aus den vorzüglichsten Lehrbüchern der reinen Mathematik, der Physik und Chemie zu empfehlen, sich an folgende Schriften zu wenden.

Biot's Traité de Physique experimentale et mathematique.

Gehler's physikalisches Wörterbuch. Neue umgearbeitete Ausgabe v. Gmelin, Munke, Pfaff etc. 1824 u. f.

Meinecke's chemische Meſskunst. Halle 1815.

— — Erläuterungen zur chemischen Meſskunst. Halle 1818.

Richter. Ueber die neueren Gegenstände der Chemie.

Richter's Anfangsgründe der Stöchiometrie oder Meſskunst chemischer Elemente. Breslau, I — III. 1792 — 94.

Gilbert's Dissertatio historico-critica de mistionum chemicarum simplicib. et perpetuis rationibus earumq. legib. nuper detectis. Lips. 1811. (*Deutsch in Gilbert's Annalen d. Phys. XXXIX. S.* 361 — 428.)

Bichoff's Lehrbuch der Stöchiometrie. Erlangen 1819.

— Abhandlung über Gasometrie in Schweigg. Journal. XIX. p. 166 u. f.

Berzelius, Theorie der chem. Propositionen u. der chem. Wirk. d. Electr. übers. v. Blöde. Dresden 1820.

Berzelius u. Löwenhielm's alphab. Verzeichniſs der Gehalte sämmtl. bekannt. chem. Verbindungen. Von Meinecke. Nürnberg 1820.

Fischer's Darstellung u. Kritik der Verdunstungslehre, nach den neuesten, besonders den Daltonschen Versuchen. Berlin 1810.

Gay-Lussac's u. Thénard's Recherches physico-chimiques. T. II.

Wilh. Weinholz, Verschiebbare chem. Aequival. Scale. Braunschweig 1830.

Döbereiner's Dartellung der Verhältnifszahlen der irdischen Elemente. Jena 1816.

Döbereiner's neueste stöchiometrische Untersuchungen. Jena 1816 — 19.

Dr. Mensing's leichtfafsliche Anleitung zu stöchiometrischen Rechnungen etc. Erfurt 1824.

Vogel's Beiträge zu der Lehre von den bestimmten chemisch. Mischungsverhältnissen: in Schweigg. neuem Journale VII. S. 181 u. f.

Erste Abtheilung.

Allgemein verständliche Anleitung

zu den

zur pharmazeutischen Physik und Chemie unentbehrlichen

arithmetischen und algebraischen Vorkenntnissen.

Kapitel I.

Von den Eigenschaften der Gröſse und der Zahlen; und vom Zahlensysteme überhaupt.

§. 1. Jede Gröſse, die für sich bestehend betrachtet werden kann, wird Eins, ein Ganzes oder überhaupt die Einheit genannt. Eine Menge Einhheiten von einerlei Art aber machen eine Zahl.

§. 2. Die Arithmetik ist die Wissenschaft, aus gegebenen Zahlen unbekannte zu finden, von welchen eine Eigenschaft rücksichtlich der gegebenen Zahlen bekannt ist.

§. 3. Man theilt die Zahlen ein in ganze und gebrochene oder Brüche. Eine ganze Zahl entsteht, wenn man eine Menge Einheiten von einerlei Art völlig mehreremal, eine gebrochene Zahl aber, wenn man einen gewissen Theil der Einheit ein- oder mehreremal nimmt. Wenn von Zahlen überhaupt die Rede ist: so versteht man gewöhnlich ganze Zahlen darunter.

§. 4. Ferner pflegt man die Zahlen in conkrete oder genannte und in abstracte oder ungenannte einzutheilen.

Eine Zahl heiſst eine conkrete oder genannte Zahl, wenn die Art und Beschaffenheit der Einheiten auſser ihrer Gröſse mit in Betrachtung kömmt;

hingegen eine abstracte oder ungenannte Zahl, wenn auf die Art und Beschaffenheit der Einheiten nicht, sondern nur auf ihre Gröſse Rücksicht genommen wird.

§. 5. Endlich theilt man noch die Zahlen ein in homogene oder gleichartige und in heterogene oder ungleichartige.

Homogene Zahlen sind solche, die aus Einheiten von einerlei Art; heterogene aber solche, die aus Einheiten von verschiedener Art bestehen.

§. 6. Jede Zahl kann man vermehren und vermindern, dies liegt im Begriffe derselben.

Soll man unbekannte Zahlen finden: so muſs man mit den gegebenen Veränderungen vornehmen, die in der Eigenschaft der Zahlen gegründet sind, und die Mittel, durch deren Hülfe man diese Veränderungen vornehmen kann, werden Rechnungsarten genannt; rechnen heiſst daher: aus gegebenen Zahlen unbekannte finden.

§. 7. Eigentlich sind nur zwei Rechnungsarten in der Natur der Zahlen gegründet, nämlich die Addition und die Subtraction.

Durch den Gebrauch der Addition kann man Zahlen vermehren und durch den Gebrauch der Subtraction vermindern.

Man addirt, wenn man eine Zahl um eine oder mehrere Zahlen vermehrt, und subtrahirt, wenn man eine Zahl um so viel vermindert als die andere gegebene Zahl Einheiten enthält.

Da sich aber der Fall oft zuträgt, daſs man eine Zahl mehreremal einer anderen gegebenen zusetzen und eben so, eine Zahl von einer anderen gegebenen mehreremale wegnehmen soll: so hat man für den ersten Fall die Multiplication und für den letzten die Division als Rechnungsarten einge-

führt (die aber ihren Grund in der Addition und Subtraction haben), daher nimmt man gemeiniglich vier Rechnungsarten an.

Eine und eben dieselbe Zahl kann nicht zugleich vermehrt und vermindert werden, weil die Begriffe Vermehrung und Verminderung einander entgegengesetzt sind. Aus diesem Grunde sind Addition und Subtraction und so auch Multiplication und Division einander entgegengesetzt und umgekehrt.

§. 8. Wenn zwei Gröfsen oder Zahlen mit einander verglichen werden, so wird eigentlich untersucht, ob beide gleich oder ungleich sind. Ueberhaupt sind zwei oder mehrere Dinge einander gleich, wenn sie in Hinsicht ihrer Gröfse einerlei sind, so dafs jedes die Stelle des andern vertreten kann. Ist dieses nicht: so sind die Dinge ungleich grofs. Ein paar abstrackte Zahlen sind gleich grofs, wenn sie einerlei Menge Einheiten enthalten; ungleich grofs hingegen, wenn sie nicht beide aus einerlei Menge Einheiten bestehen. Wenn man genannte Zahlen hinsichtlich ihrer Gröfse vergleicht: so mufs man die Zahlen nicht allein nach der Menge, sondern auch nach dem Werthe der Einheiten, woraus sie bestehen, untersuchen.

§. 9. Die Arithmetik beschäftigt sich überhaupt mit der Gröfse, in sofern sie als ein solches Ganzes betrachtet wird, das aus Theilen besteht, wovon man mehrere oder wenigere nehmen kann, die aber alle zusammengenommen für das Ganze gesetzt werden können. Eben so müssen sich diese Theile auch einzeln für einander setzen lassen, ohne dafs der Begriff von dem Ganzen dadurch verändert wird.

Um die Gleichheit zweier Gröſsen auszudrükken, hat man das Zeichen (=) anstatt des Wortes „gleich“ gewählt, welches zwischen beide gleiche Gröſsen gesetzt wird.

§. 10. Sind zwei Gröſsen ungleich: so heiſst allemal die eine von beiden die gröſsere und die andere die kleinere. Ein Theil der einen von zwei ungleichen Gröſsen wird so groſs seyn, als die andere, folglich wird ihre Gröſse die Gröſse der andern ganz und noch etwas mehr enthalten. Diese Gröſse nennt man die gröſsere, und die andere, die nur so groſs ist als ein Theil der der gröſsern, wird die kleinere genannt. Die Ungleichheit zweier Gröſsen wird durch das Zeichen (<) angezeigt, wo denn die Oeffnung gegen die gröſsere und folglich die Spitze gegen die kleinere Gröſse zu stehen kommt.

§. 11. Jede Gröſse, also auch jede Zahl ist sich selbst gleich.

§. 12. Das Ganze ist allen seinen Theilen zusammengenommen gleich.

§. 13. Das Ganze ist gröſser als jeder einzelne, oder einige Theile allein genommen.

§. 14. Wenn zwei Gröſsen einer Dritten gleich sind: so sind sie einander selbst gleich.

§. 15. Was gröſser oder kleiner ist, als eine von zwei gleichen Gröſsen, das ist auch gröſser oder kleiner als die andere.

Was gröſser ist als die gröſsere von zwei ungleichen Gröſsen, das ist um so mehr auch grösser als die kleinere.

Was kleiner ist als die kleinere von zwei ungleichen Gröſsen, das ist um so mehr auch kleiner als die gröſsere.

§. 16. Einer jeden Zahl ihren Werth geben, oder die Menge Einheiten, die sie enthält, bestimmt ausdrücken: heiſst Zählen. Sollte eine jede Zahl ihren eigenen Namen oder ein eigenes Zeichen erhalten, durch welches ihr Name und ihr Werth angegeben würde: so würde man in sehr groſse Weitläuftigkeiten verwickelt werden; daher hat man nur wenige Zeichen und Namen gewählt, vermittelst welcher, wenn man sie einzeln gebraucht oder zusammensetzt, jede Zahl und ihr Werth bezeichnet werden kann.

§. 17. Nach der uns von Jugend auf bekannten Art *zählt* man von eins bis zehn; und diese *Zahlen* bestehen aus einfachen Einheiten. Man fängt alsdann von neuem an, nur mit dem Unterschiede, daſs man die ersten zehn beibehält und eine Einheit nach der andern zusetzt. Die hierdurch entstehenden Zahlen enthalten zusammengesetzte Einheiten. Anstatt aber, daſs man sagen müſste: zehn und eins, zehn und zwei u. s. w. gibt die Sprache folgende abgekürzte Ausdrücke, nämlich elf, zwölf. Die nächstfolgenden Zahlen haben keinen eigenen Namen, sondern heiſsen: drei und zehn, vier und zehn u. s. f., nur daſs man das Wort „und" weglässt und kurz sagt: dreizehn, vierzehn, funfzehn u. s. w. Die Zahl Zehn und Zehn ist nichts anders als Zehn zweimal genommen, und dafür hat die Sprache das Wort zwanzig. Zwanzig und zehn oder zehn dreimal genommen wird dreiſsig ausgedrückt; dreiſsig und zehn oder zehn viermal genommen, vierzig u. s. f. funfzig, sechzig, siebzig, achtzig, neunzig. Anstatt neunzig und zehn oder zehn zehnmal genommen, sagt man hundert. Nach hundert folgt hundert und eins u. s. w. dann zweihundert, dreihundert u. s. w. Beim ferneren Fort-

zählen muſs man noch folgende Wörter merken, die in der Sprache liegen und vortheilhaft als Abkürzungen benutzt werden.

Man sagt statt zehnmal hundert, das Wort: Tausend. Statt tausendmal tausend: Million. Statt tausendmal tausend Millionen: Billion. Statt tausendmal tausend Billionen: Trillion. Statt tausendmal tausend Trillionen: Quadrillion.

Oder: die ersten neun einfachen Zahlen nennt man Einer, die zusammengesetzten aber bis hundert Zehner, bis tausend Hunderter u. s. w.

§. 18. Statt der Namen der Zahlen bedient man sich zehn einfacher Zeichen, die man Zahlzeichen nennt, deren Figuren übrigens ganz willkürlich, die aber beibehalten werden, weil sie allgemein angenommen sind, nämlich: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.: eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, Null. Das Zeichen 0 heiſst nach der Abstammung Ziffer und hat für sich keinen Werth, sondern füllt blos leere Stellen.

Damit man vermittelst dieser Zahlzeichen jede mögliche Zahl auszudrücken im Stande sei, hat man jedem Zahlzeichen auſser dem eigenthümlichen Werthe noch einen besonderen gegeben, der die Stelle angibt, in welcher sich eins dieser Zahlzeichen befindet. Folgendes Gesetz bestimmt den Werth der Zahlzeichen nach den Stellen.

Man schreibt die Zahlzeichen von der rechten gegen die linke Hand und läſst jedes Zahlzeichen in der folgenden Stelle zehnmal mehr bedeuten, als es bedeuten würde, wenn es die nächst vorhergehende Stelle einnähme. In die Stellen, welche ledig bleiben müssen, setzt man die Null.

§. 19. Das Gesetz, welches bei der Zusammensetzung dieser Zahlen beobachtet wird, bleibt ununterbrochen dasselbe.

Man zählt von 1 bis 10, und daher wird gesagt: man zählt nach Decimalordnungen. Aus diesem Begriffe folgt also, daſs alle zusammengesetzte Zahlzeichen aus einfachen Zahlzeichen verschiedener Ordnung bestehen. Die einzelnen Zahlzeichen, oder wenn sie mit anderen zusammengesetzt werden und die erste Stelle (von der Rechten gegen die Linke) einnehmen, bedeuten blos einfache Einheiten; die Zahlzeichen in der zweiten Stelle zehnfache *Einheiten* (oder gehören zu der ersten Decimalordnung); die Zahlzeichen in der dritten Stelle zu der zweiten Decimalordnung u. s. w. Also gehört überhaupt ein Zahlzeichen, wenn es mit mehreren verbunden wird, zu derjenigen Decimalordnung, welche die Zahl anzeigt, die man erhält, wenn man untersucht, in der wievielsten Stelle es nach der ersten steht.

Die Zahlen und ihre Werthe nach den angenommenen Sätzen vermittelst der angeführten Zahlzeichen ausgedrückt, nennt man das Zahlensystem nach Decimalordnungen.

§. 20. Aufgabe. Eine mit Zahlzeichen geschriebene Zahl zu lesen oder mit Worten auszusprechen.

Auflösung: 1) Man theile die Zahlzeichen von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und gebe jeder derselben drei Zahlzeichen: in der letzten zur Linken können auch weniger als drei stehen.

2) Damit man beim Aussprechen die Stellen leicht finde und die derselben zukommenden Werthe nicht verwechsele: so bezeichne man sie auf folgende Art. Ueber das erste Zahlzeichen in der

dritten Klasse (versteht sich von der Rechten gegen die Linke) mache man einen Strich; über das erste in der fünften Klasse zwei; über das erste in der siebenten Klasse drei; über das erste in der neunten Klasse vier u. s. w.

3) Das Zahlzeichen, welches mit einem Striche bezeichnet ist, lese man Millionen, das, worüber zwei stehen, Billionen, über dem drei stehen, Trillionen, über welchem sich vier befinden, Quadrillionen u. s. w.

4) Die Zahlzeichen derjenigen Klassen, über welchen kein Strich stehet, werden Tausende gelesen, doch ist davon die erste Klasse ausgenommen. In jeder Klasse insbesondere drückt man das erste Zahlzeichen durch Einer, das zweite durch Zehner und das dritte durch Hunderter aus.

5) Stellen, die mit Nullen angefüllt sind, überzählt man im Aussprechen.

Kapitel II.

Von den Brüchen überhaupt.

§. 21. Wenn ein Ganzes in eine gewisse Anzahl gleicher Theile zerlegt wird, und man von diesen gleichen Theilen einen oder mehrere nimmt: so erhält man in Vergleichung mit dem Ganzen, eine zerbrochene Zahl oder einen Bruch (§. 3.).

Um die Gröfse eines Bruchs ausdrücken zu können, sind zwei Zahlen nöthig, wovon diejenige, welche angibt, in wieviel Theile das Ganze getheilt ist, der Nenner; diejenige aber, die durch ihre Einheiten bestimmt, wieviel solcher gleichen Theile genommen sind, der Zähler genannt wird.

Der Bruch enthält also keine Menge von Ein-

heiten, aber demohngeachtet ist er eine Zahl; denn die gleichen Theile der Einheit, welche der Zähler angibt, sind hier eben das, was die Einheiten bei den ganzen Zahlen sind. Der Nenner gibt dem Bruche den Namen, daher können die Brüche überhaupt wie genannte Zahlen angesehen werden. Das Zeichen eines Bruchs ist ein Strich wie bei der Division. Der Zähler wird über, der Nenner unter denselben geschrieben.

Wenn zwei Brüche einerlei Namen oder Nenner haben, so sind die einzelnen Theile in beiden gleich grofs, folglich kann man die Gröfse derselben gegen einander nur nach den Zählern beurtheilen. Ist daher der Zähler des einen Bruchs 1 und der Zähler des andern eine jede andere beliebige Zahl: so enthält der letzte Bruch den ersten so vielmal, als der Zähler des ersten in dem Zähler des letzten enthalten ist. Also kann man den einen von zwei solchen Brüchen als die Einheit, den andern als das Ganze betrachten. So enthält z. B. der Bruch $\frac{5}{8}$ den Bruch $\frac{1}{8}$, wie man gleich sieht, 5mal, oder $\frac{5}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ und es ist $\frac{1}{8}$ die Einheit, $\frac{5}{8}$ aber das Ganze, oder $\frac{1}{8} \cdot 5 = \frac{5}{8}$, da auch 5 die Zahl selbst und $\frac{1}{8}$ ihr Name heifsen kann. Umgekehrt, wenn zwei Brüche einerlei Zähler haben: so beruhet die Beurtheilung ihrer Gröfse auf der Gröfse ihrer Nenner. So ist $\frac{5}{6}$ noch einmal so grofs als $\frac{5}{12}$, also überhaupt von zwei Brüchen, die einerlei Zähler haben, ist derjenige 2mal, 3mal u. s. f. gröfser als der andere, dessen Nenner 2mal, 3mal u. s. f. in dem Nenner des anderen enthalten ist.

Also beruht die Gröfse der Brüche bei einerlei Nenner auf der Gröfse der Zähler, bei einerlei Zähler aber auf der Gröfse der Nenner.

Man kann einen von den gleichen Theilen des Ganzen so oft nehmen, daſs man die Gröſse erhält, die dem Ganzen gleich, oder noch gröſser als das Ganze ist. So sind $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ u. s. f. so groſs, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{19}{5}$ u. s. f. aber gröſser als das Ganze, also unächte Brüche. Die eigentlichen oder ächten Brüche sind von den uneigentlichen oder unächten Brüchen daran zu erkennen: der Zähler eines ächten Bruchs ist allemal kleiner, hingegen der Zähler eines unächten Bruchs entweder eben so groſs, oder gröſser als der Nenner; folglich enthält ein unächter Bruch das Ganze entweder ein- oder mehreremale genau, oder noch einige Theile mehr. So ist $\frac{3}{3} = 1$, $\frac{4}{4} = 1$, $\frac{5}{5} = 1$ u. s. w.; aber $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$, $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$, $\frac{19}{5} = 3 + \frac{4}{5}$. Diese Zahlen werden anstatt der unächten Brüche gewöhnlich auf diese Art geschrieben, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{3}{4}$, $3\frac{4}{5}$ und gemischte Zahlen genannt, weil sie ganze und gebrochene Zahlen zugleich enthalten.

Ein Bruch heiſst im besonderen Sinne ein genannter Bruch, wenn die Einheit desselben genannt ist, wie z. B. $\frac{2}{3}$ Zoll.

§. 22. Ein Bruch ist der Quotient, den man findet, wenn eine Zahl mit einer andern dividirt werden soll, so daſs der Zähler das Dividendum und der Nenner der Divisor ist.

Beweis. Es ist $\frac{1}{3} = 1 : 3$ und $\frac{7}{9} = 7 : 9$. Im ersten Falle ist für sich klar, daſs, wenn man 1 durch 3 dividirt, der Quotient $\frac{1}{3}$ ist, denn es heiſst nichts anders, als die Einheit oder 1 in 3 gleiche Theile theilen und Einen davon nehmen. Nun aber ist der Ausdruck $1 : 3$ mit den gegebenen Begriffen einerlei, also ist $\frac{1}{3} = 1 : 3$.

Im zweiten Falle ist der Bruch $\frac{7}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$. Da nun nach dem ersten

Falle $\frac{1}{3} = 1 : 3$, also auch $\frac{7}{9} = 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9$. Ebenso ist auch der Quotient $7 : 9 = (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) : 9$, oder $= 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9$. Nun war $\frac{7}{9}$ ebenfalls $= 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9 + 1 : 9$: folglich ist $\frac{7}{9} = 7 : 9$.

So heifst der Ausdruck $\frac{4}{16}$ ℔ nichts, als 4 ℔ sollen in 16 gleiche Theile getheilt werden, und es ist $\frac{4}{16}$ ℔ $= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \cdot 4 = 4$ Unzen. Hieraus sieht man, dafs der Satz allgemein für jeden andern Bruch gilt.

Umgekehrt mufs daher auch ganz allgemein jeder Quotient einem Bruche gleich seyn, dessen Zähler das Dividendum und dessen Nenner der Divisor ist. Dennoch ist $25 : 6 = \frac{25}{6}$ oder $\frac{24}{6} + \frac{1}{6} = 4 + \frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}$; daher ist die Bezeichnung der Brüche und der Division einerlei. Vergleicht man dieses mit den Fällen der Division, wo am Ende derselben ein Rest bleibt, so sieht man leicht ein, dafs man zwar den Quotienten in ganzen Zahlen genau gefunden, aber demselben noch ein Bruch hätte angehängt werden sollen, dessen Zähler der Rest, der Nenner aber der Divisor gewesen wäre. Soll man daher $67 : 9$, so ist der Quotient $= 7 + \frac{4}{9}$ oder $\frac{67}{9}$.

Hieraus folgt, dafs man eine jede ganze Zahl in einen unächten Bruch von einem vorgeschriebenen Nenner verwandelt, wenn man nämlich die ganze Zahl mit dem vorgeschriebenen Nenner des Bruchs multiplicirt und das Produkt zum Zähler, den Multiplicator aber zum Nenner macht. So kann z. B. 8 in einen Bruch, dessen Nenner 5 seyn soll, verwandelt werden, denn $\frac{8 \cdot 5}{5} = 40$, aber nicht

40 Ganze, sondern $\frac{40}{5}$, weil $\frac{8 \cdot 5}{5} = 8 \cdot 5 : 5$, und $8 \cdot 5 : 5 = 8$ ist.

§. 23. Wenn man blos den Zähler eines Bruchs (d. h. ohne seinen Nenner zu ändern) mit einer vorgeschriebenen oder nach Willkür gewählten ganzen Zahl multiplicirt; oder blos den Nenner mit eben derselben Zahl dividirt: so wird der Bruch so vielmal gröſser, als die ganze Zahl Einheiten enthält; dividirt man hingegen blos den Zähler eines Bruchs, oder multiplicirt man blos den Nenner desselben: so wird der Bruch so vielmal kleiner, als die ganze Zahl Einheiten enthält.

Beweis. 1) Es sei $\frac{6}{8}$ gegeben und die vorgeschriebene ganze Zahl sei 2; so ist $\frac{6 \cdot 2}{8} = \frac{12}{8} = 2 \cdot \frac{6}{8}$ und $\frac{6}{8 : 2} = \frac{6}{4} = 2 \cdot \frac{6}{8}$; da nun $\frac{1}{8}$ die Hälfte von $\frac{1}{4}$, so ist auch $\frac{6}{8}$ die Hälfte von $\frac{6}{4}$.

2) Es sei wie im Vorigen $\frac{6}{8}$ und die ganze Zahl 2 gegeben: so ist $\frac{6 : 2}{8} = \frac{3}{8} = \frac{6}{8} : 2$, und $\frac{6}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16} = \frac{6}{8} : 2$. Da nun $\frac{1}{16}$ die Hälfte von $\frac{1}{8}$, so ist auch $\frac{6}{16}$ die Hälfte von $\frac{6}{8}$.

Daraus folgt: ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man entweder seinen Zähler mit der ganzen Zahl multiplicirt, oder seinen Nenner damit dividirt; umgekehrt: ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividirt, wenn man entweder seinen Zähler mit der ganzen Zahl dividirt, oder seinen Nenner damit multiplicirt.

§. 24. Den Werth eines Bruchs ändert man nicht, wenn man seinen Zähler und Nenner mit einer und eben derselben ganzen Zahl multiplicirt oder dividirt.

Beweis. Multiplicirt man z. B. den Zähler eines Bruchs mit 2, 3, 4 etc., so wird der Bruch um so vielmal gröſser; multiplicirt man aber auch seinen Nenner mit 2, 3, 4 etc. (nämlich mit eben

derselben Zahl): so wird er um eben so vielmal kleiner. Ebenso auch, dividirt man den Zähler eines Bruchs mit 2, 3, 4 etc., so wird der Bruch um eben so vielmal kleiner, dividirt man aber auch seinen Nenner mit 2, 3, 4 etc., so wird er um eben so vielmal gröſser: folglich bleibt er in beiden Fällen, wie er vor der Multiplication und Division war, und der Werth wird nicht geändert.

Daher kann man einen Bruch unter vielen Formen ausdrücken, ohne daſs sein Werth geändert wird, z. B. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ etc., oder $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$. Ebenso verhält es sich mit den ganzen Zahlen, die in der Form eines unächten Bruchs ausgedrückt werden, z. B. $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$ etc., oder $4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4}$ etc.

§. 25. Einen Bruch aufheben, heiſst ihn in seiner kleinsten Form, oder durch seine kleinsten Zahlen ausdrücken. Dies ist möglich, so lange man eine ganze Zahl findet die im Zähler und Nenner des Bruchs zugleich aufgeht, wie z. B. $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Die Brüche durch ihre kleinsten Zahlen ausgedrückt, schaffen den Vortheil, daſs man die Gröſse derselben oder ihren Werth leicht beurtheilen kann, da es im Gegentheil bei gröſseren Zahlen schwerer wird. So ist der Bruch $\frac{1}{2}$ leichter der Gröſse nach zu beurtheilen als $\frac{8}{16}$ etc.

Nota. Folgende Regeln sind zu vortheilhaften Abkürzungen beim Aufheben der Brüche zu empfehlen.

1) Wenn eine Zahl, welche es auch sei, mit 2 multiplicirt wird: so ist das niedrigste Zahlzeichen im Produkte eins von diesen: 2, 4, 6, 8, 0.

Der Beweis liegt im Einmaleins. Denn $1 \cdot 2 = 2$; $2 \cdot 2 = 4$; $3 \cdot 2 = 6$; $4 \cdot 2 = 8$; $5 \cdot 2 = 10$; $6 \cdot 2 = 12$; $7 \cdot 2 = 14$; $8 \cdot 2 = 16$; $9 \cdot 2 = 18$ etc.

Daraus folgt, wenn sich eine Zahl mit 2, 4, 6, 8, 0 endigt: so kann man sich vorstellen, als sei die Zahl aus einer andern entstanden, die mit 2 multiplicirt worden, und also läſst sie sich auch mit 2 dividiren.

Wenn die Zahlzeichen einer Zahl einzeln addirt werden, und drei oder ein Vielfaches von 3 ausmachen: so läſst sich die Zahl selbst mit 3 dividiren.

Beweis. Es ist:

$1 \cdot 3 = 3$		
$2 \cdot 3 = 6$		
$3 \cdot 3 = 9$		
$4 \cdot 3 = 12$	die Zahlzeichen einzeln addirt	$1 + 2 = 3$
$5 \cdot 3 = 15$	— — — — —	$1 + 5 = 6$
$6 \cdot 3 = 18$	— — — — —	$1 + 8 = 9$
$7 \cdot 3 = 21$	— — — — —	$2 + 1 = 3$
$8 \cdot 3 = 24$	— — — — —	$2 + 4 = 6$
$9 \cdot 3 = 27$	— — — — —	$2 + 7 = 9$
$10 \cdot 3 = 30$	— — — — —	$3 + 0 = 3$
$11 \cdot 3 = 33$	— — — — —	$3 + 3 = 6$
$12 \cdot 3 = 36$	— — — — —	$3 + 6 = 9$

Da nun die Summen dieser Zahlen entweder 3 selbst, oder ein Vielfaches von 3 ausmachen, so folgt, daſs die Zahlen selbst, weil sie Produkte von 3 sind, mit 3 ohne Rest dividirt werden können.

Ist überdies das letzte Zahlzeichen eins von diesen 2, 4, 6, 8, 0, so läſst sich die Zahl mit 6 dividiren; denn im Einmaleins sind die Produkte mit 3 eins ums andere zugleich Vielfache von 6. Nämlich: 6, 12, 18, 24, 30 etc.

3) Endigt sich eine Zahl mit 5 oder 0, so kann sie mit 5 dividirt werden, denn alle Produkte mit 5 geben zu der kleinsten Zahl 5 oder 0.

Beweis. Denn

$$\left.\begin{array}{l} 5 = 1 \cdot 5 = 1 \\ 10 = 2 \cdot 5 = 2 \\ 15 = 3 \cdot 5 = 3 \\ 20 = 4 \cdot 5 = 4 \\ 25 = 5 \cdot 5 = 5 \\ 30 = 6 \cdot 5 = 6 \\ 35 = 7 \cdot 5 = 7 \\ 40 = 8 \cdot 5 = 8 \\ 45 = 9 \cdot 5 = 9 \end{array}\right\} \text{mal } 5.$$

Es wird eine Zahl, die am Ende Nullen hat, mit 10 dividirt, wenn man eine Null wegstreicht und übrigens die Zahl unverändert läſst: folglich lassen *sich alle* Zahlen mit 10 dividiren, die am Ende eine oder mehrere Nullen haben.

4) Wenn man die Einer einer Zahl mit 2 multiplicirt und das Produkt den übrigen Zahlzeichen der Zahl entweder gleich, oder um 7 oder ein Vielfaches von 7 verschieden ist: so läſst sich die Zahl mit 7 dividiren.

Beweis. Die Einer mit 2 multipliciren und um eine Stelle weiter zur Rechten setzen, ist so viel als sie mit 20 multipliciren. Nun stehen aber auch die Einer an ihrer Stelle, nämlich in der ersten zur Linken, folglich sind sie 20mal und einmal, d. i. 21mal da; und die Zahl 21 ist durch 7 theilbar. So ist z. B. bei 63 der erste Fall, nämlich $2 \cdot 3 = 6$; so auch bei 126 ist $2 \cdot 6 = 12$. Der andere Fall aber bei 259 ist $25 - 2 \cdot 9 = 7$; ferner bei 889 ist $88 - 2 \cdot 9 = 70$, und 70 ist ein Vielfaches von 7, oder $7 \cdot 10 = 70$.

5) Jede Zahl, deren Zahlzeichen zusammen *addirt* eine, oder mehrere 9 geben, läſst sich durch 9 *dividiren.*

Beweis. Die einzelnen Zahlzeichen eines Produkts aus 9 addirt, geben allemal 9 oder ein Vielfaches von 9, wie man aus folgender Tabelle sehen kann.

$$9 = 9$$

$$\left.\begin{array}{l} 18 = 1 + 8 = \\ 27 = 2 + 7 = \\ 36 = 3 + 6 = \\ 45 = 4 + 5 = \\ 54 = 5 + 4 = \\ 63 = 6 + 3 = \\ 72 = 7 + 2 = \\ 81 = 8 + 1 = \\ 90 = 9 + 0 = \\ 99 = 9 + 9 = 18 = 1 + 8 \\ 108 = 1 + 0 + 8 = \\ 117 = 1 + 1 + 7 = \\ 126 = 1 + 2 + 6 = \\ 135 = 1 + 3 + 5 = \end{array}\right\} 9$$

etc.

Folglich läſst sich die ganze Zahl mit 9 dividiren.

6) Alle Zahlen, welche aus zwei gleichen Zahlzeichen bestehen, lassen sich ohne Rest mit 11 dividiren. So ist $\frac{44}{11} = 4$, $\frac{55}{11} = 5$, $\frac{66}{11} = 6$, $\frac{77}{11} = 7$ etc.

Der Beweis ergibt sich von selbst.

7) Wenn die Summe der Zahlzeichen einer Zahl aus der ersten, dritten, fünften, siebenten etc. Stelle, von der Rechten zur Linken, entweder so groſs ist als die Summe der Zahlzeichen aus der zweiten, vierten, sechsten etc. Stelle, oder beide Summen um 11, oder ein Vielfaches von 11 verschieden sind: so läſst sich die Zahl mit 11 dividiren.

Beweis. Multiplicirt man eine Zahl mit 11 z. B. 2465;

$$\begin{array}{r} 2465 \\ 11 \\ \hline 2465 \\ 2465 \\ \hline 27115 \end{array}$$

So ist $2 + 1 + 5 = 7 + 1$. Weil nun das Multiplicandum mit 1 multiplicirt, nicht vermehrt wird, aufser das mit 1, welche in der Stelle der Zehner steht; auch das Produkt eine Stelle weiter zur Linken gesetzt wird; so müssen durch die Addition der geraden und ungeraden Glieder die Summen gleich seyn. Da man aber in der Summe statt 10 Einheiten einen Zehner zu der folgenden Reihe nimmt: so tritt der Fall bisweilen ein, dafs die Summe der geraden und ungeraden Glieder um eine, oder mehrere Elfen unterschieden sind. Z. B. $11 \times 6721 = 73931$. Alsdann ist $7 + 9 + 1 = 3 + 3 + 11$.

Endigt sich überdies eine Zahl, die mit 11 dividirt werden kann, mit einem von dem Zahlzeichen 2, 4, 6, 8, 0, so kann sie mit $22 = 2 \cdot 11$ dividirt werden. Z. B. bei 7524 ist $7 + 2 = 5 + 4$; also läfst sich die Zahl durch 11 dividiren. Nun ist das letzte Zahlzeichen 4, folglich kann man auch die Zahl mit 22 dividiren, denn $\frac{7524}{22}$ gibt eine ganze Zahl.

8) Alle Zahlen, welche aus drei gleichen Zahlzeichen bestehen, kann man mit 37 dividiren oder mit einem Produkte aus 37, in eins dieser drei Zahlzeichen. Z. B. $\frac{666}{37}$ gibt eine ganze Zahl, also auch $\frac{666}{6 \times 37}$.

Beweis. $37 \cdot 3 = 111$, und $37 \cdot 3 \cdot 2 = 111 \cdot 2 = 222$, eben so $37 \cdot 3 \cdot 3 = 111 \cdot 3 = 333$ etc., also entstehen die Zahlen, welche aus drei gleichen Zahlzeichen bestehen, aus den Produkten $37 \cdot 3$; 37×6; 37×9; 37×12 etc.

Ist also ein Bruch gegeben, und man soll ihn durch kleinere Zahlen ausdrücken, so kann man sich, wenn es angeht, der vorhin beschriebenen Regeln bedienen. Es sei z. B. der Bruch $\frac{465}{930}$. Zähler und Nenner haben die in Nr. 3 beschriebenen Kennzeichen, folglich kann man sie mit 5 dividiren; $\frac{465 : 5}{930 : 5}$, oder

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{5} \\ 465 & 93 \\ \hline 930 & 186 \end{array}$$

Der Gebrauch dieser Regeln dient allerdings dazu, eine Zahl auf eine leichte Art zu finden, mit welcher Zähler und Nenner eines Bruchs dividirt werden können, um denselben durch kleinere Zahlen auszudrücken: aber durch dieses Verfahren wird man nicht überzeugt, ob die gefundenen Zahlen, mit welchen der Bruch ausgedrückt wird, die kleinsten sind; deshalb mufs man sich noch mit einigen bisher unberührten Eigenschaften der Zahlen bekannt machen, durch deren Hülfe ein Bruch durch seine kleinsten Zahlen ausgedrückt werden kann.

§. 26. Zu den besonderen Eigenschaften der Zahlen führt die Lehre von dem Mafse derselben. Man sagt, eine Zahl geht auf in einer andern, wenn sie die andere ohne Rest dividirt, wie z. B. 4 : 2,

8 : 4 etc. Die Zahl, welche in einer andern aufgeht, also der Divisor ist, heiſst ein Maſs der andern. So ist 2 das Maſs von 4, und 4 das Maſs von 8 etc.

Daraus folgt, die Einheit ist das Maſs einer jeden Zahl, und jede Zahl ihr eigen Maſs.

§. 27. Geht eine Zahl in mehrern verschiedenen ganzen Zahlen auf, so heiſst sie ein gemeinschaftliches oder das gemeine Maſs aller dieser Zahlen. So ist z. B. die Zahl 4 für die Zahlen 8, 16, 20, 24 etc. das gemeine Maſs. Das gröſste gemeine Maſs mehrerer Zahlen ist es, wenn sich kein grösseres angeben läſst, welches in jeder dieser Zahlen aufgeht. Also ist 12 das gröſste gemeine Maſs für die Zahlen 12 und 36, so auch 2 für die Zahlen 8 und 66.

§. 28. Eine Zahl, welche nur sich selbst oder die Einheit zum Maſse hat, heiſst eine einfache Zahl oder Primzahl. Ist eine Zahl aber durch die Multiplication zweier oder mehrerer Primzahlen in einander entstanden, so betrachtet man diese Zahlen als einfache Factoren, das Produkt aber, als wäre es aus diesen einfachen Factoren zusammengesetzt. So sind 2, 3, 5, 7, 11, 13 etc. Primzahlen; 4, 6, 8 etc. aber zusammengesetzte Zahlen. Die Zahlen von der ersten Art werden auch absolute Primzahlen zum Unterschiede derjenigen genannt, welche, wenn man mehrere zusammennimmt, kein gemeines Maſs haben, aber dennoch einzeln mit kleinern Zahlen aufgehen können. Dergleichen Zahlen sind z. B. 9 und 16. In 9 geht 3 und in 16 geht 2, 4 und 8 auf, aber für beide gibt es kein gemeines Maſs. Diese Zahlen, die kein gemeines Maſs haben, nennt man daher Primzahlen unter sich.

Zwei oder mehrere absolute Primzahlen sind allemal Primzahlen unter sich; aber nicht umgekehrt, weil unter Primzahlen unter sich jede ein oder mehrere Maſse haben kann. Befindet sich unter mehreren Zahlen nur eine absolute Primzahl, so sind sie alle Primzahlen unter sich.

§. 29. Jede Zahl ist entweder selbst eine Primzahl, oder eine aus Primzahlen zusammengesetzte Zahl.

Beweis. Ist eine Zahl keine Primzahl, so ist sie aus Factoren zusammengesetzt. Sind die Factoren selbst zusammengesetzt, so kann man diese Factoren aufs neue so lange zerlegen, bis man auf Primzahlen kommt. So ist $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Vermittelst der Primzahlen kann man ebenfalls einen Bruch aufheben, wenn man nämlich Zähler und Nenner in ihre einfachen Factoren zerfällt und die gemeinschaftlichen im Zähler und Nenner gegen einander wegstreicht. So ist z. B. $\frac{2310}{9350} = \frac{\cancel{2} \cdot 7 \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{5} \cdot 3}{5 \cdot \cancel{11} \cdot 17 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{7 \cdot 3}{17 \cdot 5} = \frac{21}{85}$. Nun sind 21 und 85 Primzahlen unter sich, also läſst sich die Form des Bruchs nicht noch mehr abkürzen, folglich ist der Bruch mit seinen kleinsten Zahlen ausgedrückt.

§. 30. Eine Zahl, die in einem von den Factoren eines Produkts aufgeht, geht im Produkte selbst auf.

Beweis. Sie ist alsdann ebenfalls ein Factor des Produkts. Es sei 6 die Zahl, 42 und 4 die Factoren eines Produkts und es ist $42 : 6 = 7$, also $4 \cdot 6 \cdot 7 = 42 \cdot 4$.

§. 31. Eine Zahl, die in zwei andern aufgeht, muſs auch in der Summe dieser beiden Zahlen aufgehen.

Beweis. Es sei 6 diese Zahl, 18 und 6 die beiden andern. Nun ist 6 in 6 und 18, nämlich in jeder für sich, ein oder mehreremale ohne Rest enthalten; folglich muſs 6 auch in 6 + 18 = 24 mehreremale ohne Rest enthalten seyn, denn 6 ist selbst ein Factor von 24.

§. 32. Eine Zahl, die in der Summe zweier Zahlen und in einer von beiden allein aufgeht, muſs auch in der andern aufgehen.

Beweis. Es sei 8 die Zahl, 48 die Summe zweier Zahlen, und eine von beiden sei 16, in welcher 8 aufgeht. Nun ist 48 — 16 = 32. Da nun 32 = 8 • 4 *ist*; so muſs auch 8 als Factor in 32 aufgehen.

§. 33. Wenn von zwei Zahlen die kleinere in der gröſsern aufgeht; so ist sie das gröſste gemeine Maſs der beiden Zahlen.

Beweis. Da die kleinere in ihr selbst und auch in der gröſsern aufgeht; so gibt es keine gröſsere Zahl, die in beiden zugleich aufginge; folglich ist die kleinere selbst das gröſste gemeine Maſs. So ist 12 das gröſste gemeine Maſs von 12 und 48.

§. 34. Wenn von zwei Zahlen die kleinere in der gröſsern nicht aufgeht; so kann das gemeine Maſs beider Zahlen nicht gröſser als der Rest seyn.

Beweis. Die gröſsere Zahl besteht aus dem Produkte der kleinern und aus dem Reste, oder die gröſsere Zahl ist die Summe dieses Produkts und des Restes. Da nun ein gemeines Maſs beider Zahlen in der Summe und dem Produkte beider Zahlen aufgeht, also muſs es auch im Reste aufgehen, folglich kann es nicht gröſser als der Rest seyn. Es sei z. B. 52 und 12. So ist 52 = 12

. 4 + 4, und 4 ist das gemeine Maſs, weil 52 : 4 und 12 : 4 ganze Zahlen im Quotienten geben.

§. 35. Wenn von zwei Zahlen die kleinere in der gröſsern nicht aufgeht, aber wohl der Rest in der kleinern; so ist der Rest selbst das gröſste gemeine Maſs.

Beweis. Denn gesetzt der Rest geht in der kleinern Zahl auf, so geht er auch im Produkte der kleinern in dem Quotienten auf, aber auch in sich selbst, folglich auch in der Summe des Produkts und des Restes, oder welches einerlei ist, in der gröſsern Zahl; also ist er ein gemeines Maſs beider Zahlen und zwar das gröſste.

Es sei z. B. 52 und 12. So ist 52 : 12 = 4 + 4, wo alsdann 4 der Rest ist, und 12 : 4 gibt einen Quotienten ohne Rest, folglich 4 das gröſste gemeine Maſs von 52 und 12.

§. 36. Wenn von zwei Zahlen die kleinere in der gröſsern nicht aufgeht, auch nicht der Rest in der kleinern: so ist das gröſste gemeine Maſs der kleinern Zahl und des Restes auch zugleich das gröſste gemeine Maſs der gröſsern Zahl.

Beweis. Wäre dies nicht: so müſste es ein noch gröſseres geben, welches aber auch zugleich im Reste aufgehen müſste, was unmöglich ist.

Es sei z. B. 78 und 8. So ist 78 : 8, ohne auf den Quotienten Rücksicht zu nehmen, der Rest 6; also 8 : 6 der Rest 2; folglich 6 : 2 gibt eine ganze Zahl im Quotienten; also ist 2 das gröſste gemeine Maſs für 78 und 8.

§. 37. Wenn man von zwei gegebenen Zahlen die gröſsere mit der kleinern dividirt und einen Rest erhält, den vorhergehenden Divisor mit diesem Reste von neuem dividirt u. s. f. bis man einen Rest erhält, der in dem nächst vorhergehen-

den Divisor aufgeht: so ist dieser Rest das gröſste gemeine Maſs der beiden Zahlen.

Beweis. Da dieser Rest das gröſste gemeine Maſs für die letzten zwei Zahlen ist, so ist er es auch für die vorhergehenden zwei, und so fort für alle, bis auf die ersten beiden gegebenen Zahlen.

Es sei z. B. 323 und 228 gegeben. So ist:

```
228) 323 | 1
     228 |
    ------
      95) 228 | 2
          190 |
         ------
          38) 95 | 2
              76 |
             -----
              19) 38 | 2
                  38 |
                 -----
                   0
```

folglich ist 19 das gröſste gemeine Maſs für die Zahlen 19 und 38; also auch für 38 und 95; ferner für 95 und 228: und folglich auch für 228 und 323.

§. 38. Aufgabe. Das gröſste gemeine Maſs zweier Zahlen zu finden.

Auflösung. 1) Man dividire die gröſsere mit der kleinern Zahl, so wird man finden, ob die kleinere selbst das gröſste gemeine Maſs sei.

2) Bleibt ein Rest, so dividire man mit demselben die kleinere Zahl. Geht die Division auf, so ist der vorhin gebliebene Rest das gröſste gemeine Maſs.

3) Geht die Division noch nicht auf, so dividire man den vorhergehenden Divisor mit dem zuletzt gebliebenen Reste. Geht nun die Division auf, so ist der zuletzt gebliebene Rest das gröſste gemeine Maſs.

4) Wäre noch ein Rest geblieben, so müſste

man die vorhin beschriebene Division so lange wiederholen, bis alles aufgeht, und dann ist der Rest, der in den nächst vorhergehenden Divisor aufgeht, oder kürzer, der letzte Divisor, durch welchen die Division aufgeht, das gröſste gemeine Maſs.

5) Bliebe 1 zum Reste, so sind die gegebenen Zahlen Primzahlen unter sich.

Von den Gründen dieses Verfahrens kann man sich ohne Schwierigkeit aus den vorhergehenden §§. überzeugen.

Sind drei, vier und mehrere Zahlen gegeben, und man soll ihr gröſstes gemeinschaftliches Maſs finden: so ordne man sie nach ihrer Gröſse, dividire die kleinste in die nächst gröſsere, und suche nach den so eben gegebenen Regeln ihr gröſstes gemeines Maſs. Ist dieses gefunden, so nehme man das schon gefundene gröſste gemeine Maſs der beiden ersten Zahlen und die folgende von den gegebenen Zahlen zusammen, und sehe, ob dieses auch für die dritte Zahl das gröſste gemeine Maſs sei, wo nicht: so verfahre man wie vorhin und suche ein neues, welches zugleich das gröſste gemeine Maſs der ersten beiden Zahlen seyn wird. Eben so verfahre man mit den folgenden. Bleibt hier auch nur bei Einer 1 zum Reste: so sind alle die gegebenen Zahlen Primzahlen unter sich.

Beispiel. Die gegebenen Zahlen sind 140, 182, 273.

```
140) 182 | 1
     140 |
     ----------
      42) 140 | 3
          126 |
          --------
           14) 42 | 3
               42 |
               ---
                0
```

also ist 14 das gröſste gemeine Maſs für 140 und 182.

```
14) 273 | 19
    14  |
    ----
    133
    126
    ----
     7) 14 | 2
        14 |
        --
         0
```

also ist 7 das gröſste gemeine Maſs für 14 und 273, folglich auch für 140 und 182: daher für alle gegebene Zahlen 140, 182 und 273.

Wenn man daher den Zähler und Nenner eines Bruchs mit ihrem gröſsten gemeinen Maſse dividirt: so erhält man den Bruch mit seinen kleinsten Zahlen ausgedrückt, d. i. man hebt einen Bruch auf. Z. B. es sei $\frac{228}{323}$. Das gröſste gemeine Maſs (nach dem Vorigen) ist 19.

```
  19
  ⌣
 228 | 12
 --- | --
 323 | 17
```

§. 39. Gleichnamige Brüche sind solche, die einerlei Nenner haben, ungleichnamige hingegen, die verschiedene Nenner haben. Brüche gleichnamig machen, oder unter einerlei Benennung bringen, heiſst andere Brüche finden, die einerlei Nenner oder einen General- oder Hauptnenner haben. Ist der gefundene Hauptnenner unter allen möglichen der kleinste: so werden die gleichnamigen Brüche mit ihren kleinsten Zahlen ausgedrückt.

Man bringt daher die Brüche unter einerlei Benennung, wenn man Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit dem Nenner des andern, oder wenn es mehrere sind, mit dem Produkte aus den

Nennern der übrigen Brüche multiplicirt. Sind z. B. die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ gegeben, ist $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$, und $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$; oder sind $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$ gegeben, so ist $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 8}{5 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{112}{280}$; $\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 8}{7 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{160}{280}$; $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 7}{8 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{175}{280}$.

Durch dieses Verfahren bringt man zwar jedesmal die Brüche unter einerlei Benennung; aber die Brüche werden nicht immer durch die kleinsten Zahlen ausgedrückt, weil das Produkt aller Nenner nur in den wenigsten Fällen der kleinste Hauptnenner ist.

§. 40. Aufgabe. Den kleinsten Hauptnenner mehrerer Brüche zu finden.

Auflösung. 1) Man suche das gröſste gemeine Maſs aller, oder doch der meisten Specialnenner.

2) Mit demselben dividire man in die Specialnenner und setze die Quotienten, wie im folgendem Beispiele, unter.

3) Haben alle, oder einige von diesen Quotienten noch für sich ein gemeines Maſs; so dividire man sie abermals und zwar mit dem gröſsten gemeinen Maſse. Auf diese Art fahre man fort, bis kein gemeinschaftliches Maſs mehr statt findet.

4) Nun mache man das Produkt aller zuletzt gebliebenen Zahlen und der gebrauchten Divisoren; so ist dies Produkt der gesuchte kleinste Generalnenner.

Beispiele. Gegebene Nenner:		140	182	273
Gröſstes gemeines Maſs	7)	20	26	39
— — — —	2)	10	13	39
— — — —	13)	10	1	3

folglich ist der kleinste Generalnenner $= 10 \times 1 \times 3 \times 7 \times 2 \times 13 = 5460$; oder:

Gegebene Nenner		14	28	70
Gröſstes gemeines Maſs	14)	1	2	5

also der kleinste Hauptnenner $= 1 \times 2 \times 5 \times 14 = 140$.

Beweis. Da die bei dem ersten Beispiele gebrauchten Divisoren 7 und 2, und die übrig gebliebenen Zahlen 10, 13 und 39 Factoren der gegebenen Nenner 140, 182 und 273 vermöge der gegebenen Auflösung sind; so müssen die Nenner 140, 182 und 273 in dem daraus gemachten Produkte 5460 aufgehen (§. 30), also läſst sich hierzu keine kleinere Zahl finden, folglich ist dieses Produkt der kleinste Hauptnenner. Eben dieses kann aber auch für alle ähnliche Fälle bewiesen werden, folglich ist der Satz allgemein bewiesen.

§. 41. Aufgabe. Zwei oder mehr ungleichnamige *Brüche* unter einerlei Benennung zu bringen.

Auflösung. 1) Man suche den kleinsten Hauptnenner (nach dem vorigen §.).

2) Dividire solchen mit jedem Nenner der gegebenen Brüche, und setze den Quotienten in eine Reihe besonders.

3) Multiplicire den dazu gehörigen Zähler mit dem jedesmaligen Quotienten. Das Produkt des Zählers mit dem Quotienten gibt den neuen Zähler eines jeden Bruchs, wozu der Hauptnenner als Nenner gehört.

Folgende Beispiele können zum Muster dienen.

	Gegebene Brüche. —	Quotienten. —	Neue Zähler.
Hauptnenner 280	$\frac{2}{5}$	56	112
	$\frac{4}{7}$	40	160
	$\frac{5}{8}$	35	175

	Gegebene Brüche. —	Quotienten. —	Neue Zähler.
Hauptnenner 140	$\frac{3}{14}$	10	30
	$\frac{9}{28}$	5	45
	$\frac{47}{70}$	2	94

Also im ersten Beispiele $\frac{2}{5} = \frac{112}{280}$; $\frac{4}{7} = \frac{160}{280}$; $\frac{5}{8} = \frac{175}{280}$; im zweiten Beispiele $\frac{3}{14} = \frac{30}{140}$; $\frac{9}{28} = \frac{45}{140}$; $\frac{47}{70} = \frac{94}{140}$.

Beweis. Der durch die Division eines jeden Nenners in den Hauptnenner erhaltene Quotient zeigt an, wie vielmal der Bruch kleiner geworden ist, denn das Produkt des Nenners in den Quotienten ist gleich dem Hauptnenner (§. 23). Da aber auch die Zähler eines jeden Bruchs mit diesem Quotienten multiplicirt werden, so ist der Bruch um eben so vielmal gröfser geworden (§. 23); folglich ist sein Werth ungeändert geblieben. Nun haben die Brüche alle einen gemeinschaftlichen Nenner bekommen, folglich sind sie unter einerlei Benennung gebracht (§. 39).

Von den vier Rechnungsarten der Brüche.

A. Addition.

§. 42. Die Summe zweier oder mehrerer Brüche, die gleiche Nenner haben, oder auf einerlei Benennung gebracht sind, ist ein Bruch, dessen Nenner der gemeinschaftliche Nenner der gegebenen Brüche, der Zähler aber der Summe der gegebenen Zähler gleich ist.

Der Beweis ergibt sich aus den im §. 21. gegebenen Begriffen, und aus der Lehre von den ganzen Zahlen.

§. 42. Aufgabe. Zwei oder mehr Brüche zu addiren.

Auflösung. 1) Man bringe die gegebenen Brüche nach §. 41. unter einerlei Benennung, wofern sie nicht gleiche Nenner haben.

2) Addire die Zähler, und setze unter die Summe den gemeinschaftlichen Nenner.

3) Ist die Summe ein unächter Bruch, so verwandle man ihn durch die Division des Nenners in den Zähler, in eine gemischte Zahl nach §. 21.

Beispiel. Es sind wie im §. 41. die Brüche $\frac{3}{14}$, $\frac{9}{28}$, $\frac{47}{70}$ gegeben.

$$\begin{array}{c|c|c} & 140 & \\ \frac{3}{14} & 10 & 30 \\ \frac{9}{28} & 5 & 45 \\ \frac{47}{70} & 2 & 94 \\ \hline & & \frac{169}{140} = 1\frac{29}{140}. \end{array}$$

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{30}{140} = \frac{3}{14} \\ \frac{45}{140} = \frac{9}{28} \\ \frac{94}{140} = \frac{47}{70} \end{array}\right\} \ldots (\text{§. } 41.)$$

$$\frac{30}{140} + \frac{45}{140} + \frac{94}{140} = \frac{3}{14} + \frac{9}{28} + \frac{47}{70} \; (\text{§. } 38.)$$

$$\frac{30}{140} + \frac{45}{140} + \frac{94}{140} = \frac{169}{140} = 1\frac{29}{140} \; (\text{§. } 41.)$$

$$\frac{3}{14} + \frac{9}{28} + \frac{47}{70} = \frac{169}{140} = 1\frac{29}{140} \; (\text{§. } 14.)$$

Befinden sich Ganze bei den Brüchen, so addire man, wenn die Brüche addirt sind, die Ganzen für sich, und setze die Summe vor die Summe der Brüche.

Soll z. B. $4\frac{8}{9}$ und $6\frac{2}{5}$ addirt werden, so verfahre man auf folgende Art.

$$\begin{array}{c|c|c} & 45 & \\ 4\frac{8}{9} & 5 & 40 \\ 6\frac{2}{5} & 9 & 18 \\ 1 & & \frac{58}{45} = 1\frac{13}{45} \\ \hline 11\frac{13}{45} & & \end{array}$$

also ist die Summe $= 11\frac{13}{45}$.

Eine gemischte Zahl wird addirt, wenn sie in einen unächten Bruch verwandelt wird, und dies geschieht, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner des daran hängenden Bruchs multiplicirt und den Zähler dazu addirt, den Nenner aber unter die erhaltene Summe setzt.

Z. B. $9\frac{3}{5} = \frac{45}{5} + \frac{3}{5} = \frac{48}{5}$, oder

$$\begin{array}{c|c|c} & 5 & \\ \frac{9}{1} & 5 & 45 \\ \frac{3}{5} & 1 & 3 \\ \hline & & \frac{48}{5} \end{array} \quad (\S.\ 22.)$$

Von diesem Verfahren sagt man gemeiniglich: man richte einen Bruch ein.

B. Subtraction.

§. 43. Die Differenz zweier Brüche, die gleiche Nenner haben oder unter einerlei Benennung gebracht sind, ist ein Bruch, dessen Nenner der gemeinschaftliche Nenner der gegebenen Brüche, der Zähler aber die Differenz jener Zähler ist.

Beweis (§. 42.).

§. 44. Aufgabe. Einen kleinern Bruch von einem gröſsern zu subtrahiren.

Auflösung. 1) Man bringe die beiden gegebenen Brüche, wenn sie verschiedene Nenner haben, unter einerlei Benennung (§. 41.).

2) Subtrahire den kleinern Zähler von dem gröſsern und setze unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner.

Beispiel:

$$\begin{array}{c|c|c} & 24 & \\ \frac{7}{8} & 3 & 21 \\ \frac{5}{12} & 2 & 10 \\ \hline & & \frac{11}{24} \end{array}$$

die gesuchte Differenz.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{21}{24} = \frac{7}{8} \\ \frac{10}{24} = \frac{5}{12} \end{array}\right\} (\S.\ 41.)$$

$\frac{21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{7}{8} - \frac{5}{12}$ (§. 38.)

$\frac{21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{11}{24}$ (§. 44.)

$\frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{11}{24}$ (§. 14.).

Soll von einer ganzen Zahl ein Bruch subtrahirt werden, so borgt man bei der ganzen Zahl 1, und verwandelt diese 1 nach §. 22. in einen Bruch, der mit dem gegebenen einerlei Nenner hat, und subtrahirt z. B. $4 - \frac{3}{4} = 3\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{4}$.

Sind gemischte Zahlen gegeben und man soll sie subtrahiren, so richte man sie ein nach §. 43. und bringe sie unter einerlei Benennung, wenn sie verschiedene Nenner haben nach §. 41., und subtrahire wie vorhin. Z. B. $3\frac{5}{8} - 2\frac{4}{5}$, so ist $3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$, $2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ (§. 45.).

	40	
$\frac{29}{8}$	5	145
$\frac{14}{5}$	8	112
		$\frac{33}{40}$

also $3\frac{5}{8} - 2\frac{4}{5} = \frac{33}{40}$.

Nota. Die Addition und Subtraction dienen, wie bei den ganzen Zahlen, auch bei den Brüchen einander zur Probe.

C. Multiplication.

§. 46. Aufgabe. Einen Bruch mit einem andern zu multipliciren.

Auflösung. Man multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Das Produkt der gegebenen Zähler gibt den Zähler, und das Produkt der gegebenen Nenner den Nenner des gesuchten ten Produkts.

$$\text{Z. B. } \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{7 \times 4} = \frac{6}{28}.$$

Beweis. Einen Bruch ein viertelmal, heißst den vierten Theil davon nehmen, also denselben 4mal kleiner machen. Dies geschieht nach §. 23., wenn

man den Nenner mit 4 multiplicirt; so ist $\frac{2}{7 \times 4}$ $= \frac{2}{28}$, also der 4te Theil von $\frac{2}{7}$; hingegen einen Bruch $\frac{3}{4}$mal, heifst den vierten Theil 3mal nehmen. So mufs also $\frac{2}{28}$ um 3mal gröfser werden, und dies geschieht, wenn man den Zähler mit 3 multiplicirt (§. 23.) und man erhält also $\frac{6}{28} =$ $= \frac{2 \times 3}{7 \times 4} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{4}$.

Folglich entsteht das Produkt, wenn man das Multiplicandum so vielmal vermindert, als die Zahl des Nenners vom Multiplicator angibt; aber auch wieder so vielmal vermehrt als es der Zähler des Multiplicators verlangt. Hieraus ergeben sich einige vortheilhaftere Methoden für die Multiplication der Brüche, die ihren Grund insgesammt in §. 23. haben. Sind die Fälle den Methoden angemessen, so erhält man durch ihren Gebrauch die Produkte der Brüche in kleinern Zahlen ausgedrückt, als nach der angezeigten allgemeinen Methode.

Erster Fall. Man kann, wenn die Divisionen aufgehen, des Multiplicandi Zähler mit des Multiplicators Nenner, und des ersten Nenner mit des letztern Zähler dividiren.

Z. B. $\frac{27}{28} \times \frac{2}{3} = \frac{27:3}{28:2} = \frac{9}{14}$.

Zweiter Fall. Wenn eine von beiden Divisionen allein, die andere aber nicht aufgeht; so lasse man die Zahl, welche mit dem Divisor nicht aufgehen würde, unverändert, und multiplicire, was der Divisor der anderen Zahl gibt, mit derjenigen, womit man sonst die erste hätte dividiren müssen.

Z. B. $\frac{32}{37} \times \frac{7}{8} = \frac{(32 : 8) \times 7}{37} = \frac{4 \times 7}{37} = \frac{28}{37}$ und $\frac{33}{35} \times \frac{7}{8} = \frac{33}{(35 : 7) \times 8} = \frac{33}{5 \times 8} = \frac{33}{40}$.

Die Multiplication zweier ächten Brüche gibt ein Produkt, das kleiner ist, als einer von den Factoren. Man nehme einen Bruch zum Multiplicandum, welchen man will, so zeigt der Multiplicator jedesmal an, daſs man das Multiplicandum nicht ganz, sondern nur etwa $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ etc. nehmen soll, um das Produkt zu erhalten. So ist die Hälfte von einem *halben* Pfunde $\frac{1}{4}$mal genommen $= \frac{1}{16}$ Pfund.

Eine ganze Zahl multiplicirt man mit einem Bruche, und umgekehrt (weil es auf die Ordnung der Factoren nicht ankommt), einen Bruch mit einer ganzen Zahl, wenn man den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl multiplicirt und den Nenner behält. Z. B. $24 \times \frac{3}{5} = \frac{24 \times 3}{5} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5}$ und $\frac{7}{8} \times 5 = \frac{7 \times 5}{8} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$ (§. 23.). Auch wird eine ganze Zahl mit einem Bruche multiplicirt, wenn man den Nenner des Bruchs mit der ganzen Zahl dividirt und den Zähler behält. Doch ist dieses Verfahren nur dann vortheilhaft, wenn die Division aufgeht. Z. B. $5 \times \frac{1}{20} = \frac{1}{20 : 5} = \frac{1}{4}$ und $\frac{5}{18} \times 6 = \frac{5}{18 : 6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (§. 23.). Auch hier muſs das Produkt kleiner werden als die ganze Zahl.

Soll man gemischte Zahlen multipliciren, so verwandle man sie nach §. 43. in unächte Brüche.

Z. B. $(2\frac{3}{4}) \times (6\frac{2}{3}) = \frac{11}{4} \times \frac{20}{3} = \frac{11 \times 20}{4 \times 3} = \frac{220}{12} = 18\frac{4}{12} = 18\frac{1}{3}$.

Der Begriff von der Multiplication läſst sich auch auf folgende Art ganz allgemein so ausdrücken: aus einem Factor entsteht das Produkt auf eben die Art, als aus der Einheit der andere Factor. Der Satz auf diese Art ausgedrückt, kann auch auf die Brüche angewandt werden. Z. B. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. Aus 1 entsteht $\frac{1}{2}$, wenn man die Hälfte davon nimmt, und eben so entsteht aus $\frac{3}{4}$ das Produkt $\frac{3}{8}$. Und umgekehrt: wie aus $\frac{1}{2}$ die 1 entsteht, so entsteht auch aus $\frac{3}{8}$ die Zahl $\frac{3}{4}$. Folglich ist auch ein Factor sovielmal in der Einheit enthalten, als das Produkt in dem andern Factor.

D. Division.

§. 47. Aufgabe. Einen Bruch mit einem andern zu dividiren.

Auflösung. Man wende den Divisor um, so daſs der Nenner zum Zähler und der Zähler zum Nenner wird, und multiplicire die Brüche wie im §. 46., so ist das gefundene Produkt der gesuchte Quotient.

Beispiel. $\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$.

Beweis. Wenn man untersucht, wie vielmal 1 in $\frac{3}{5}$ enthalten ist, so findet man $\frac{3}{5}$mal, aber 1 nicht ganz, sondern $\frac{3}{5}$ von 1 sind darin enthalten. Untersucht man ferner, wie vielmal $\frac{1}{7}$ in 1 enthalten ist, so findet man 7mal öfter, d. i. $7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5}$mal. Endlich wie vielmal $\frac{4}{7}$ in $\frac{3}{5}$ enthalten ist, so findet man 4mal weniger als $\frac{1}{7}$; also $\frac{3 \times 7}{5 \times 4}$

$= \frac{21}{20}$mal. Da nun nach dem Begriffe der Division die Zähler und Nenner in einander hätten dividirt werden sollen, solches aber nur dann bequem angeht, wenn die Divisionen aufgehen, so war es einerlei, daſs anstatt der Division die Multiplication mit verkehrtem Multiplicator gewählt wurde, denn das Dividendum ist so vielmal vermehrt worden als der Nenner angibt, aber auch so vielmal vermindert, als der Zähler es verlangt (§. 23.), folglich ist die Auflösung richtig.

Haben die gegebenen Brüche einerlei Benennung, oder sind sie auf solche gebracht nach §. 41.; so *dividire* man blos den Zähler des Dividendi mit dem Zähler des Divisors. Z. B. $\frac{8}{12} : \frac{2}{12} = 4$.

Man kann der Abkürzung wegen bei einigen Fällen, vermöge des §. 23., von der gegebenen Regel abweichen, nämlich:

Erster Fall. Wenn die Brüche ungleiche Nenner haben, und des Divisors Zähler in des Dividendi Zähler, und ebenso des Divisors Nenner in des Dividendi Nenner aufgeht: so dividire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Der erste Quotient ist der Zähler, der andere aber der Nenner des gesuchten Quotienten. Z. B. $\frac{21}{40} : \frac{3}{8} = \frac{21:3}{40:8} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$.

Zweiter Fall. Geht unter der vorigen Bedingung die eine Division allein, die andere aber nicht auf: so lasse man die Zahl, welche mit dem Divisor nicht aufgehen würde, unverändert, und multiplicire, was die Division der andern Zahl gibt, mit derjenigen, womit man die erste hätte dividiren müssen.

Beispiele. $\frac{12}{17} : \frac{2}{5} = \frac{(12 : 2) \times 5}{17} = \frac{6 \times 5}{17}$

$= \frac{30}{17} = 1\frac{13}{17}$ oder $\frac{15}{48} : \frac{7}{12} = \frac{15}{(48 : 12) \times 7} = \frac{15}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$.

Eine ganze Zahl wird mit einem Bruche dividirt, wenn man sie mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und das Produkt mit dem Zähler dividirt. Z. B. $126 : \frac{4}{5} = 126 \times 5 : 4 = 157\frac{1}{2}$.

Denn

```
      126
        5
   --------
   4) 630 | 157
      4   |
     ---
      23
      20
     ---
      30
      28
     ---
       2
```

Oder: man kehrt den Bruch um, verwandelt die ganze Zahl in einen unächten Bruch und multiplicirt. Z. B. $126 : \frac{4}{5} = \frac{126}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{126 \times 5}{1 \times 4} = \frac{630}{4} = 157\frac{1}{2}$.

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividirt, wenn man den Nenner mit dem Divisor multiplicirt und den Zähler behält. Denn so vielmal wird der Bruch kleiner, als man seinen Nenner gröſser macht (§. 23.). Z. B. $\frac{15}{32} : 5 = \frac{15}{32 \times 5} = \frac{15}{160} = \frac{3}{32}$; oder $\frac{15}{32} : 5 = \frac{15}{32} : \frac{5}{1} = \frac{15}{32} \times \frac{1}{5} = \frac{15 \times 1}{32 \times 5} = \frac{15}{160} = \frac{3}{32}$.

Wenn der Divisor im Zähler des Bruchs aufgeht: so dividire man ihn damit und behalte den Nenner (§. 23.). Im vorigen Beispiele: $\frac{15}{32} : 5 = \frac{15:5}{32} = \frac{3}{32}$.

Soll man gemischte Zahlen dividiren: so verwandle man sie nach §. 43. in unächte Brüche. Z. B. $(6\frac{1}{4}) : (4\frac{2}{5}) = \frac{25}{4} : \frac{22}{5} = \frac{25}{4} \times \frac{5}{22} = \frac{25 \times 5}{4 \times 22} = \frac{125}{88} = 1\frac{37}{88}$.

Wenn man einen Bruch oder auch eine ganze Zahl mit einem ächten Bruche dividirt, so wird der Quotient gröſser als das Dividendum. Denn man multiplicirt das Dividendum mit einer gröſseren Zahl, als mit welcher man es nachher dividirt. Ist aber der Divisor eine ganze Zahl oder ein unächter Bruch: so findet man das Gegentheil.

Auch bei Brüchen gilt der Satz: Der Divisor ist so oft im Dividendo, als die Einheit im Quotient enthalten. Denn $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 1} = \frac{8}{3}$. Nun ist $\frac{1}{4}$, d. i. $\frac{3}{12}$, so oft in $\frac{2}{3}$ oder $\frac{8}{12}$, als 1 oder $\frac{3}{3}$ in $\frac{8}{3}$.

Nota. Multiplication und Division dienen ebenfalls, wie bei ganzen Zahlen, auch bei den Brüchen einander zur Probe.

§. 48. Ein Bruch, dessen Zähler und Nenner, beide für sich betrachtet, schon Brüche sind, nennt man einen gebrochenen oder irregulären Bruch, wie z. B. $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{7}}$, und $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}}$.

Ein gebrochener Bruch $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{7}}$ ist mit dem Quotienten $\frac{5}{8} : \frac{3}{7}$ einerlei. Denn $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{7}} = \frac{5}{8} : \frac{3}{7}$ (§. 22.) und $\frac{5}{8} : \frac{3}{7} = \frac{5 \times 7}{8 \times 3} = \frac{5}{8} : \frac{3}{7}$ (§. 47.), also auch $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{7}} = \frac{5}{8} : \frac{3}{7}$.

Kapitel III.

Von den Decimalbrüchen insbesondere.

§. 49. Brüche, die keine andern Nenner als zehn, oder ein Produkt von Zehn in Zehn haben, werden zehntheilige oder Decimalbrüche genannt. Also ist der Nenner eines Decimalbruchs 1 mit einer oder mehreren Nullen und das Ganze ist in 10, 100, 1000, 10000 etc. gleiche Theile getheilt. Z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{26}{1000}$, $\frac{327}{100}$, $\frac{246789}{10000}$ etc. Da die letzten beiden Brüche unächte Brüche sind: so sieht man leicht, daſs nach der Division mit dem Nenner der Zähler so viel Zahlzeichen erhalten wird, als der Nenner Nullen hat. Z. B. $\frac{327}{100} = 3\frac{27}{100}$; $\frac{246789}{10000} = 24\frac{6789}{10000}$, folglich kann man den Nenner allemal wissen, wenn der Zähler gegeben oder der Nenner des Bruchs genannt wird, ohne daſs er jedesmal, wie bei den gemeinen Brüchen, dem Bruche beigefügt werden muſs, weil er aus so vielen Nullen besteht, als der Zähler Zahlzeichen hat. Damit aber die mit den Decimalbrüchen verbundenen ganzen Zahlen nicht zu den Brüchen gezählt werden: so setzt man zwischen beide ein Komma (,) auch wohl einen Punct (.) und schreibt die Decimalbrüche übrigens wie ganze Zahlen. Also ha-

ben $4\frac{26}{100}$ und 4,26 einerlei Werth und werden auf gleiche Art gelesen. Sind keine ganzen Zahlen vorhanden, so schreibt man in die Stelle der Einer eine Null mit dem Komma und läſst die Zahlzeichen des Decimalbruchs von der Linken zur Rechten folgen. Fehlen bei den Decimalbrüchen Zahlzeichen für eine oder mehrere Stellen, so füllt man sie mit Nullen an, wie bei den ganzen Zahlen. Ueberhaupt liegt bei den Decimalbrüchen das gemeine Gesetz der Zahlen zum Grunde, mit dem Unterschiede, daſs die Zahlzeichen der Decimalbrüche in der ersten Stelle von der Linken gegen die Rechte Zehntheilchen der Einheit, in der zweiten Hunderttheilchen der Einheit, in der dritten Tausendtheilchen der Einheit etc. gelten; da hingegen bei den ganzen Zahlen, das Zahlzeichen in den ersten Stellen nach den Einern von der Rechten gegen die Linke gerechnet, zehnfache Einheiten oder Zehner etc. anzeigt. Folgende Tabelle kann zur allgemeinen Uebersicht und zu der Kenntniſs der Werthe nach den Stellen der Decimalbrüche dienen.

6 sind sechs Ganze
6,1 — — — und 1 Zehntheilchen.
6,01 — — — — 1 Hunderttheilchen.
6,001 — — — — 1 Tausendtheilchen.
6,0001 — — — — 1 Zehntausendth.
6,00001 — — — — 1 Hunderttausendth.
6,000001 — — — — 1 Milliontheilchen.
6,0000001 — — — — 1 Zehnmilliontheilch.

Ebenso:

0,2 sind 0 Ganze und 2 Zehntheilchen.
0,02 — — — — 2 Hunderttheilchen.

Hieraus sieht man, wenn ein Decimalbruch geschrieben werden soll und sein Nenner durch Worte

ausgedrückt wird, dafs man das Zahlzeichen der kleinsten Theile der Einheit im Zähler um so viel Stellen von der Stelle der Einer nach der Rechten zu abrücken mufs, als der Nenner Nullen enthält.

Da die erste Stelle nach dem Komma gegen die Rechte Zehntheilchen, d. i. die Einheit ist in zehn gleiche Theile getheilt, die andere Stelle aber Hunderttheilchen, d. i. die Einheit ist in 100 gleiche Theile getheilt, enthält: also jede Einheit in der zweiten Stelle 10mal kleiner ist, als in der ersten, folglich in jeder folgenden Stelle einen 10mal kleinern Werth hat als in den vorhergehenden, so folgt: alle Zahlzeichen nach dem Komma, welche ächte Decimalbrüche bezeichnen, gehören zu verschiedenen abnehmenden Decimalordnungen. Z. B. $24{,}5430278 = \frac{245430278}{10000000} = 24, \frac{5430278}{10000000} = 24 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{0}{10000} + \frac{2}{100000} + \frac{7}{1000000} + \frac{8}{10000000}$.

Ist die Stelle der Einer durch das Decimalzeichen (,) einmal bestimmt, so kann man einem Decimalbruche rechter Hand so viele Nullen beifügen als man will, ohne dafs der Werth des Bruchs geändert wird, wie man aus dem vorhergehenden leicht begreift. So ist z. B. $0{,}24 = 0{,}240 = 0{,}2400 = 0{,}24000$ etc. Demnach ist $0{,}240 = \frac{240}{1000}$; $0{,}2400 = \frac{2400}{10000}$ etc. Alle diese Brüche aber sind $\frac{24}{100}$ oder (nach §. 49.) $= 0{,}24$.

Man kann daher Decimalbrüche auf eine sehr leichte Art unter einerlei Benennung bringen: man hängt nämlich rechter Hand an diejenigen Brüche, welche wenigere Decimalstellen enthalten als andere, so viele Nullen, bis die gegebenen Brüche gleich viele enthalten. Sind die Brüche gegeben 0,6; 0,045; 0,2301; 0,00045; so erhält man an ihrer Statt folgende Brüche von einerlei Werth mit den

gegebenen Brüchen: 0,60000; 0,04500; 0,23010 und 0,00045.

Jede ganze Zahl kann mit beigefügten Nullen in der Form eines Decimalbruchs geschrieben werden, nur müssen die Nullen rechter Hand, und zwischen diese und dem Zahlzeichen der ganzen Zahl ein Komma gesetzt werden. Z. B. $12 = 12,0 = \frac{120}{10}$ d. i. 120 Zehntheile; $12,00 = \frac{1200}{100}$, d. i. 1200 Hunderttheile.

Will man, wie bei den ganzen Zahlen, den Namen einer Decimalstelle suchen, so rechne man die Einer mit, und man findet z. B. in der 5ten Stelle Zehntausendtheile.

§. 50. Aufgabe. Zahlen mit Decimalbrüchen zu addiren und von einander zu subtrahiren.

Auflösung. Man setze die Zahlzeichen der Zahlen so untereinander, daſs die von einerlei Ordnung in eine Reihe zu stehen kommen, und verfahre übrigens wie bei den ganzen Zahlen. In der Summe und der Differenz setze man das Komma rechts den Einern der ganzen Zahl.

Addition.		Subtraction.
12,054		24,0532
4,6		6,594067
126,5407	Differenz	17,459133
41,125078		
2,0001		
Summe 186,319878.		

Beweis. Wenn man (nach §. 49.) die Decimalbrüche unter einerlei Benennung bringt, und sie als ganze Zahlen betrachtet; so darf man nur die Zähler addiren oder subtrahiren und die Nenner behalten. Weil aber die fehlenden Stellen in den Zählern nur Nullen bekommen, wenn sie auf ei-

nerlei Benennung gebracht werden: so ist auch die Summe und Differenz richtig gefunden, da die Zahlzeichen, die zu einerlei Decimalordnung gehören, addirt oder subtrahirt sind.

§. 51. Aufgabe. Zahlen mit Decimalbrüchen zu multipliciren und zu dividiren.

Auflösung. 1) Multiplication. Man setzt den Multiplicator unter das Multiplicandum und sieht die Zahlen für ganze Zahlen an. Dem Produkte gibt man so viele Decimalstellen als beide Factoren zusammen enthalten. Besteht das Produkt aus weniger Stellen, so fügt man demselben linker Hand so viele Nullen bei, bis die Anzahl so grofs ist wie in beiden Factoren zusammen, und setzt voran noch eine Null mit dem Komma.

Fälle.

a)		b)		c)	
	6,423		0,00045		1,25
	0,26		4,3		1,6
	38538		135		750
	12846		180		125
	1,66998		0,001935		2,000

Beweis. Da nach der gegebenen und dem Begriffe der Multiplication der Brüche angemessenen Auflösung Zähler mit Zähler multiplicirt werden: so hat man auch zugleich das Produkt der Nenner gefunden, welches in jedem Falle so viele Nullen enthalten mufs, als beide Zähler zusammen genommen, d. i. 1 mit einer Reihe daran hängender Nullen, weil jeder Nenner für sich so viele Nullen enthält, als der Zähler Zahlzeichen hat (§. 49.), folglich hat das Verfahren seine Richtigkeit.

2) Division. Man untersucht: a) ob das Dividendum eben so viele Decimalstellen hat als der Divisor; wo nicht, so füge man demselben so viele

Nullen bei als nöthig sind (§. 49.), b) ob, wenn man beide als ganze Zahlen betrachtet, das Dividendum gröſser sei als der Divisor, wo nicht, so setze man an das Dividendum so viele Nullen, als erforderlich sind.

Nun dividire man wie bei ganzen Zahlen, so weit, bis man bei der gemeinen Division aufhört, und gebe dem Quotienten von der Rechten gegen die Linke so viele Decimalstellen als übrig bleiben, wenn man die Anzahl derselben im Divisor von der Anzahl im Dividendo subtrahirt.

F ä l l e.

a) 8,448 : 9,6

9,6) 8,448 | 0,88
768
768
768

b) 6,495 : 2573,4

2573,4) 6,4 9 5 0 | 0,002
5 1 4 6,8
Rest 1 3 4 8 2

c) 5,4 9 : 2,57

2,57) 5,4 9 | 2,
5 1 4
Rest 3 5

d) 0,42 : 8,41

8,41) 0,4200 | 0,04
3364
Rest 836

e) 15,8 : 6,247

6,247) 15,800 | 2
12494
Rest 3306

f) 86,29 : 431,416

431,416) 86,2900 | 0,2
86,2832
Rest 68.

In den Fällen wo ein Rest bleibt, kann man den Quotienten noch genauer finden, wenn man dem Reste eine Null beifügt und weiter dividirt; denn der Werth des Bruchs wird nicht geändert, weil man durch diese 0 den Zähler mit 10 multiplicirt und dadurch wird zugleich auch der Nenner mit 10 multiplicirt, weil er allemal so viele Nullen bekommt, als der Zähler Zahlzeichen enthält. Dies kann man nur so lange fortsetzen, bis

die Division aufgeht, oder bis man glaubt, den Quotienten genau genug gefunden zu haben. So würde man mit dem Beispiele n. c. auf folgende Art verfahren.

```
2,57) 5,49| 2,136186 . . . .
      514 |
      ----
       350
       257
       ----
        930
        771
        ----
        1590
        1542
        ----
          480
          257
          ----
          2230
          2056
          ----
           1740
           1542
           ----
            198
```

Geht die Division nicht auf, so kann man dem Quotienten den Rest beifügen. Der Rest aber ist ein Bruch, dessen Zähler der Rest, und der Nenner der Divisor mit so vielen Nullen ist, als man im Quotienten Decimalstellen erhalten hat. Z. B. der vorige Quotient ist $= 2{,}136186 + \frac{198}{257000000}$.

Beweis. Da durch das Beifügen der Nullen im Dividendo die Brüche auf einerlei Benennung gebracht (§. 49.), und alsdann wie ganze Zahlen angesehen werden können; so sind die hieher gehörigen Fälle schon durch die gemeine Division erwiesen. Die Fälle, wenn das Dividendum eben so viel oder mehrere Decimalstellen als der Divisor hat, lassen sich auf folgende Art beweisen: n. a, $8{,}448 : 9{,}6 = \frac{8448}{1000} : \frac{96}{10} = \frac{8448 \times 10}{961000} = \frac{8448}{96} \times$

$\times \frac{1}{100}$ = 0,88. Auf eben diese Art lassen sich die übrigen hieher gehörigen Fälle rechtfertigen.

Ist das Dividendum eine ganze Zahl, der Divisor aber eine ganze Zahl mit angehängten Decimaltheilen, und die Division geht nicht auf; so hängt man an dem Reste so viele Nullen an, als man für nöthig findet, oder setzt beim jedesmaligen Dividiren eine Null zu. Dem Quotienten gibt man von der Rechten gegen die Linke so viele Decimalstellen als übrig bleiben, wenn man die Anzahl derselben im Divisor von der an dem Rest gehängten Anzahl subtrahirt. Z. B. 5432 : 2,4 = 2263,33

Eine Zahl mit Decimalstellen multiplicirt und dividirt man mit 10, 100, 1000, 10000 etc., wenn man das Komma im Multiplicando so viele Stellen gegen die rechte Hand rückt, und im Dividendo so viele Stellen nach der Linken, als der Multiplicator oder Divisor Nullen neben der 1 hat. Wird z. B. 12,45967 mit 10000 multiplicirt, so ist das Produkt = 124596,7; 24,56 × 100 = 2456; auch 124596,7 : 10000 = 12,45967; 2456 : 100 = 24,56.

§. 52. Aufgabe. Einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln.

Auflösung. Man setze an den Zähler des gemeinen Bruchs rechter Hand ein Komma, und nach demselben so viele Nullen als man für nöthig findet, und dividire mit dem Nenner. Ist der Bruch ein ächter Bruch, so ist der Quotient 0 Ganze, in Decimaltheilen aber dem Werthe des Bruchs entweder gleich, oder doch beinahe gleich (§. 22.). Bei einem unächten Bruche hingegen enthält der Quotient entweder eine ganze Zahl allein, oder eine ganze Zahl mit Decimalstellen.

Beispiele. 1) Wo der Quotient dem Bruche gleich ist.

$\frac{1}{2}$ = 2) 1,0 | 0,5
10 |

$\frac{4}{5}$ = 5) 4,0 | 0,8
40 |

denn $\frac{1}{2} = \frac{10}{10} : 2 = 0{,}5$ und $\frac{4}{5} = \frac{40}{50} : 5 = 0{,}8$; so auch $\frac{3}{4} = \frac{300}{100} : 4 = 0{,}75$; denn

4) 3,0 | 0,75
28 |
20
20

2) Wo der Quotient dem Bruche beinahe gleich ist. Es sei:

$\frac{2}{3}$ = 3) 2,0 | 0,666
18 |
20
18
20
18
2 Rest.

$\frac{1}{3}$ = 3) 1,0 | 0,333
9 |
10
9
10
9
1 Rest.

Hieraus sieht man deutlich, daſs in den beiden letzten Beispielen allemal ein Rest bleiben muſs, man mag auch dividiren soweit man will. In den meisten Fällen wird es genügen, die Division zu endigen, wenn der Fehler kein Hundertmilliontheilchen beträgt. Setzt man zu dem Quotient noch den Rest als Zähler und den Divisor mit so vielen Nullen, als man dem Dividendo oder den jedesmaligen Resten angehängt hat, als Nenner, so ist er genau so groſs als der gegebene gemeine Bruch. Einen solchen Rest aber kann man ohne Bedenken weglassen, weil er auf die Richtigkeit einer Rechnung wenig Einfluſs hat. Man sieht wohl, daſs es möglich ist, den Quotienten, oder welches einerlei ist, den Decimalbruch so genau zu finden, daſs der Unterschied von dem gemeinen Bruche kleiner ist, als jeder gegebene noch so kleine Bruch.

Durch die Addition und Subtraction zweier Decimalbrüche kann man sich von der Gröfse des Unterschieds zwischen dem gemeinen und dem Decimalbruche von einerlei Werth auf folgende Art überzeugen.

1) Durch die Addition.

Mit Zuziehung des Restes.	Mit Weglassung des Restes.
$\frac{2}{3} = 0{,}666\frac{\frac{2}{3}}{1000}$	$\frac{2}{3} = 0{,}666666\ldots$
$\frac{1}{3} = 0{,}333\frac{\frac{1}{3}}{1000}$	$\frac{1}{3} = 0{,}333333\ldots$
also $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1{,}000$	$\frac{3}{3} = 0{,}999999\ldots$

2) Durch die Subtraction.

Mit Zuziehung des Restes.	Mit Weglassung des Restes.
$\frac{2}{3} = 0{,}666\frac{\frac{2}{3}}{1000}$	$\frac{2}{3} = 0{,}666666\ldots$
$\frac{1}{3} = 0{,}333\frac{\frac{1}{3}}{1000}$	$\frac{1}{3} = 0{,}333333\ldots$
also $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 0{,}333\frac{\frac{1}{3}}{1000}$	$\frac{1}{3} = 0{,}333333\ldots$

Ebenso läfst sich die Verwandlung der Brüche durch die Multiplication und Division prüfen.

1) Durch die Multiplication.

Da es nicht nothwendig ist, die Factoren so unter einander zu setzen, wie im §. 51., so kann man verschiedener Vortheile wegen, die sich daraus herleiten lassen, die Zahlzeichen des Multiplicators unter die Zahlzeichen des Multiplicandi auf die Art setzen, wie bei der Addition (§. 50), so dafs die ganzen Zahlen, oder an ihrer Stelle die Nullen, dann die Decimalstellen unter einander zu stehen kommen, wie es die abnehmenden Decimalordnungen erfordern, und dann die Multiplication mit dem höchsten Zahlzeichen des Multiplicators anfangen, wenn keine ganzen Zahlen vor-

handen sind. Alsdann kommt das niedrigste Zahlzeichen des Produkts unter das niedrigste des Multiplicandi zu stehen. Die folgenden Partialprodukte rückt man um eine Stelle weiter zur Rechten, und verfährt übrigens wie bei der gewöhnlichen Multiplication.

Beispiele.

$$\begin{array}{r|l}
\frac{2}{3} = 0{,}666666\ \ldots & \\
\frac{1}{3} = 0{,}333333\ \ldots & \\
\hline
0{,}1999998 & \\
199999 & 8 \\
19999 & 98 \\
1999 & 998 \\
199 & 9998 \\
19 & 99998 \\
\hline
\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9} = 0{,}2222217 & 77778
\end{array}$$

Verwandelt man $\frac{2}{9}$ in einen Decimalbruch, so findet man:

$$\begin{array}{r|l}
9)\ 2{,}0 & 0{,}222222\ \ldots \\
1\,8 & \\
\hline
2\,0 & \\
1\,8 & \\
\hline
2\,0 & \text{etc.}
\end{array}$$

Im Produkte ist also das sechste Zahlzeichen zu klein, welches auch die folgenden nicht ergänzen. Die Ursache ist diese: da die Reste in den Factoren weggelassen sind, so mufs nothwendig das erste Zahlzeichen 8 im ersten Partialprodukte schon zu klein werden, folglich auch die übrigen, und daher ist auch das 6te im Totalprodukte zu klein. Der Fehler beträgt aber auch kein Milliontheilchen: also kann es auf die Richtigkeit der Berechnungen keinen grofsen Einflufs haben.

Man kann leicht begreifen, dafs man den vorgesetzten Zweck doch erreicht, wenn auch die

Zahlzeichen der einzelnen Produkte rechts hinter dem Striche nicht ausgeschrieben wären. Dieses leitet auf die sogenannte abgekürzte Multiplication, die man leicht aus beigefügtem Beispiele übersehen kann. Z. B.

$$\frac{2}{3} = 0{,}666666 \ldots\ldots$$
$$\frac{1}{3} = 0{,}333333 \ldots\ldots$$

$$\begin{array}{r} 0{,}1999998 \\ 199999 \\ 19999 \\ 1999 \\ 199 \\ 19 \\ \hline \end{array}$$
$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 0{,}2222217$$

Man multiplicire wie hier im Beispiele, nachdem man mit den Zehntheilen des Multiplicators multiplicirt hat, das vorletzte Zahlzeichen im Multiplicando, und lasse sofort jedesmal ein Zahlzeichen des Multiplicandi von der Rechten gegen die Linke weg. Damit man sich nicht irre, so streiche man die Zahlzeichen im Multiplicando und Multiplicator durch, alsdann weiſs man jedesmal, mit welchem Zahlzeichen die Multiplication anfängt. Ebenso verhält man sich, wenn beide Factoren auſser den Decimaltheilen noch ganze Zahlen enthalten. Auf diese Art weiſs man also, daſs wenigstens die ersten fünf Decimalstellen richtig gefunden werden.

2) Durch die Division.

Man kann auf ähnliche Art, wie bei der Multiplication, allemal; wenn das erste Zahlzeichen des Quotienten gefunden ist, das niedrigste Zahlzeichen im Divisor weglassen. Die Befolgung dieser Regel gibt dann die abgekürzte Division. Z. B.

5

12,945786 : 5,214352.

12,945786	2,482723
5,214352	
10,428704	
2,517082	
5,21435	
20,85740	
4,31342	
52143	
41,7144	
1,4198	
5,214	
10428	
3,770	
521	
3647	
123	
52	
104	
19	
5	
15	
4	

Ist man des Verfahrens bei der abgekürzten Division nur einmal gewifs, dann ist es nicht nöthig, den Divisor bei jedem Theile des Quotienten, den man suchen will, unterzusetzen, sondern man kann denselben wie gewöhnlich zur Seite schreiben, alsdann wie bei der Multiplication ein Zahlzeichen nach dem andern wegstreichen, und so die Division noch mehr abkürzen.

Die Decimalbrüche verschaffen im Rechnen und in der Anwendung Vortheile, die man durch den Gebrauch der gemeinen Brüche nicht erhalten kann.

Kapitel IV.

Von den Reductionen genannter Zahlen.

§. 53. Jede Zahl, bei welcher der Name der Einheit steht, heiſst eine genannte Zahl, die Einheit kann man also als das Maſs der Zahl betrachten. Da diese Einheiten aber an und für sich verschieden und nur selten unter das allgemeine Gesetz unsers Zahlensystems gebracht sind: so ist es nöthig, daſs man sich mit den Eigenschaften der Gegenstände näher bekannt macht, die durch Zahlen ausgedrückt werden. Die hieher gehörigen Eigenschaften der Gegenstände betreffen vorzüglich die Verschiedenheit der Maſse und Gewichte, die Dauer der Zeit etc.

Die Namen und Eintheilungen der Gewichte, Maſse etc. zu wissen, ist vorzüglich nothwendig, wenn man auf wirklich vorhandene Gegenstände Anwendungen der vorhin gegebenen und ferner zu gebenden theoretischen Rechnungsregeln machen will. Daſs die Namen und Eintheilungen an sich willkürlich und in verschiedenen Staaten wirklich verschieden sind, weiſs man schon aus der Erfahrung. Auch kommen bei den verschiedenen Gewerben noch besondere Eintheilungen der Maſse, Gewichte etc. vor, die Derjenige wissen muſs, der nur irgend eine dahin einschlagende Berechnung anstellen will.

Hier werden einige Beispiele genügen, um die in der pharmazeutischen Chemie und Physik gebräuchlichsten Eintheilungen daran zeigen zu können. Unter die unentbehrlichsten gehören folgende.

Gewichte. 1 Centner enthält 110 Pfund, 1 Pfund 32 Loth, 1 Loth 4 Quentchen.

Nach einer andern Eintheilung aber: 1 Centner 110 Pfund, 1 Pfund 16 Unzen, 1 Unze 8 Drachmen, 1 Drachme 3 Scrupel, 1 Scrupel 20 Gran.

Maſse. Unter den Längenmaſsen ist die rheinländische Ruthe eine der gewöhnlichsten. Ihre Eintheilung ist folgende: 1 Ruthe enthält 12 Fuſs, 1 Fuſs 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien. Die geometrische Eintheilung ist bequemer, weil sie mit dem Zahlensysteme übereinstimmt und vermittelst der Decimalbrüche bequem behandelt werden kann. Sie ist folgende: 1 Ruthe hält 10 Fuſs, 1 Fuſs 10 Zoll, 1 Zoll 10 Linien, 1 Linie 10 Scrupel. Durch diese Eintheilungen sind die Benennungen Decimal- und Duodecimalmaſs entstanden.

Die hier bemerkten Eintheilungen setzen keinesweges in den Stand, alle vorkommenden Fälle der chemischen und physischen Arithmetik behandeln zu können, ob sie gleich völlig hinreichend sind, durch ihren Gebrauch die vier Rechnungsarten in genannten Zahlen zu erläutern. Im Folgenden werden Tafeln mitgetheilt werden, welche die, für unsere Zwecke nöthigen Eintheilungen der Gewichte und Maſse etc. enthalten.

Die eben angegebenen Eintheilungen enthalten die Zahlen, welche angeben, wie viel Einheiten der kleinern Art Eine von der gröſsern Art ausmachen, so daſs man Einheiten der kleinern Art in Einheiten der gröſsern verwandeln, oder überhaupt genannte Zahlen von einer gewissen Benennung auf einen andern Namen oder eine andere Benennung bringen kann. Diese Verwandlung selbst kann man Reduction, und die Zahlen; deren man sich dazu bedient, Reductionszahlen nennen.

§. 54. Aufgabe. Eine genannte ganze Zahl auf einen gröfsern Namen zu bringen.

Auflösung. Man dividire die gegebene Zahl mit der Reductionszahl. Der Quotient erhält den gröfsern und, wenn ein Rest bleibt, den kleinern Namen. Man kann aber auch den Rest in der Form eines Bruchs mit dem Quotienten zugleich, mit dem gröfsern Namen ausdrücken. Z. B. 426 Pfund, wie viel Centner sind's?

```
Reductionszahl 110) 426 | 3 96/110 Centner = 3 Cent-
                    330 |          ner 96 Pfund.
                    ---
                     96
```

Ist die gegebene Zahl von der Art, dafs man sie stufenweise auf den nächst gröfsern Namen bringen mufs: so darf man sich nur jedesmal die Reductionszahl merken, mit derselben dividiren und übrigens wie vorhin verfahren. Z. B. Wieviel betragen 56371 Gran in Pfunden, Unzen etc.?

```
              3     8    16
20) 56371 |2818 |939 |117 | 7 Pfund.
    40    |27   |8   |112 |
    ---    ----  ---  ----
    163    11   13     5 Unzen
    160     9    8
    ---    --   --
     37    28   59
     20    27   56
    ---    --   --
    171     1    3 Drachmen
    160   Scrupel
    ---
     11 Gran.
```

Also 56371 Gran betragen 7 Pfund, 5 Unzen, 3 Drachmen, 1 Scrupel und 11 Gran.

724569218 Scrupel im Duodecimalmaſse sollen in Ruthen, Fuſs, Zoll und Linien ausgedrükt werden.

```
              12          12        12      12
12) 724569218|60380768|5031730|419310|34942 Ruth.
    72       |60      |48     |36    |
    --        --       --      --
     45        38       23      59
     36        36       12      48
     --        --       ---     ---
      96        20      111     113
      96        12      108     108
      --        --      ---     ---
       92        87      37      51
       84        84      36      48
       --        --      --      --
        81        36      13      30
        72        36      12      24
        --        --      --      --
        98     8 Linien  10 Zoll  6 Fuſs
        96
        --
        2 Scrupel.
```

Also 724569218 Scrupel betragen 34942 Ruthen, 6 Fuſs, 10 Zoll, 8 Linien und 2 Scrupel.

Sind die 724569218 Scrupel Decimalmaſs: so ist die Reductionszahl 10, folglich darf man nur von den gegebenen Scrupeln von der Rechten gegen die Linke ein Zahlzeichen für den nächstfolgenden gröſsern Namen abschneiden, so bleiben die übrigen für den gröſsten Namen und es sind 724569218 Scrupel = 72456 Ruthen, 9 Fuſs, 2 Zoll, 1 Linie und 8 Scrupel.

§. 55. Aufgabe. Eine genannte ganze Zahl auf einen kleinern Namen zu bringen.

Auflösung. Man multiplicire die gegebene Zahl mit der Reductionszahl. Z. B. 937 Pfund, wieviel machen diese in Lothen?

937
32
1874
2811
29984 Loth.

Ist die gegebene Zahl unter verschiedenen Namen ausgedrückt; so multiplicire man mit der jedesmal dazu erforderlichen Reductionszahl, und addire zum Produkte dasjenige in der gegebenen Zahl, was mit dem Produkte einerlei Einheit hat. Z. B. 34942 Ruthen, 6 Fuſs, 10 Zoll, 8 Linien, 2 Scrupel Duodecimalmaſs, in Scrupeln auszudrücken.

34942 Ruthen	5031730 Zoll
12 Reductionszahl	12
69884	10063460
34942	503173
419304	60380760
+ 6 } Fuſs	+ 8 } Linien
419310	60380768
12	12
838620	120761536
41931	60380768
5031720	724569216
+ 10 } Zoll	+ 2
5031730	724569218 Scrupel.

Also 34942 Ruthen, 6 Fuſs, 10 Zoll, 8 Linien, 2 Scrupel = 724569218 Scrupel. Sollen im Decimalmaſse 72456 Ruthen, 9 Fuſs, 2 Zoll, 1 Linie, 8 Scrupel in lauter Scrupeln ausgedrückt werden; so darf man nur die Anzahl der Fuſse, Zolle, Linien und Scrupel den Ruthen beifügen; also 724569218 Scrupel.

Auch gebrochene genannte Zahlen werden auf einen gröſsern oder kleinern Namen gebracht, wenn

man im ersten Falle mit der Reductionszahl den Bruch dividirt, im andern Falle multiplicirt, und dem Resultate den höhern oder niedrigern Namen gibt.

1) Nach (§. 54.) 96 Pfund $= \frac{96}{110}$ Centner $= \frac{48}{55}$ Centner; ebenso 5 Gran $= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ Scrupel; $\frac{1}{4}$ Scrupel aber $= \frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{12}$ Drachme. Ferner $\frac{4}{5}$ Fuſs im Duodecimalmaſs $= \frac{4}{5} : 12 = \frac{4}{5 \times 12} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ Ruthe. Endlich sind 5 Decimalfuſs $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ Ruthen. Und so auch 5 Decimallinien $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ Zoll $= 0{,}5$ Zoll $= \frac{0{,}5}{10}$ Fuſs $= 0{,}05$ Fuſs $= \frac{0{,}05}{10}$ Ruthen $= 0{,}005$ Ruthen.

2) Umgekehrt nach (§. 55.) $\frac{2}{9}$ Centner $= \frac{2}{9} \times 110$ Pfund $= \frac{220}{9} = 24\frac{4}{9}$ Pfund: weil aber $\frac{4}{9}$ Pfund $= \frac{4}{9} \times 32$ Loth $= \frac{128}{9} = 14\frac{2}{9}$ Loth, und $\frac{2}{9}$ Loth $= \frac{2}{9} \times 4$ Quentchen $= \frac{8}{9}$ Quentchen: so ist $\frac{2}{9}$ Centner $= 24$ Pfund 14 Loth $\frac{8}{9}$ Quentchen.

Ferner $\frac{3}{5}$ Ruthen Duodecimalmaſs $= \frac{3}{5} \times 12 = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$ Fuſs; aber $\frac{1}{5}$ Fuſs $= \frac{1}{5} \times 12 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ Zoll; $\frac{2}{5}$ Zoll aber $\frac{2}{5} \times 12 = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ Linien: so ist $\frac{3}{5}$ Ruthen Duodecimalmaſs $= 7$ Fuſs, 2 Zoll, $4\frac{4}{5}$ Linien, ebenfalls in Duodecimalmaſs.

Endlich $\frac{4}{5}$ Ruthen Decimalmaſs aber $= 0{,}8$ Ruthen $= 8$ Fuſs; ebenso $\frac{3}{4}$ Ruthen $= 0{,}75$ Ruthen $= 7$ Fuſs 5 Zoll.

§. 56. Aufgabe. Unter mehrere Namen ausgedrückte genannte Zahlen zu addiren und zu subtrahiren.

Auflösung. Man setze die Zahlen welche einerlei Namen haben, in eine Columne unter einander, und nun:

1) Bei der Addition bringe man die Summe

der Columne, in welcher die Zahlen mit dem kleinsten Namen stehen, vermittelst der Division mit der Reductionszahl auf den nächst gröſsern Namen, und schreibe den Rest mit dem kleinern Namen unter die addirte Columne, und addire den Quotienten zu der Columne in welcher die Zahlen mit dem nächst gröſsern Namen stehen. Ist die Summe kleiner als die Reductionszahl, so schreibe man sie unter die Columne etc.

<table>
<tr><td>15 Pfund</td><td>11 Unzen</td><td>5 Drachmen</td><td>2 Scrupel.</td></tr>
<tr><td>6 —</td><td>7</td><td>3 —</td><td>- —</td></tr>
<tr><td>30 —</td><td>15</td><td>6 —</td><td>2 —</td></tr>
<tr><td>2 —</td><td>1</td><td>1 —</td><td>- —</td></tr>
<tr><td>53 Pfund</td><td>16) 34 | 2
32
2 Unzen</td><td>8) 15 | 1
8
7 Drachmen</td><td>3) 4 | 1
3
1 Scrupel.</td></tr>
</table>

Also ist die Summe 53 Pfund, 2 Unzen, 7 Drachmen, 1 Scrupel.

<table>
<tr><td>16 Ruthen</td><td>11 Fuſs</td><td>4 Zoll</td><td>8 Linien.</td><td rowspan="3">Duodec. Maſs.</td></tr>
<tr><td>4 —</td><td>9 —</td><td>11 —</td><td>10 —</td></tr>
<tr><td>1 —</td><td>1 —</td><td>1 —</td><td>- —</td></tr>
<tr><td>21 Ruthen</td><td>12) 21 | 1
12
9 Fuſs</td><td>12) 16 | 1
12
4 Zoll</td><td>12) 18 | 1
12
6 Linien.</td><td></td></tr>
</table>

2) Bei der Subtraction schreibe man die Zahlen unter einander wie bei der Addition, und borge, wenn es nöthig ist, eine Einheit bei der Zahl in der Columne von dem nächst gröſsern Namen. Die geborgte Einheit ist so groſs, wie die jedesmalige Reductionszahl.

	32	
14 Pfund	15 Loth	3 Quentchen.
12 —	18 —	2 —
1 Pfund	29 Loth	1 Quentchen.

	10	10
12 Ruthen	6 Fuſs	5 Zoll
4 —	9 —	8 —
7 Ruthen	6 Fuſs	7 Zoll.

§. 57. Aufgabe. Eine unter mehrere Namen ausgedrückte genannte Zahl mit einer ungenannten zu multipliciren.

Auflösung. Man multiplicire die genannten Zahlen von dem kleinsten Namen bis zum gröſsten, und dividire in das Produkt mit der dazu gehörigen Reductionszahl. Den Quotient addire man zu dem nächst höhern Produkte.

14 Unzen	7 Drachmen	2 Scrupel	13 Gran
			× 6
84	42	12	20) 78 \| 3
5	5	3	60
89 Unzen	8) 47 \| 5	3) 15 \| 5	18 Gran
	40		
	7 Drachmen		

Also ist das Produkt 89 Unzen, 7 Drachmen, 0 Scrupel, 18 Gran. Oder:

Man reducire das Multiplicandum auf den kleinsten Namen (§. 55.), multiplicire alsdann die erhaltene Zahl mit dem Multiplicator und bringe das Produkt vermittelst der Reductionszahlen auf den gröſsten Namen (§. 54.). Z. B. 4 Ruthen, 5 Fuſs, 6 Zoll Duodecimalmaſs × 8.

4 Ruthen	12) 5136 \|	12) 428 \| 35 Ruthen.
12	48	36
48	33	68
5 } Fuſs	24	60
53	96	8 Fuſs
12	96	
106	0	
53		
636		
6 } Zoll		
642		
8 Multiplicator		
5136		

Das Produkt also = 35 Ruthen, 8 Fuſs.

§. 58. Aufgabe. Eine unter mehrere Namen ausgedrückte genannte Zahl mit einer ungenannten zu dividiren.

Auflösung. Man dividire von dem gröſsten Namen bis zum kleinsten. Die Reste bringe man vermittelst der Reductionszahl auf den kleinern Namen und addire sie vor der Division zu der Zahl mit dem nächst kleinern Namen.

Beispiel.

6) 49 Centner	15 Pfund	24 Loth
48 \| 8 Centn.	110	160
1	6) 125 \| 20 Pfd.	6) 184 \| $30\frac{4}{6} = 30\frac{2}{3}$ Loth
110	12	18
110	5	4
	32	
	160	

Also ist der Quotient 8 Centner, 20 Pfund, $30\frac{2}{3}$ Loth.

Oder: man reducire das Dividendum auf den kleinsten Namen (§. 55.), dividire alsdann die er-

haltene Zahl mit dem Divisor und bringe den Quotienten vermittelst der Reductionszahl auf den gröſsten Namen (§. 54.). Z. B.

(12 Ruthen, 4 Fuſs, 8 Zoll, Duodecimalmaſs) : 8.

12 Ruthen	8) 1784	223 (12)	18 (12)	1 Ruthe
12	16	12	12	
24	18	103	6 Fuſs	
12	16	96		
144	24	7 Zoll		
4 } Fuſs	24			
148	0			
12				
296				
148				
1776				
8 } Zoll				
1784				

Also ist der Quotient = 1 Ruthe, 6 Fuſs, 7 Zoll.

Die Gründe des Verfahrens bei den vier Rechnungsarten in genannten Zahlen lassen sich aus den Rechnungsarten mit ungenannten Zahlen leicht herleiten.

Soll man eine genannte Zahl mit einem Bruche multipliciren, so muſs man mit dem Zähler des Bruchs wie (§. 57.), multipliciren; das erhaltene Produkt aber mit dem Nenner des Bruchs (nach §. 58.) dividiren.

Ebenso dividirt man eine genannte Zahl mit einem Bruche, wenn man die genannte Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und das erhaltene Produkt mit dem Zähler dividirt.

Beispiele.

Multiplication. $15 \text{ Gran} \times \frac{3}{4} = \frac{15 \times 3}{4} = \frac{45}{4}$

$= 11\frac{1}{4}$ Gran; 25 Fuſs $\times \frac{7}{8} = \frac{25 \times 7}{8} = \frac{175}{8} =$ $= 21\frac{7}{8}$ Fuſs; (3 Pfund, 7 Unzen, 2 Drachmen, 3 Gran) $\times \frac{4}{5}$.

```
   3                        26523
  16                         × 4 Zähler
 ———                        ——————
  48 ⎫                   5) 106092 | 21218⅖ Gran
   7 ⎬ Unzen Nenner)        10     |
 ———                        ——
  55 ⎭                        6
   8                          5
 ———                         ——
 440 ⎫                        10
   2 ⎬ Drachmen               10
 ———                          ——
 442 ⎭                          9
  60                            5
 —————                         ——
 26520 ⎫                        42
     3 ⎬ Gran                   40
 —————                         ——
 26523 ⎭                         2
```

Also ist das Produkt $= 21218\frac{2}{5}$ Gran $=$ 2 Pfund, 12 Unzen, 1 Drachmen, $38\frac{2}{5}$ Gran.

Division. 15 Gran $: \frac{3}{4} = 15 \times \frac{4}{3} = \frac{15 \times 4}{3}$ $= \frac{60}{3} = 20$; 25 Fuſs $: \frac{7}{8} = 25 \times \frac{8}{7} = \frac{25 \times 8}{7}$ $= \frac{200}{7} = 28\frac{4}{7}$; (3 Pfund, 7 Unzen, 2 Drachmen, 3 Gran) $: \frac{4}{5}$, 3 Pfund, 7 Unzen, 2 Drachmen, 3 Gran $=$ 26523 Gran, und 26523 $: \frac{4}{5} = 26523 \times \frac{5}{4}$ $= \frac{26523 \times 5}{4} = \frac{132615}{4} = 33153\frac{3}{4} =$ den verlangten Quotienten.

Kapitel V.

Von der allgemeinen Bezeichnung der Gröſsen.

§. 59. Eine jede Gröſse kann als eine Zahl gedacht, folglich auch wie eine Zahl vermehrt oder vermindert werden. Die Gröſsen aber werden durch

Zahlen verschieden ausgedrückt, je nachdem die Einheit anders genommen wird. So ist eine Linie 10 oder 12, je nachdem der zehnte oder zwölfte Theil die Einheit ist. Wird nun die Einheit nicht bestimmt, so läſst sich jede Gröſse als eine Zahl denken, nur daſs sie durch ein allgemeineres Zeichen, als die Zahlzeichen sind, ausgedrückt werden muſs. Die Wissenschaft nun, welche lehrt, aus bekannten oder gegebenen Gröſsen andere unbekannte zu finden, wird die allgemeine Arithmetik genannt. Da nun unter diesen Gröſsen auch Zahlen verstanden werden können: so schlieſst die allgemeine Arithmetik die gemeine in sich. Den Theil der allgemeinen Arithmetik, welcher die vier Rechnungsarten mit allgemeinen Zeichen der Gröſsen, und die Lehre von den Potenzen etc. im Allgemeinen enthält, nennt man insbesondere die Buchstabenrechnung.

§. 60. Die Zeichen der unbestimmten Gröſsen der allgemeinen Arithmetik sind die kleinen Buchstaben des lateinischen Alphabets, und zwar die ersten a, b, c, d, e, f u. s. w. für bekannte; die letztern hingegen, als x, y, z für unbekannte Gröſsen.

Gleichartige Gröſsen in einer und eben derselben Verbindung werden mit einerlei, ungleichartige hingegen mit verschiedenen Buchstaben bezeichnet.

§. 61. Produkte können ohne das Multiplicationszeichen, und Quotienten mit dem Zeichen der Brüche, aber auch beide mit ihren gewöhnlichen Zeichen ausgedrückt werden. So schreibt man a $\times$ b oder das Produkt zweier Gröſsen ohne Zeichen a b, d. i. a multiplicirt mit b. Den Quotient

$a : b$ ebenfalls $\frac{a}{b}$, d. i. a dividirt mit oder durch b. Ebenso ist auch $\frac{a}{b}$ ein Bruch.

Soll eine Gröfse einzeln oder ein Produkt mehrmal genommen werden: so setzt man die Zahl voran, die angibt wie vielmal die Gröfse oder das Produkt genommen werden soll, und nennt diese Zahl den Coëfficient. Z. B. $a + a + a = 3a$; $ab + ab + ab + ab = 4ab$; und $a : 4 = \frac{a}{4}$, welches auch einen Bruch anzeigt. Jede einzelne Gröfse hat also den Coëfficient 1, welcher aber in den meisten Fällen wegbleibt. Z. B. $1a = a$. Daher ist auch $a = 1 \times a = \frac{a}{1}$ und $\frac{a}{a} = 1$.

Produkte, welche aus mehreren Factoren bestehen, kann man ohne Multiplicationszeichen neben einander schreiben, auch ist es nicht nothwendig, Rücksicht auf die Ordnung der Factoren zu nehmen. So ist $a \times b \times c \times d \times e = abcde = adcbe$ u. s. w. Daher auch $4a \times 5b \times 2c = 4 \times 5 \times 2 \times a \times b \times c = 40 \times abc = 40abc$.

§. 62. Brüche mit Buchstaben bezeichnet können nach den gemeinen Regeln multiplicirt und dividirt, aufgehoben und unter einerlei Benennung gebracht werden. Es ist $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, und $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$. Ebenso sind $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$

unter einerlei Benennung gebracht $= \frac{ad}{bd}$ und $\frac{bc}{bd}$.
Auch ist $\frac{24 \times ab}{6 \times b} = 4a$.

§. 63. Die Verbindung der Gröſsen durch das Additions- oder Subtractionszeichen zeigt ihre Summe oder Differenz an. So ist $a + b$ eine Summe, und $a - b$ eine Differenz. Also $a + a = 2a$, und $3a + 6a = 9a$; hingegen $8a - 5a = 3a$. Auch kann man die Summe und Differenz der Gröſsen durch übereinander gesetzte Zeichen $\mp$ oder $\pm$ zugleich anzeigen. Z. B. $\frac{a}{b} \mp \frac{c}{d} =$
$= \frac{ad}{bd} \mp \frac{bc}{bd} = \frac{ad \mp bc}{bd}$, welches mit den Bruchregeln der gemeinen Arithmetik völlig übereinstimmt.

§. 64. Wenn Gröſsen aus mehreren, durch das Additions- oder Subtractionszeichen verbundenen Theilen bestehen, so heiſsen sie zusammengesetzte, im Gegentheil aber einfache Gröſsen. Die Theile der zusammengesetzten Gröſsen werden auch wohl Glieder genannt. Nach der Anzahl der Glieder nennt man die zusammengesetzten Gröſsen selbst zweitheilig, dreitheilig, vieltheilig. So ist a eine einfache, $a + b - c + d$ aber eine vielfache oder vieltheilige Gröſse.

§. 65. Sollen Summen oder Differenzen mit einander multiplicirt werden: so schlieſst man sie in Parenthesen ein. So heiſst der Ausdruck $(a + b) \times (a - b)$ das Produkt der Differenz beider Gröſsen in ihre Summe; und $(a + b) : (a - b)$ oder $\frac{a + b}{a - b}$ der Quotient der Differenz beider Gröſsen in ihre

Summe. Also ist auch $4a + 6a = (4 + 6) a = 10a$, oder allgemein $px + qx = (p + q) x$; und $\frac{px + qx}{p + q} = \frac{(p + q) x}{p + q} = x$.

Kapitel. VI.

Von dem Begriffe der entgegengesetzten Gröſsen.

§. 66. Gröſsen werden entgegengesetzt genannt, wenn sie einander ganz oder doch zum Theil aufheben, so wie vorwärts- und rückwärts zurückgelegter Weg. Das, was man von zwei entgegengesetzten Gröſsen erhält, nachdem die eine so viel ist vermindert worden, als der andern ihre Gröſse angibt, könnte man überhaupt das Resultat nennen: der Abkürzung wegen aber nennt man es die Summe der entgegengesetzten Gröſsen, wenn gleich diese Summe durch die Subtraction gefunden werden muſs. Um die beiden entgegengesetzten Gröſsen von einander zu unterscheiden, bezeichnet man die eine mit dem Additionszeichen (+) und nennt sie positiv, und die andere mit dem Subtractionszeichen (—) und nennt sie negativ. Eigentlich sind beide Gröſsen für sich positive Gröſsen, nur wegen der Beziehung auf einen festgesetzten Fall werden sie durch positiv und negativ von einander unterschieden. So kann vorwärts zurückgelegter Weg mit + bezeichnet und als positiv, rückwärts zurückgelegter Weg hingegen mit — bezeichnet und als negativ angesehen werden. Bei einer einzelnen Gröſse, oder bei der ersten unter mehreren kann, wenn sie positiv ist, das Zeichen weggelassan werden.

§. 67. Nimmt man die Einheit positiv an, so entstehen alle positiven Zahlen aus dem Vielfachen der positiven Einheit; alle negativen Zahlen aber aus dem Vielfachen derjenigen Einheit, die der positiven entgegengesetzt ist. Wird hingegen die Einheit negativ angenommen; so entstehen alle negativen Zahlen aus dem Vielfachen der negativen Einheit; alle positiven Zahlen aber aus dem Vielfachen derjenigen Einheit, die der negativen entgegengesetzt ist. Nun sind positiv und negativ einander entgegengesetzt, folglich ist es einerlei, ob die Einheit positiv oder negativ gewählt wird: also ist man dahin überein gekommen, die Einheit positiv anzunehmen.

Gröfsen mit einerlei Zeichen vermehren daher einander, aber Gröfsen mit verschiedenen Zeichen vermindern einander entweder ganz, wenn sie gleich sind, oder nur zum Theil, wenn sie ungleich sind. So ist z. B. $+ 5a$ und $+ 4a = + 9a$, auch — $- 6b$ und $- 4b = - 10b$; hingegen $+ a$ und $- a = 0$. Aber $+ 8a$ und $- 3a = + 5a$, und $- 8a$ und $+ 3a = - 5a$.

Kapitel. VII.

Von den vier Rechnungsarten mit allgemein bezeichneten Gröfsen.

A. Allgemeine Addition.

§. 68. Gröfsen addiren, heifst sie zu einander setzen und den zusammengesetzten Ausdruck möglichst abkürzen.

§. 69. Aufgabe. Einfache Gröfsen mit und ohne Zahlen zu addiren.

Auflösung. Erster Fall. Wenn die Gröfsen von einerlei Art sind und einerlei Zeichen haben. Man

suche ihre Summe und gebe derselben das gemeinschaftliche Zeichen. Z. B. + 6a zu + 4a = + + 6a + 4a = + 10a, und — 7a zu — 6a = = — 7a — 6a = — 13a. Aber + a zu + a = + 2a, auch — b zu — b = — 2b.

Zweiter Fall. Wenn die Gröſsen von einerlei Art sind, aber verschiedene Zeichen haben. Man suche ihre Differenz und gebe derselben das Zeichen der gröſseren Gröſse: so hat man die allgemeine Summe. Z. B. — 6a zu + 8a = — 6a + 8a = + 2a, und + 8a zu — 6a = + 8a — 6a = + 2a. Oder — a zu + a = + a — a = 0, auch + a zu — a = a — a = 0.

Dritter Fall. Wenn die Gröſsen von verschiedener Art sind und einerlei oder verschiedene Zeichen haben. Man setze die zu summirenden Grössen an einander und allenfalls das Addendum in eine Parenthese, unterscheide aber das Additionszeichen von dem Zeichen einer positiven Gröſse. Z. B. + 6b zu + 5a = 6b + 5a. Ebenso zu + 6b soll — 3a addirt werden, also erhält man 6b — 3a, auch + a — d = a — d, oder + 6b + 5a = 6b + (+ 5a), und zu 6b — 3a = 6b + (— 3a); so auch — a + d = — a + (+ d). Demnach ist auch a + (b — c) = a + b — c. Der Beweis ergibt sich aus §. 67. und 68.

§. 70. Aufgabe. Zusammengesetzte Gröſsen, die aus positiven und negativen Theilen bestehen, zu addiren.

Auflösung. Man setze die gleichartigen Theile unter einander und unter jede Columne die Summe mit dem dazu gehörigen Zeichen (nach §. 69.). Kommen gleichartige Theile vor, so setze man sie mit ihren Zeichen an einander in die Summe und verfahre übrigens wie vorhin.

Beispiele.

$$\begin{array}{r}
5a + 9b - 2c + 13d - 6x - 7y + z \\
3a - 2b + 6c - 5d - 5x + 5y - z \\
4a + 6b - 5c - 8d - 7x - 3y - 3z \\
4a - 2b - 3c + 7d - 2x + 6y - 8z \\
\hline
\text{Summe } 16a + 11b - 4c + 7d - 20x + 1y - 11z
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\frac{ad}{e} - 2\frac{f}{g} + 5cd + \frac{m}{n} \\
gh + 2\frac{l}{gs} + 3\frac{cd}{q} - \frac{g}{n} + t \\
\hline
\frac{ad + ghe}{e} - \frac{4fs + 2l}{gs} + \frac{5cdq + 3cd}{q} + \frac{m - g}{n} + t
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
a + b \\
a - b \\
\hline
\text{Summe } 2a + b - b = 2a.
\end{array}$$

In diesem Beispiele ist $a + b$ die Summe zweier Gröſsen, und $a - b$ ihre Differenz: ist nun $a > b$, so ist $2a$ die doppelte gröſsere Gröſse, also folgt, wenn man die Differenz zweier Gröſsen zu ihrer Summe addirt, so findet man diese doppelte gröſsere Gröſse. Da nun $a - b = \frac{1}{2}(a - b) \times 2$, also $\frac{1}{2}(a - b)$ die halbe Differenz der beiden Gröſsen, $a + b = \frac{1}{2}(a + b) \times 2$, also $\frac{1}{2}(a + b)$ die halbe Summe der beiden Gröſsen ist, so folgt auch, wenn man die halbe Differenz zweier Gröſsen zu ihrer halben Summe addirt, so findet man die gröſsere Gröſse. Weil aber a und b auch Zahlen anzeigen können, so gilt der Satz auch für Zahlen.

B. Allgemeine Subtraction.

§. 71. Gröſsen subtrahiren heiſst, sie von einander wegnehmen, welches geschieht, indem man

das Entgegengesetzte des Subtrahendums zu dem Minuendo addirt.

Soll man z. B. eine Gröſse b von einer anderen a subtrahiren, so kann man sich vorstellen, es sei a = a + b — b. Wird + b weggenommen, so bleibt a — b; wird — b weggenommen, so bleibt a + b. Folglich wird von a eine Gröſse + b oder — b subtrahirt, wenn man zu a in jedem Falle das Entgegengesetzte von b addirt.

§. 72. Aufgabe. Einfache Gröſsen mit und ohne Zahlen zu subtrahiren.

Auflösung. Erster Fall. Wenn die Gröſsen von einerlei Art sind: so kürze man den zusammengesetzten Ausdruck ab. Z. B. + 3a von + 8a = 8a — 3a = 5a, und — 3a von + 8a = 8a + 3a = 11a. Oder + a von + a = a — a = 0, und — a von + a = a + a = 2a (§. 69.).

Zweiter Fall. Wenn die Gröſsen von verschiedener Art sind: so setze man blos das Entgegengesetzte des Subtrahendi zu dem Minuendo. Z. B. + 5b von + 8a = 8a — 5b; hingegen — 5b von + 8a = 8a + 5b. Oder + b von + a = a — b; und — b von + a = a + b (§. 71.).

Um Irrungen zu verhüten, setze man im letzten Falle das Subtrahendum in eine Parenthese und unterscheide das Subtractionszeichen von dem Zeichen einer negativen Gröſse. Also sind die vorigen Beispiele: 8a — (+ 5b) = 8a — 5b, und 8a — (— 5b) = 8a + 5b, folglich a — (+ b) = a — b, und a — (— b) = a + b. Demnach ist auch a — (b + c) = a — b — c, aber a — (b — c) = a — b + c. Der Beweis ergibt sich aus §. 68. und §. 71.

§. 73. Aufgabe. Zusammengesetzte Gröſsen, die aus positiven und negativen Theilen bestehen, zu subtrahiren.

Auflösung. Man setze die gleichartigen Theile unter einander, und addire in jeder Columne die Gröſsen der untern Reihe mit ihren entgegengesetzten Zeichen zu der obern Reihe (§. 70.).

Beispiele.

$$\begin{array}{l} 6a + 4b + 6c - 5d - 2e - 8f + 7g \\ 2a + 8b - 3c + 2d - 8e - 3f \quad 0 + x \\ \hline 4a - 4b + 9c - 7d + 6e - 5f + 7g - x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{4a}{b} - 6bb + 7xy + \frac{5c}{e} + h \\ \frac{2g}{lm} - 7bb + 4xy - \frac{6hl}{pq} - 4h \\ \hline \frac{4alm - 2gb}{blm} + bb + 3xy + \frac{5cpq + 6ehl}{epq} + 5h. \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a + b \\ a - b \\ \hline + 2b \end{array}$$

Ist (wie im §. 70.) $a + b$ die Summe zweier Gröſsen, und $a - b$ ihre Differenz, und $a > b$; so ist die Differenz der beiden zusammengesetzten Gröſsen $2b$ die doppelte kleinere Gröſse, also folgt ein ähnlicher Satz:

Wenn man die Differenz zweier Gröſsen von ihrer Summe subtrahirt, so findet man die doppelte kleinere Gröſse. Da nun $a - b = \frac{1}{2}(a - b) \times 2$, also $\frac{1}{2}(a - b)$ die halbe Differenz der beiden Gröſsen, $a + b = \frac{1}{2}(a + b) \times 2$, also $\frac{1}{2}(a + b)$ die halbe Summe der beiden Gröſsen ist; so folgt auch, wenn man die halbe Differenz zweier Gröſsen von ihrer halben Summe subtrahirt, so findet man die kleinere Gröſse. Daſs dieser Satz auch für Zahlen gilt, erhellt aus dem Vorhergehenden.

C. Allgemeine Multiplication.

§. 74. Gröſsen multipliciren heiſst, eine Gröſse finden, welche aus dem einen Factor eben auf die Art entsteht, als der andere Factor aus der Einheit.

§. 75. Das Produkt ist, wenn die Factoren einerlei Zeichen haben, positiv, wenn sie aber verschiedene Zeichen haben, negativ. Demnach ist z. B. $+ 6 \times + 4 = + 24$, und $- 6 \times - 4 = + 24$; hingegen $+ 6 \times - 4 = - 24$. Allgemein: wenn a das Multiplicandum und b den Multiplicator bezeichnet, $+ a \times + b = + ab$, und $- a \times - b = + ab$; hingegen $+ a \times - b = - ab$, und $- a \times + b = - ab$.

Beweis. Nach §. 67. wird in jedem Falle die Einheit positiv angenommen und $+ 6$ ist dadurch entstanden, daſs man die positive Einheit sechsmal genommen hat; nach §. 74. muſs man, um zu multipliciren, aus dem einen Factor eine Zahl entstehen lassen, wie die andere aus der Einheit entstanden war: man muſs also in dem ersten Beispiele den Factor $+ 4$ sechsmal setzen, d. i. $+ 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = + 24$, wenn der zusammengesetzte Ausdruck abgekürzt wird. Ferner $- 6$ ist dadurch entstanden, daſs von $+ 1$ das Entgegengesetzte, also $- 1$, sechsmal genommen wurde, also $- 6 = - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1$, wird nun dem andern Factor $- 4$ auch das entgegengesetzte Zeichen gegeben, so ist er $+ 4$, wird dieser sechsmal genommen, so hat man $+ 24$. Ferner $+ 6$ entstand durch sechsmaliges Setzen der positiven Einheit, wird nun der andere Factor $- 4$ auch sechsmal gesetzt, so hat man $- 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 = - 24$; oder $- 6$ entstand durch sechsmaliges Setzen derjenigen Einheit $- 1$, welche der positi-

ven + 1 entgegengesetzt ist, ist nun der andere Factor + 4 und man setzt das Entgegengesetzte davon, — 4, sechsmal: so hat man — 4 — 4 — 4 — 4 — 4 — 4 = — 24.

§. 76. Aufgabe. Zusammengesetzte Gröfsen, die aus positiven und negativen Theilen bestehen, zu multipliciren.

Auflösung. 1) Man setze das Multiplicandum und den Multiplicator wie bei den Zahlen unter einander, und multiplicire alle Theile des Multiplicandums mit jedem Theile des Multiplicators, gebe einem jeden Produkte das gehörige Zeichen, und bringe, wenn der Multiplicator aus mehreren, als aus einem Theile besteht, die Partialprodukte (nach §. 69. und 70.) in eine Summe, diese ist das verlangte Produkt. Es sei z. B. $a + b$ das Multiplicandum, c der Multiplicator, so ist $(a + b) c = c (a + b) = ac + bc$. Denn:

$$\begin{array}{r} a + b \\ c \\ \hline ac + bc \end{array}$$

also auch $(a + b)(c + d) = (a + b) c + (a + b) d$. Denn:

$$\begin{array}{rr} & a + b \\ & c + d \\ \cline{2-2} & ad + bd \\ ac + bc & \\ \hline \multicolumn{2}{l}{ac + bc + ad + bd = (a + b) c + (a + b) d.} \end{array}$$

2) Sind die allgemeinen Gröfsen mit Coëfficienten verbunden, so multiplicire man diese besonders und verfahre übrigens wie vorhin. Kommen gleichartige Produkte vor, so setze man dieselben unter einander, weil es auf die Ordnung der Facto-

ren nicht ankommt, damit man mit mehr Bequemlichkeit addiren kann.

Beispiele:

$$\begin{array}{l} 3ab - 4cd \\ 8ab + 5cd \\ \hline 24aabb - 32abcd \\ \qquad\quad + 15abcd - 20ccdd \\ \hline 24aabb - 17abcd - 20ccdd \end{array}$$

oder

$$\begin{array}{r} 3ab - 4cd \\ 8ab + 5cd \\ \hline + 15abcd - 20ccdd \\ 24aabb - 32abcd \qquad\quad \\ \hline 24aabb - 17abcd - 20ccdd \end{array}$$

Ferner: $\left(\frac{4a}{2b} - \frac{3}{2a} + \frac{6ac}{5bd} - \frac{3}{5}rd\right) \times \frac{3ab}{9d}$ $= \frac{12aab}{18bd} - \frac{9ab}{18ad} + \frac{18aabc}{45bdd} - \frac{9abrd}{45d}$, wenn die Brüche aufgehoben werden $\frac{2aa}{3d} - \frac{1b}{2d} + \frac{2aac}{5dd} -$ $- \frac{1}{5}abr$.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} + a - \frac{3}{4} \\ \frac{1}{3}b - \frac{1}{4} \\ \hline - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}a + \frac{3}{16} \\ \frac{1}{6}b + \frac{1}{3}ab - \frac{1}{4}b \qquad\qquad \\ \hline \frac{1}{6}b + \frac{1}{3}ab - \frac{1}{4}b - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}a + \frac{3}{16}. \end{array}$$

Man sieht aus diesen Beispielen, daſs in jedem Falle die Multiplication mit und ohne Coëfficienten wirklich verrichtet werden kann; indeſs gibt es doch Fälle, wo man nur nöthig hat, die Multiplication durch das bekannte Zeichen anzuzeigen, und nicht wirklich zu multipliciren. Die Vortheile davon werden sich im Folgenden ergeben.

D. Allgemeine Division.

§. 77. Gröſsen dividiren heiſst, eine Gröſse finden, welche aus dem Dividendo ebenso entsteht, als die Einheit aus dem Divisor.

§. 78. Jeder Quotient ist, wenn das Dividendum und der Divisor einerlei Zeichen haben, positiv, wenn sie aber verschiedene Zeichen haben, negativ. Demnach ist z. B. $\frac{+24}{+6} = +4$, und $\frac{-24}{-6} = +4$; hingegen $\frac{-24}{+6} = -4$, und $\frac{+24}{-6} = -4$. Allgemein, wenn a das Dividendum und b den Divisor bezeichnet $\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b}$, und $\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b}$; hingegen $\frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$, und $\frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b}$.

Der Beweis für diesen Satz ist auf analoge Weise, wie im §. 75. zu führen.

§. 79. Aufgabe. Einfache Gröſsen zu dividiren, wobei auf die Zeichen der entgegengesetzten Grössen keine Rücksicht genommen wird.

Auflösung und Beweis. Erster Fall. Wenn das Dividendum und der Divisor einzelne einfache Gröſsen sind. In diesem Falle zeigt man die Division blos durch das gewöhnliche Divisionszeichen an. Z. B. Wenn a durch b soll dividirt werden: so ist $a : b = \frac{a}{b}$.

Zweiter Fall. Wenn das Dividendum ein Produkt aus einer einfachen, der Divisor aber eine einzelne einfache Gröſse ist. Man streiche im Dividendo alle Gröſsen aus, welche dasselbe gemeinschaftlich mit dem Divisor hat. Z. B. soll ab durch

a dividirt werden: so ist $ab : a = \frac{ab}{a} = b$, denn $b \times a = ab$. Ebenso $abc : c = \frac{abc}{c} = ab$, denn $ab \times c = abc$. So auch $abcd : abcd = \frac{abcd}{abcd} = 1$; denn $1 \times abcd = abcd$ u. s. w.

Dritter Fall. Wenn das Dividendum und der Divisor Produkte aus einfachen Gröſsen sind. Kommen in beiden gleiche Gröſsen vor, so läſst man sie weg und verfährt übrigens wie vorhin. Z. B. $\frac{ab}{cb} = \frac{a}{c}$, denn $\frac{a}{c} \times \frac{b}{b} = \frac{ab}{cb}$; auch $\frac{abcd}{abg} = \frac{cd}{g}$, denn $\frac{cd}{g} \times \frac{ab}{ab} = \frac{abcd}{abg}$. Eben so ist $\frac{a}{ab} = \frac{1}{b}$.

Vierter Fall. Wenn das Dividendum oder der Divisor, oder beide zugleich mit Coëfficienten verbunden sind. Man dividire die Coëfficienten nach den gewöhnlichen Regeln der Division und setze den erhaltenen Quotienten der allgemeinen Gröſse voran. Z. B. $\frac{4ab}{2a} = 2b$, denn $2b \times 2a = 4ab$. Wird der Quotient ein Bruch, so hebt man denselben, wenn es angeht, nach den Regeln der gemeinen Arithmetik auf. Z. B. $\frac{2abc}{3ac} = \frac{2b}{3}$; $\frac{6abcd}{8ab} = \frac{3cd}{4}$.

§. 80. Aufgabe. Zusammengesetzte Gröſsen, die aus positiven und negativen Theilen bestehen, zu dividiren.

Auflösung. Erster Fall. Wenn das Dividendum zusammengesetzt, der Divisor aber einfach ist.

1) Man dividire nach einander alle Theile des Dividendi mit dem Divisor, nach den im §. 79. gegebenen Regeln, und gebe dem Quotienten das

ihm gehörige Zeichen nach §. 78. Soll z. B. 15aa + 20ab — 10ac mit 5a dividirt werden, so ist der Quotient $= \frac{15aa}{5a} + \frac{20ab}{5a} - \frac{10ac}{5a} = 3a + 4b - 2c$. Denn:

$$\begin{array}{l|l} 5a)\ 15aa + 20ab - 10ac & 3a + 4b - 2c. \\ \quad 15aa & \\ \hline \quad 0 & \\ \qquad + 20ab & \\ \qquad + 20ab & \\ \hline \qquad 0 & \\ \qquad\qquad - 10ac & \\ \qquad\qquad - 10ac & \\ \hline \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

2) Geht der Divisor in irgend einem Theile des Dividendi nicht ganz auf, so drückt man den Quotienten in der Form eines Bruchs aus. Soll z. B. abc — abb + acc mit bc dividirt werden, so ist der Quotient $= a - \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b}$. Denn:

$$\begin{array}{l|l} bc)\ abc - abb + acc & a - \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} \\ \quad abc & \\ \hline \quad 0 & \\ \qquad - abb & \\ \qquad - abb & \\ \hline \qquad 0 & \\ \qquad\qquad + acc & \\ \qquad\qquad + acc & \\ \hline \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

Zweiter Fall. Wenn sowohl das Dividendum als auch der Divisor zusammengesetzte Grössen sind.

1) Man ordne das Dividendum nach den Theilen des Divisors und suche den ersten Theil des Quotienten nach den vorhin gegebenen Regeln, multiplicire den Quotienten mit allen Theilen des Divisors, und subtrahire das Produkt vom Dividendo. Bleibt ein Rest, so nehme man solchen zu dem folgenden Theile des Dividendi, und suche die übrigen Theile des Quotienten. Bliebe endlich zuletzt ein Rest, so könnte man denselben als den Zähler eines Bruchs betrachten, wozu der Divisor als Nenner gehört, und diesen Bruch dem Quotienten beifügen.

Beispiele.

$$\begin{array}{l|l} b - c)\ ab - ac & a \\ ab - ac & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 2ab - 3c)\ 8aab - 12ac & 4a \\ 8aab - 12ac & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} b + c)\ bb + bc - ab - ac + a & b - a + \dfrac{a}{b + c} \\ bb + bc & \\ \hline 0 \quad - ab - ac + a & \\ - ab - ac & \\ \hline \text{Rest} + a & \end{array}$$

$$(6a - 5b - 4c)\ \text{Divisor.}$$

$$\begin{array}{l|l} 30aa - 13ab - 38ac - 10bb + 7bc + 12cc & 5a + 2b - 3c \\ 30aa - 25ab - 20ac & \\ \hline \quad + 12ab - 18ac - 10bb + 7bc + 12cc & \\ \quad + 12ab \qquad\qquad - 10bb - 8bc & \\ \hline \qquad\qquad - 18ac \qquad\qquad + 15bc + 12cc & \\ \qquad\qquad - 18ac \qquad\qquad + 15bc + 12cc & \\ \hline \qquad\qquad\qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
de-f)\,abde-dec+de-abf+cf-f & ab-c+1 \\
\quad -abde \qquad\qquad\quad +abf & \\
\hline
\qquad -dec+de \qquad +cf-f & \\
\qquad +dec \qquad\qquad\;\; -cf & \\
\hline
\qquad\qquad +de \qquad\quad -f & \\
\qquad\qquad -de \qquad\quad +f & \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\quad 0 &
\end{array}$$

$$\frac{a+b}{b-c} : \frac{c+d}{b-c} = \frac{a+b}{b-c} \times \frac{b-c}{c+d} = \frac{ab-ac+bb-bc}{bc+bd-cc-cd},$$

nachdem die Multiplication der Zähler in Zähler und der Nenner vorgenommen werden. Ferner:

$$\begin{array}{l|l}
\tfrac{1}{3}b-\tfrac{1}{4})\,\tfrac{1}{6}b+\tfrac{1}{3}ab-\tfrac{1}{4}b-\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{4}a+\tfrac{3}{16} & \tfrac{1}{2}+a-\tfrac{3}{4} \\
\quad -\tfrac{1}{6}b \qquad\qquad\qquad +\tfrac{1}{8} & \\
\hline
\qquad +\tfrac{1}{3}ab-\tfrac{1}{4}b \qquad -\tfrac{1}{4}a+\tfrac{3}{16} & \\
\qquad -\tfrac{1}{3}ab \qquad\qquad\quad +\tfrac{1}{4}a & \\
\hline
\qquad\qquad -\tfrac{1}{4}b \qquad\qquad +\tfrac{3}{16} & \\
\qquad\qquad +\tfrac{1}{4}b \qquad\qquad -\tfrac{3}{16} & \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
m+1)\;mm-1 & m-1 \\
\qquad\quad mm+m & \\
\hline
\qquad\quad -m-1 & \\
\qquad\quad -m-1 & \\
\hline
\qquad\qquad 0 &
\end{array}$$

Ist der Divisor kein Factor des Dividendi, so erhält der Quotient die Form eines Bruchs, d. i. die Division wird blos durch das Divisionszeichen angezeigt; z. B. a dividirt mit $b + c$, so ist der Quotient $\frac{a}{b+c}$, oder c dividirt mit $a + b$, so ist der Quotient $\frac{c}{a+b}$.

Indeſs ist es doch möglich, wenn der Divisor aus mehreren Theilen besteht, daſs man den Quotienten auf die im §. beschriebene Art suchen kann; man erhält alsdann den Quotienten durch eine Reihe von Brüchen ohne Ende.

Beispiele.

$$b + c)\,a \,\Big|\, \frac{a}{b} - \frac{ac}{bb} + \frac{acc}{bbb} - \frac{accc}{bbbb} \ldots\text{ohne Ende.}$$

$$a + \frac{ac}{b}$$

$$0 - \frac{ac}{b}$$

$$-\frac{ac}{b} - \frac{acc}{bb}$$

$$0 + \frac{acc}{bb}$$

$$+\frac{acc}{bb} + \frac{accc}{bbb}$$

$$0 - \frac{accc}{bbb} \text{ u. s. w.}$$

$$a + b)\,c \,\Big|\, \frac{c}{a} - \frac{bc}{aa} + \frac{bbc}{aaa} \ldots\ldots \text{ohne Ende.}$$

$$c + \frac{bc}{a}$$

$$0 - \frac{bc}{a}$$

$$-\frac{bc}{a} - \frac{bbc}{aa}$$

$$0 + \frac{bbc}{aa}$$

$$+\frac{bbc}{aa} + \frac{bbbc}{aaa} \text{ u. s. w.}$$

Auf ähnliche Art findet man c : (a — b), oder

$$\frac{c}{a - b} = \frac{c}{a} + \frac{bc}{aa} + \frac{bbc}{aaa} \ldots\ldots \text{ ohne Ende.}$$

Setzt man c = b = 1, a aber = 2; so erhält man anstatt $\frac{c}{a + b} = \frac{1}{2 + 1}$, oder $\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \ldots$ ohne Ende.

Anstatt $\frac{c}{a - b}$ aber $= \frac{1}{2 - 1}$, oder $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \ldots$ ohne Ende.

Ebenso verhält es sich mit den folgenden Brüchen.

$$\begin{array}{l|l}
1 + x)\ 1 & 1 - x + xx \ldots \text{ ohne Ende.} \\
\qquad 1 + x & \\
\hline
\qquad 0 - x & \\
\qquad - x - xx & \\
\hline
\qquad\quad 0 + xx & \\
\qquad\quad + xx + xxx & \\
\hline
\qquad\qquad 0 - xxx \text{ u. s. w.} &
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
1 - x)\ 1 & 1 + x + xx \ldots\ldots \text{ ohne Ende.} \\
\qquad 1 - x & \\
\hline
\qquad 0 + x & \\
\qquad + x - xx & \\
\hline
\qquad\quad 0 + xx & \\
\qquad\quad + xx - xxx & \\
\hline
\qquad\qquad 0 + xxx \text{ u. s. w.} &
\end{array}$$

Hieraus sieht man auch, daſs dieses Verfahren alle Aehnlichkeit hat mit dem aus der gemeinen Arithmetik (§. 52.); um einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, wobei ebenfalls die Reihe der Decimaltheile in manchen Fällen nie aufhört.

Kapitel VIII.

Von den Gesetzen der Combination.

§. 81. Ein Produkt aus lauter gleichen Factoren heifst eine Potenz oder Dignität, und derjenige Factor, der ein oder mehrmal mit sich selbst multiplicirt, dieses Produkt gibt, wird die Wurzel desselben Produkts, oder derselben Potenz genannt. So ist z. B. $64 = 8 \times 8$, und $512 = 8 \times 8 \times 8$ eine Potenz von 8. Und umgekehrt 8 die Wurzel der Zahl 64, so wie auch der Zahl 512. Allgemein aa und bbb sind Potenzen, und a und b die Wurzeln von diesen Potenzen.

Die Potenzen erhalten von der Anzahl der gleichen Factoren, woraus sie bestehen, eigene Namen. So heifst aa die zweite, aaa die dritte, aaaa die vierte Potenz. Ueberhaupt kann man die Anzahl der gleichen Factoren den jedesmaligen Grad der Potenz nennen. So ist aa eine Potenz vom zweiten, aaa eine Potenz vom dritten, und aaaa eine vom vierten Grade.

§. 82. Man schreibt den Grad einer Potenz mit einem Zahlzeichen, statt der gleichen Factoren, welche die Potenz ausmachen, oben rechter Hand an die Wurzel, und nennt dies Zahlzeichen den Exponenten der Potenz. Ist die Wurzel eine zusammengesetzte Gröfse, so schliefst man dieselbe in eine Parenthese und setzt den Exponenten ausserhalb derselben an die angezeigte Stelle. So schreibt man z. B. a^4 statt aaaa; a^3 statt aaa, und a^2 statt aa, oder 6^2 statt 6×6; 6^3 statt $6 \times 6 \times 6$. Ebenso $(a + b + c)^2$, statt $(a + b + c) \times (a + b + c)$, oder $(a + b + c)\,(a + b + c)$ etc.

§. 83. Eine Gröſse zu einem gewissen Grade erheben, oder sie potenziren heiſst, dieselbe so vielmal in sich selbst multipliciren, als der Exponent der Potenz Einheiten enthält. So a zu dem zweiten Grade erhoben $= aa = a^2$; a zu dem dritten Grade erhoben $= aaa = a^3$; zu dem vierten Grade erhoben $aaaa = a^4$; oder allgemein $aaaaa\ldots\ldots = a^n$. Die Zahl 6 zum zweiten Grade erhoben, ist $6 \times 6 = 6^2$; also auch $6^2 \times 6 = 6^3$, d. i. die Zahl 6 ist zur dritten Potenz erhoben.

§. 84. Die Potenz einer, durch die Addition verbundenen zweitheiligen Gröſse, oder eines Binomiums ist ein solches Produkt, in welchem die zweitheilige Gröſse als Factor so vielmal vorkommt, als der Exponent dieser Potenz Einheiten enthält.

Verbindet man die gewöhnlichen Regeln der allgemeinen Multiplication mit den Lehren (§. 83.), so erhält man folgende Formeln der Potenzen:

$$\begin{array}{rl}
R = & a + b \\
 & a + b \\
\hline
 & ab + b^2 \\
a^2 + & ab \\
\hline
R^2 = a^2 + & 2ab + b^2 \quad \text{II. Potenz.} \\
 & a + b \\
\hline
 & a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
a^3 + 2a^2b + & ab^2 \\
\hline
R^3 = a^3 + 3a^2b + & 3ab^2 + b^3 \quad \text{III. Potenz.}
\end{array}$$

Setzt man auf diese Art die Rechnung fort, so erhält man:

IV. Potenz.

$$R^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

V. Potenz.

$$R^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

VI. Potenz.

$$R^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6.$$

VII. Potenz.

$$R^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7.$$

VIII. Potenz.

$$R^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8.$$

IX. Potenz.

$$R^9 = a^9 + 9a^8b + 36a^7b^2 + 84a^6b^3 + 126a^5b^4 + 126a^4b^5 + 84a^3b^6 + 36a^2b^7 + 9ab^8 + b^9.$$

X. Potenz.

$$R^{10} = a^{10} + 10a^9b + 45a^8b^2 + 120a^7b^3 + 210a^6b^4 + 252a^5b^5 + 210a^4b^6 + 120a^3b^7 + 45a^2b^8 + 10ab^9 + b^{10}.$$

Der Beweis liegt in den Gründen der Multiplication und im §. 83.

Wendet man diese Rechnungsregeln auf die durch Zahlzeichen ausgedrückte Gröſsen an, so erhält man ebenfalls die zweite, dritte und alle folgende Potenzen.

$$\begin{array}{rcl} & \overbrace{a \quad + \quad b} & \\ R = & 10 \quad + \quad 2 & = 12 \\ & 10 \quad + \quad 2 & \\ \hline & 10\times 2 \quad + \quad 2^2 & = 24 \\ 10^2 + 10\times 2 & & = 12 \\ \hline R^2 = 10^2 + 2(10\times 2) + & 2^2 & = 144 \quad \text{II. Potenz.} \end{array}$$

D. i. die zweite Potenz einer zweitheiligen Wurzel besteht aus den zweiten Potenzen der beiden Theile und dem doppelten Produkte der beiden Theile der Wurzel in einander.

$$\begin{array}{rl}
10^2 + 2(10\times2) + 2^2 & = 144 \\
10 + 2 & = 12 \\
\hline
10^2\times2 + 2(10\times2^2) + 2^3 & = 288 \\
10^3 + 2(10^2\times2) + 10\times2^2 & = 144 \\
\hline
R^3 = 10^3 + 3(10^2\times2) + 3(10\times2^2) + 2^3 & = 1728 \text{ III. Pot.}
\end{array}$$

D. i. die dritte Potenz einer zweitheiligen Wurzel besteht aus den dritten Potenzen der beiden Theile, aus dem dreifachen Produkte der zweiten Potenz des ersten Theils in den zweiten, und aus dem dreifachen Produkte des ersten Theils in die zweite Potenz des zweiten Theils der Wurzel.

Die Potenzen einer vieltheiligen Gröfse, oder eines Multinomiums entstehen auf eben die Art:

$$\begin{array}{l}
a + b + c \\
a + b + c \\
\hline
a^2 + ab + ac \\
\quad + ab \qquad + b^2 + bc \\
\qquad + ac \qquad + bc + c^2 \\
\hline
a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \text{ II. Potenz.} \\
\qquad a + b + c \\
\hline
a^3 + 2a^2b + 2a^2c + ab^2 + 2abc + ac^2 \\
\quad + a^2b \qquad + 2ab^2 + 2abc \qquad + b^3 + 2b^2c + bc^2 \\
\qquad + a^2c \qquad + 2abc + 2ac^2 \qquad + b^2c + 2bc^2 + c^3 \\
\hline
a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 + b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3 \\
\text{III. Potenz.}
\end{array}$$

Wählt man statt der Buchstaben Zahlen, so kann man auf eben diese Art verfahren.

Jede Potenz einer vieltheiligen Gröfse kann man nach der Potenz einer zweitheiligen Gröfse ordnen, wenn man die ersten Theile der vieltheiligen Gröfse als den ersten, den letzten aber als

den zweiten Theil der zweitheiligen Gröfse annimmt. So ist:

$$
\begin{aligned}
\text{A.}\ (a+b+c)^2 &= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\
\text{d. i.}\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\
2(a+b)c &= 2ac + 2bc \\
c^2 &= c^2 \\
\hline
\text{also}\ (a+b+c)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\
\text{B.}\ (a+b+c)^3 &= (a+b)^3 + 3(a+b)^2c + 3c^2(a+b) + c^3 \\
\text{d. i.}\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
3c(a+b)^2 &= 3c(a^2+2ab+b^2) = 3a^2c + 6abc + 3b^2c \\
3c^2(a+b) &= 3c^2a + 3c^2b \\
c^3 &= c^3 \\
\hline
\end{aligned}
$$

$$
\text{also}\ (a+b+c)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + c^3
$$

Da nach diesem Verfahren alle Potenzen einer vieltheiligen Gröfse auf die Potenz einer zweitheiligen gebracht werden können; so hat man nur nöthig, sich mit der Natur und Zusammensetzung der Potenzen der zweitheiligen Gröfsen bekannt zu machen.

Aus den Formeln für die Potenzen einer zweitheiligen Wurzel sieht man, wenn sie ohne Coëfficienten geschrieben werden, dafs die Potenzen von $a + b$ in einer gewissen Ordnung zu- und abnehmen, und dafs ihre Summe in allen Gliedern gleich grofs ist.

Verlangt man z. B. die neunte Potenz von $a + b$, so gehen die Glieder ohne Coëfficienten in folgender Ordnung fort:

IX. Potenz.

$$
a^9 + a^8b + a^7b^2 + a^6b^3 + a^5b^4 + a^4b^5 + a^3b^6 + a^2b^7 + ab^8 + b^9.
$$

Die zu den Gliedern jeder Potenz gehörigen Coëfficienten findet man, wenn man $a = 1$, $b = 1$ annimmt, also $a + b = 1 + 1$ für die erste Potenz, und alsdann, wie vorhin, potenzirt. So ist:

$$\begin{array}{rl} 1 + 1 & \text{Coëfficienten der I. Potenz.} \\ 1 + 1 & \\ \hline 1 + 1 & \\ 1 + 1 \quad\quad & \\ \hline 1 + 2 + 1 & \text{Coëfficienten der II. Potenz.} \\ 1 + 1 & \\ \hline 1 + 2 + 1 & \\ 1 + 2 + 1 \quad\quad & \\ \hline 1 + 3 + 3 + 1 & \text{Coëfficienten der III. Potenz.} \end{array}$$

Setzt man auf diese Art die Rechnung fort, so entsteht folgende Tabelle.

Potenzen.	Coëfficienten.
I.	1, 1.
II.	1, 2, 1.
III.	1, 3, 3, 1.
IV.	1, 4, 6, 4, 1.
V.	1, 5, 10, 10, 5, 1.
VI. . . .	1, 6, 15, 20, 15, 6, 1.
VII. . . .	1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1.
VIII. . .	1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.
IX. . .	1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1.
X. . .	1, 10, 45, 120, 210, 252, 210, 120, 45, 10, 1.

Also kann man nach dieser Tabelle die Potenzen von $a + b$ zusammensetzen, ohne dafs die etwas mühsame Rechnung vorgenommen werden mufs.

Aus der Summe der Coëfficienten erhält man, wenn $a = 1$, $b = 1$ gesetzt wird, Potenzen von 2, nämlich:

I. Potenz $1 + 1 = 2 = 2^1$.
II. — $1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$.
III. — $1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3$.
IV. — $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4$.
V. — $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$.
VI. — $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64 = 2^6$.
VII. — $1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128 = 2^7$.
VIII. — $1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1 = 256 = 2^8$.
IX. — $1 + 9 + 36 + 84 + 126 + 126 + 84 + + 36 + 9 + 1 = 512 = 2^9$.
X. — $1 + 10 + 45 + 120 + 210 + 252 + 210 + + 120 + 45 + 10 + 1 = 1024 = 2^{10}$.

Hieraus folgt, daſs die Coëfficienten der zweiten und folgenden Potenzen, von Anfang bis in die Mitte zu-, und in eben der Ordnung bis zu Ende abnehmen. Bei den geraden Potenzen, nämlich 2, 4, 6, 8 etc., steht der gröſste Coëfficient in der Mitte; bei den ungeraden Potenzen aber: 3, 5, 7 etc. sind die beiden mittlern Glieder einander gleich. Damit man nun die Coefficienten einer jeden gegebenen Potenz finden könne, ohne die vorhergehenden erst zu suchen: so setze man folgende Brüche z. B. für die 5te Potenz nach der hier gegebenen Ordnung hinter einander, so daſs die Zähler von der verlangten Potenz anfangen, und bei jedem folgenden Bruche um Eins vermindert, die Nenner hingegen mit Eins anfangen, und bei jedem folgenden Bruche um Eins vermehrt werden.

$$\tfrac{5}{1},\ \tfrac{4}{2},\ \tfrac{3}{3},\ \tfrac{2}{4},\ \tfrac{1}{5}.$$

Da nun bei jeder Potenz der erste Coëfficient 1 ist, so gibt der erste Bruch den zweiten Coëfficienten; das Produkt der zwei ersten Brüche den dritten, das Produkt der drei ersten Brüche den

vierten Coëfficienten, und auf diese Art fort. So ist in diesem Beispiele:

der 1. Coëfficient			= 1
— 2.	—	$\frac{5}{1}$	= 5
— 3.	—	$\frac{5}{1}\times\frac{4}{2}$	= 10
— 4.	—	$\frac{5}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{3}{3}$	= 10
— 5.	—	$\frac{5}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{3}{3}\times\frac{2}{4}$. .	= 5
— 6.	—	$\frac{5}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{3}{3}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{5}$.	= 1

Für die zweite Potenz hat man folgende Brüche: $\frac{2}{1}$, $\frac{1}{2}$, und es ist

der 1. Coëfficient			= 1
— 2.	—	$\frac{2}{1}$	= 2
— 3.	—	$\frac{2}{1}\times\frac{1}{2}$	= 1

Auf diese Art kann man die Coëfficienten für alle gegebene Potenzen finden.

Vermittelst der allgemeinen Zeichen kann man die Brüche, welche die Coëfficienten geben, hinschreiben, ohne die Rechnung wirklich vorzunehmen, und auf diese Art eine jede verlangte Potenz von a + b anzeigen. So ist z. B.

$$(a+b)^2 = a^2 + \frac{2}{1}ab + \frac{2\times 1}{1\times 2}b^2.$$

$$(a+b)^3 = a^3 + \frac{3}{1}a^2b + \frac{3\times 2}{1\times 1}ab^2 + \frac{3\times 2\times 1}{1\times 2\times 3}b^3.$$

$$(a+b)^4 = a^4 + \frac{4}{1}a^3b + \frac{4\times 3}{1\times 2}a^2b^2 + \frac{4\times 3\times 2}{1\times 2\times 3}ab^3$$

$$+ \frac{4\times 3\times 2\times 1}{1\times 2\times 3\times 4}b^4 \text{ etc.}$$

Also auch $(a+b)^{50} = a^{50} + \frac{50}{1}a^{49}b + \frac{50\times 49}{1\times 2}a^{48}b^2$

$$+ \frac{50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3}a^{47}b^3 + \frac{50\times 49\times 48\times 47}{1\times 2\times 3\times 4}a^{46}b^4$$

$$+ \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} a^{45} b^5 +$$

$$+ \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} \text{ etc.}$$

Anstatt der Formeln für jede einzelne gegebene Potenz kann man sich der Binomischen Regel, oder kurz des Binomiums bedienen, welches eine allgemeine Formel für jede Potenz n einer binomischen Gröſse $a + b$ ist. Nach dieser Formel ist $(a + b)^n$

$$= a^n + \frac{n}{1} a^{n-1} b + \frac{n \times n - 1}{1 \times 2} a^{n-2} b^2 +$$

$$+ \frac{n \times n-1 \times n-2}{1 \times 2 \times 3} a^{n-3} b^2 + \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} a^{n-4} b^3$$

$$+ \ldots\ldots + \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3 \ldots n-r+1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots r} a^{n-r} b^r + \text{etc.}$$

§. 85. Wenn man das Produkt folgender Binome: Eins plus einem ersten Buchstaben, Eins plus einem zweiten Buchstaben, Eins plus einem dritten Buchstaben, und so fort, bis zu n Buchstaben, bildet, und die Einheit von diesem entwickelten Produkte subtrahirt, so hat man die Summe der Combinationen aller dieser Buchstaben, ein und ein, zwei und zwei, drei und drei, und so weiter genommen; jede Combination hat die Einheit zum Coëfficienten.

Nämlich z. B. für vier Buchstaben a, b, c, d, allgemein: $(x + a) \times (x + b) \times (x + c) \times (x + d) = x^4 + (a + b + c + d) \times x^3 (ab + ac + ad + bc + bd + ed) \times x^2 + (abc + abd + bcd + + acd) \times x + abcd$, wo alle möglichen Verbindungen vorkommen, die sich von a, b, c und d machen lassen. Setzt man nun $x = 1$, so erhält man $1 + (a + b + c + d) + (ab + ac + ad +$

bc + bd + cd) + (abc + abd + bcd + acd) + abcd, wo man nur die 1 weglassen darf, um alle möglichen Verbindungen von a, b, c, d zu haben.

Um nun die Anzahl der Combinationen dieser n Buchstaben, r und r genommen (d. h. solche Combinationen verstanden, deren jede r Buchstaben enthält. Z. B. für die Combinationen ab, ac, ad, bc, bd, cd ist $r = 2$), zu erhalten, bemerke man, dafs wenn man die Buchstaben einander gleich setzt, das obige Produkt die n^{te} Potenz von dem Binom: Eins plus dem ersten Buchstaben wird; und so ist die Anzahl der Combinationen der n Buchstaben, r und r genommen, dem Coëfficienten der r^{ten} Potenz des ersten Buchstaben in der Entwickelung der n^{ten} Potenz des Binomiums gleich; man erhält also die Anzahl durch die bekannte Formel des Binomiums.

Setzt man nämlich $b = c = d = a$, so wird $(1 + a)(1 + b)(1 + c)(1 + d) = (1 + a)^4 = 1 + 4a + 6a^2 + 4a^3 + a^4$. Die hier nach der 1 folgenden Coëfficienten 4, 6, 4, 1 bestimmen die Anzahl von Combinationen nach 1, 2, 3, 4 Buchstaben, die sich aus a, b, c, d machen lassen, wie solche bereits wirklich angegeben worden sind.

Will man auf die gegenseitige Lage der Buchstaben in jeder Combination Rücksicht nehmen, so darf man nur bedenken, dafs, wenn man zu dem ersten Buchstaben noch einen zweiten hinzufügt, dieser vor und hinter dem ersten stehen kann, welches schon zwei Combinationen gibt. Setzt man zu diesen einen dritten Buchstaben, so kann man ihn vor oder hinter jede von den beiden Combinationen, oder auch in die Mitte derselben stellen, wodurch aus jeder der beiden Combinationen drei

werden, also in allem sechs Combinationen entstehen. Hieraus ist leicht zu schliefsen, dafs die Anzahl der verschiedenen Stellungen, welche man r Buchstaben geben kann, dem Produkte aller ganzen Zahlen von 1 bis r gleich ist. Um also auf die gegenseitige Lage der Buchstaben Rücksicht zu nehmen, mufs man mit diesem Produkte die Anzahl der Combinationen der n Buchstaben, immer r und r zusammengenommen, multipliciren, oder, welches einerlei ist, den Nenner des Coëfficienten des binomischen Ausdrucks, der jene Anzahl bezeichnet, weglassen.

Der Coëfficient des ersten Gliedes nach der 1 in der Entwicklung von $(1 + a)^n$ ist $= n$ oder $= \frac{n}{1}$; der zweite ist $\frac{n \times n-1}{1 \times 2}$; der dritte $\frac{n \times (n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3}$ etc. Diese Ausdrücke geben also die jedesmalige Anzahl von Combinationen nach 1, nach 2, nach 3 u. s. f. Buchstaben, die sich aus n Buchstaben machen lassen, wenn dabei ab und ba, und so auch abc, bac, acb, bca, cab, cba als gleichgeltend nur für Eine Combination, nach zweien oder nach dreien angenommen werden. Man sieht, dafs eine einzige solche Combination nach dreien, wie a, b, c nothwendig 2×3 oder 6 Combinationen geben müsse, wenn die möglichen Ordnungen in der Stellung der Buchstaben neben einander mit berücksichtigt werden sollen. Denn eine Combination von 3 Buchstaben kann sowohl mit a, als mit b und mit c anfangen; dieses gibt abc, bac, cab; aber die beiden nach dem ersten folgenden Buchstaben in jeder dieser drei Combinationen leiden wieder zwei verschiedene Stellungen (wie 1) bc, 2) cb, 1) ac, 2) ca, 1) ab, 2) ba). Man erhält statt

der Anzahl $\frac{n \times (n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3}$ die $2 \times 3 \frac{n \times (n-1)(n-2)}{2 \times 3}$ oder schlechthin $n \times (n-1)(n-2)$ Verbindungen nach dreien mit Rücksicht auf die verschiedenen Stellungen der Buchstaben.

Kapitel IX.

Von den Verhältnissen und Proportionen.

§. 86. Von der Gröfse einer Sache kann man einen Begriff bekommen, wenn man sie mit einer andern bekannten Gröfse von eben der Art vergleicht. Dieses geschieht oft, ohne dafs man den wirklichen Werth der bekannten Gröfse angibt. Die Gröfse einer Sache, in sofern sie durch Vergleichung mit der Gröfse einer andern erkannt werden kann, heifst das Verhältnifs der ersten Gröfse gegen die zweite; die Gröfsen können übrigens Linien, Flächen, Körper, oder Mafse, Gewichte u. s. w. seyn. Da eine jede Gröfse durch Zahlzeichen ausgedrückt, folglich als eine Zahl betrachtet werden kann, so können auch die Gröfsen der Zahlen von einerlei Art durch Verhältnisse mit einander verglichen werden.

Bei den Zahlenverhältnissen kommen folgende Untersuchungen vor. Man sieht entweder auf die Differenz der beiden Zahlen oder auf ihren Quotient, indem man im ersten Falle untersucht, wie viel die eine an Einheiten die andere übertrifft; im zweiten Falle aber, wie vielmal die eine in der andern enthalten ist oder dieselbe enthält. Die Differenz findet man durch die Subtraction, den Quotient aber durch die Division. Bedient man sich bei der Vergleichung zweier Zahlen der Subtraction;

so heifst das daher entstehende Verhältnifs ein arithmetisches; im andern Falle aber, nämlich vermittelst der Division, ein geometrisches Verhältnifs. Die Differenz und den Quotient bei dieser Vergleichung nennt man gemeinschaftlich den Verhältnifsnamen. Den Quotient, welcher die Gröfse des geometrischen Verhältnisses angibt, nennt man insbesondere den Exponent seines Verhältnisses, der eine ganze Zahl, aber auch ein Bruch seyn kann, je nachdem die eine Zahl in der andern Ein- oder mehreremal ganz, oder nur ein Theil davon in der andern ein- oder mehrmal enthalten ist. Ist von Verhältnissen überhaupt die Rede, ohne dafs der Name arithmetisches oder geometrisches Verhältnifs ausdrücklich zugesetzt wird, so versteht man darunter allemal das geometrische Verhältnifs.

Die beiden Zahlen, welche zu einem Verhältnisse erfordert werden, heifsen die Glieder des Verhältnisses. Diejenige, welche man zuerst in Verhältnisse setzt, nennt man das vorhergehende oder das Vorderglied, die zweite hingegen das Hinterglied oder das nachfolgende. Diese Benennungen gelten sowohl bei den arithmetischen, als auch bei den geometrischen Verhältnissen. Fängt man das Verhältnifs mit der kleinern Zahl an und endigt mit der gröfsern, so heifst es ein zunehmendes; im entgegengesetzten Falle aber ein abnehmendes Verhältnifs.

Man bezeichnet die Verhältnisse auf folgende Art:

A. Arithmetische Verhältnisse. 1) Zunehmende: 4 — 7; 5 — 10; 2) abnehmende: 7 — 4; 10 — 5. D. i. im ersten Falle: 4 ist um 3 kleiner als 7, und 5 ist um 5 kleiner als 10; da denn 3 die Differenz des ersten und 5 die Differenz des zweiten

Verhältnisses ist. Im zweiten Falle ist 7 um 3 gröſser als 4, und 10 ist um 5 gröſser als 5. Die Differenzen sind wie im ersten Falle 3 und 5.

B. Geometrische Verhältnisse. 1) Zunehmende: 4 : 12; 5 : 25. 2) Abnehmende: 12 : 4; 25 : 5. D. i. im ersten Falle: 4 ist dreimal kleiner als 12, oder ist in 12 dreimal enthalten, so wie 5 in 25 fünfmal. Im zweiten Falle: 12 ist dreimal gröſser als 4, und 25 ist fünfmal gröſser als 5. Die Zahlen 3 und 5 sind hier in beiden Fällen die Exponenten der Verhältnisse.

Setzt man auf eine allgemeine Art das erste Glied eines arithmetischen Verhältnisses = a, die Differenz = d, so ist $a - (a + d)$ der allgemeine Ausdruck eines zunehmenden arithmetischen Verhältnisses, und $(a + d) - a$ der eines abnehmenden.

Eben so setzt man einen allgemeinen Ausdruck für jedes mögliche geometrische Verhältniſs fest, wenn man das erste Glied = a, den Exponent = e annimmt. Nach dieser Bestimmung ist $a : ae$ ein zunehmendes, $\frac{a}{e} : a$ aber ein abnehmendes Verhältniſs. Ueberhaupt kann man das gröſsere Glied als das Dividendum, das kleinere als Divisor, und den Exponent als den Quotienten ansehen, den man erhält, wenn das kleinere in das gröſsere Glied dividirt wird. Eben daher kann auch jedes allgemein ausgedrückte geometrische Verhältniſs als ein Bruch angesehen werden, und umgekehrt jeder Bruch oder Quotient als ein geometrisches Verhältniſs, wie z. B. $a : b$ und $\frac{a}{b}$.

Alle arithmetische Verhältnisse, die einerlei Differenz und alle geometrische Verhältnisse, die

einerlei Exponenten haben, sind einander gleich. Daher sind die arithmetischen Verhältnisse 4 — 7; 8 — 11; 19 — 16; 6 — 3 einander gleich, weil die Differenz eines jeden = 3 ist. Ebenso die geometrischen Verhältnisse, z. B. 4 : 12; 5 : 15; 30 : 10; 18 : 6 einander gleich, weil der Exponent eines jeden = 3 ist. Also kann bei den arithmetischen Verhältnissen von der Gleichheit der Differenzen auf die Gleichheit der Verhältnisse, und bei den geometrischen von der Gleichheit der Exponenten auf die Gleichheit der Verhältnisse geschlossen werden, und umgekehrt.

§. 87. Zwei Verhältnisse, sowohl arithmetische, als auch geometrische, die einem dritten gleich sind, sind einander selbst gleich. Der Beweis dieses Satzes ist von selbst einleuchtend.

§. 88. Wenn man die Glieder eines geometrischen Verhältnisses a : b, mit einerlei Zahl x (x sei eine ganze oder gebrochene Zahl) multiplicirt oder dividirt: so verhalten sich im ersten Falle die Produkte wie die Multiplicanda, im zweiten Falle aber die Quotienten wie die Dividenda.

Beweis. Es ist $a : b = \frac{a}{b}$, und $ax : bx = \frac{a}{b}$, eben so $\frac{a}{x} : \frac{b}{x} = \frac{ax}{bx} = \frac{a}{b}$. Da nun die Exponenten der Verhältnisse einander gleich sind: so sind die Verhältnisse einander selbst gleich.

Ist daher ein geometrisches Verhältniſs durch zwei ganze Zahlen ausgedrückt, und man dividirt beide Glieder durch einerlei dritten Zahl, so erhält man neue Verhältnisse, die mit jenen einerlei Gröſse haben. Z. B. 24 : 96 ist = 4 : 16 und 2 : 8. Auch ist dieser Satz richtig, wenn beide Glieder, oder nur eins von beiden, Brüche sind.

So ist z. B. $\frac{3}{4} : \frac{5}{9}$ einerlei mit $\frac{3 \times 9}{4 \times 9} : \frac{5 \times 4}{9 \times 4} =$ $= 3 \times 9 : 5 \times 4 = 27 : 20$. Ebenso $4 : \frac{2}{5}$ einerlei mit $\frac{20}{5} : \frac{2}{5} = 20 : 2$. Will man daher Verhältnisse in Ansehung ihrer Gröfse mit einander vergleichen, so darf man nur jedes Glied derselben mit seinem ersten dividiren, so erhält man jenen gleiche Verhältnisse, deren erstes Glied 1 ist. Z. B. 7 : 22; 113 : 335; 100 : 314. Setzt man die Rechnung fort, so erhält man, statt 7 : 22 das Verhältnifs 1 : 3,142857....; anstatt 113 : 355 das Verhältnifs 1 : 3,141592...; und anstatt 100 : 314 das Verhältnifs 1 : 3,14.

§. 89. Das Verhältnifs von zwei Paar Zahlen kann gleich oder ungleich seyn. Im ersten Falle stehen die vier Zahlen in Proportion, folglich heifst die Gleichheit zweier Verhältnisse überhaupt eine Proportion. Die Gleichheit der Verhältnisse selbst beruht auf Gleichheit des Verhältnifsnamens. Die Proportion ist eine arithmetische, wenn beide Verhältnisse arithmetische; hingegen eine geometrische Proportion, wenn beide Verhältnisse geometrische Verhältnisse sind.

Von den vier Zahlen, die eine Proportion ausmachen, heifsen die erste und vierte die äufsern, die zweite und dritte hingegen die mittlern Glieder. Unter gleichnamigen Gliedern versteht man entweder die vorhergehenden oder die nachfolgenden Glieder. Sind die Verhältnisse zunehmende, so heifst auch die Proportion eine zunehmende; sind hingegen die Verhältnisse abnehmende, so ist auch die Proportion eine abnehmende Proportion.

Die Proportionen werden auf folgende Art bezeichnet.

A. Arithmetische Proportionen. 1) Zunehmende: 4 — 7 = 5 — 8; 2) abnehmende: 7 — 4 = 8 — 5. D. i. im ersten Falle: um so viel 4 kleiner ist als 7, um so viel ist auch 5 kleiner als 8, oder kürzer: wie sich 4 zu 7 verhält, so verhält sich 5 zu 8; und im zweiten Falle umgekehrt, wie 7 zu 4, so 8 zu 5.

B. Geometrische Proportionen. 1) Zunehmende: 4 : 12 = 6 : 18; 2) abnehmende: 12 : 4 = 18 : 6. D. i. im ersten Falle: so vielmal 4 in 12 enthalten ist, so vielmal ist auch 6 in 18 enthalten. Kürzer: wie sich 4 zu 12 verhält, so verhält sich 6 zu 18. Im zweiten Falle: wie 12 zu 4, so 18 zu 6. Oder allgemeiner: so vielmal das erste Glied im zweiten enthalten ist, so vielmal ist auch das dritte im vierten enthalten, und umgekehrt. Oder abgekürzt: wie das erste zum zweiten, so das dritte zum vierten.

In Ansehung der Form werden die Proportionen noch auf folgende Art eingetheilt: 1) in unstäte Proportionen, wenn die mittleren Glieder von verschiedener Gröſse sind, als: a) unstäte arithmetische Proportionen: 4 — 7 = 6 — 9; b) unstäte geometrische Proportionen: 4 : 12 = 6 : 18. 2) in stäte Proportionen, wenn die mittlern Glieder einerlei Gröſse haben, als a) stäte arithmetische Proportionen: 4 — 8 = 8 — 12; b) stäte geometrische Proportionen: 3 : 12 = 12 : 48.

Daher kann man die stäten Proportionen durch drei Zahlen angeben und sie durch ein Komma unterscheiden, weil die mittlern Glieder allemal aus ein und eben derselben Zahl bestehen. 1) Arithmetische Proportion 4, 7, 10, d. i. 4 — 7 = 7 — — 10; 2) geometrische Proportion 4, 12, 36, d. i. 4 : 12 = 12 : 36.

Die allgemeine Form einer arithmetischen Proportion ist a — (a + d) = b — (b + d), oder (a + d) — a = (b + d) — b, wo die erste Form ein allgemeiner Ausdruck für jede zunehmende, die zweite Form aber ein allgemeiner Ausdruck für jede abnehmende arithmetische Proportion seyn kann. Die allgemeine Form einer geometrischen Proportion aber ist a : ae = b : be, oder ae : a = be : b. Auch hier ist die erste Form ein allgemeiner Ausdruck für jede zunehmende, die zweite Form ein allgemeiner Ausdruck für jede abnehmende geometrische Proportion. Die stäte arithmetische Proportion wird allgemein auf diese Art ausgedrückt a — (a + d) = (a + d) — (a + 2d); die stäte geometrische Proportion auf folgende Art: a : ae = ae : ae^2.

Aus dem Begriffe der Proportionen folgt, daſs, wenn man bei der arithmetischen Proportion die vorhergehenden Glieder und die Differenz weiſs, die nachfolgenden durch die Addition der Differenz zu den vorhergehenden finden könne. Z. B. statt 4 — 7 = 5 — 8 schreibt man 4 — 3 + 4 = 5 — — 3 + 5; und statt 4 — 7 = 7 — 10 setzt man 4 — 3 + 4 = 3 + 4 — 3 + 3 + 4; wenn man bei der geometrischen Proportion aber die vorhergehenden Glieder und den Exponent weiſs, so kann man die nachfolgenden durch die Multiplication des Exponenten in die vorhergehenden finden. Z. B. statt der Proportion 4 : 12 = 6 : 18 schreibt man 4 : 3 × 4 = 6 : 3 × 6; und statt 4 : 12 = 12 : 36 setzt man 4 : 3 × 4 = 3 × 4 : 3 × 3 × 4.

Hieraus sieht man, daſs bei jeder arithmetischen Proportion die Summe der mittlern Glieder so groſs ist, als die Summe der äuſsern; bei jeder geometrischen Proportion hingegen das Produkt

der mittlern so groſs, als das Produkt der äuſsern Glieder.

Daraus folgt, man kann in jeder arithmetischen und in einer jeden geometrischen Proportion das erste Glied mit dem zweiten, und das dritte mit dem vierten verwechseln, und es bleibt dennoch eine richtige Proportion.

Bezeichnet $a : b = c : d$ eine jede geometrische Proportion, und man setzt $a = b$, so muſs auch $c = d$ seyn, d. i. die Exponenten $a : b$, $c : d$ müssen in beiden Verhältnissen 1 seyn. Oder setzt man $a = c$, so muſs auch $b = d$ seyn, weil sonst die Exponenten $a : b$ und $c : d$ oder die Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ ungleich wären, und daher keine Proportion ausmachen könnten.

Kapitel. X.

Von den geometrischen Proportionen insbesondere.

§. 90. In jeder geometrischen Proportion ist das Produkt der äuſsern Glieder dem Produkte der mittlern gleich.

Beweis. In dem allgemeinen Ausdrucke $a : ae = b : be$ und $ae : a = be : b$ erhält man, wenn man das Produkt der äuſsern und mittlern Glieder sucht: abe. Denn:

$$\underbrace{a : \underbrace{ae = b}_{abe} : be}_{abe} \qquad \underbrace{4 : \underbrace{8 = 10}_{80} : 20}_{80}$$

$$\text{und} \quad \underbrace{ae : \underbrace{a = be}_{abe} : b}_{abe} \qquad \underbrace{8 : \underbrace{4 = 20}_{80} : 10}_{80}$$

In jeder stäten Proportion ist das Produkt der äufsern Glieder so grofs, als die zweite Potenz des mittlern Gliedes.

Denn: $a : ae = ae : ae^2$ $\qquad 4 : 8 = 8 : 16$

$$ae \times ae = (ae)^2 \qquad 8 \times 8 = 8^2$$

$$a \times ae^2 = (ae)^2 \qquad 4 \times 16 = 64 = 8^2$$

§. 91. Wenn zwei Produkte zweier Gröfsen gleich sind, so sind die beiden Factoren des einen Produkts mittlere Proportionalgröfsen zwischen den beiden Factoren des andern Produkts.

Beweis. Es sei: $ad = bc \qquad 4 \times 6 = 2 \times 12$

$b = b$ divid. $\qquad 2 = 2$

so ist $\dfrac{ad}{b} = c \qquad \dfrac{4 \times 6}{2} = 12$

$d = d$ divid. $\qquad 6 = 6$

also auch $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \qquad \dfrac{4}{2} = \dfrac{12}{6}$

oder $a : b = c : d$ $\qquad$ oder $4 : 2 = 12 : 6$.

Daher geben zwei gleiche Produkte folglich auch zwei gleiche Brüche, in jedem Falle eine geometrische Proportion.

Also hat man auch hier zwei allgemeine Kennzeichen, vermittelst welcher die Richtigkeit einer jeden geometrischen Proportion geprüft werden kann: 1) die Gleichheit der Exponenten ihrer Verhältnisse; 2) die Gleichheit der Produkte der äufsern und mittlern Glieder.

§. 92. Aufgabe. Zu drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte zu finden.

Auflösung und Beweis. Man dividire das Produkt der mittlern Glieder durch das erste, so zeigt der Quotient die Gröfse des vierten Gliedes: Es

sei a das erste, ae das zweite, b das dritte, und x das vierte Glied, welches gefunden werden soll: so ist

$$a : ae = b : x$$
$$\text{und } ax = aeb$$
$$a = a \quad \text{divid.}$$
$$x = \frac{abe}{a} = be$$
$$\text{also } a : ae = b : be.$$

Sind nur zwei Glieder gegeben und man soll das dritte finden, so dividirt man die zweite Potenz des zweiten mit dem ersten Gliede.

$$a : ae = ae : x$$
$$ax = (ae)^2$$
$$a = a \quad \text{divid.}$$
$$x = \frac{(ae)^2}{a} = ae^2$$

also die Proportion $a : ae = ae : ae^2$. Ist 4 und 8 gegeben, so ist $8^2 = 64$, und $\frac{64}{4} = 16$ ist das dritte Glied zu 4 und 8 einer stäten Proportion, 4, 8, 16, oder $4 : 8 = 8 : 16$.

§. 93. Jede geometrische Proportion $a : ae = b : be$, oder in Zahlen: $4 : 12 = 5 : 15$, da denn $a = 4$, $b = 5$, und $e = 3$ ist, kann man auf verschiedene Art verändern und es bleibt dennoch eine richtige Proportion. Z. B.

I. Durch Umkehrung der Glieder (*invertendo*): $ae : a = be : b$, weil $\frac{a}{ae} = \frac{b}{be} = \frac{1}{e}$, oder $12 : 4 = 15 : 5$.

II. Durch Versetzung der Glieder (*permutando*): $a : b = ae : be$, weil $\frac{b}{a} = \frac{be}{ae} = e$ oder $4 : 5 = 12 : 15$.

III. Durch Addition der Glieder (*componenda*):

1) $a : ae + a = b : be + b$, weil $\frac{ae + a}{a} = \frac{be + b}{b}$ $= e + 1$; oder $4 : 12 + 4 = 5 : 15 + 5$, d. i. $4 : 15 = 5 : 20$.

2) $a + ae : ae = b + be : be$, weil $\frac{ae}{a + ae} = \frac{be}{b + be}$ $= \frac{e}{1 + e}$, oder $4 + 12 : 12 = 5 + 15 : 15$, d. i. $16 : 12 = 20 : 15$.

IV. Durch Subtraction der Glieder (*subtrahendo*):

1) $a : ae - a = b : be - b$, weil $\frac{ae - a}{a} = \frac{be - b}{b}$ $= e - 1$, oder $4 : 12 - 4 = 5 : 15 - 5$, d. i. $4 : 8 = 5 : 10$.

2) $ae - a : ae = be - b : be$, weil $\frac{ae}{ae - a} = \frac{be}{be - b}$ $= \frac{e}{e - 1}$, oder $12 - 4 : 12 = 15 - 5 : 15$, d. i. $8 : 12 = 10 : 15$.

V. Durch Multiplication der Glieder:

$am : aem = bn : ben$, weil $\frac{aem}{am} = \frac{ben}{bn} = e$, oder $4 \times 5 : 12 \times 5 = 5 \times 6 : 15 \times 6$, d. i. $20 : 60 = 30 : 90$.

VI. Durch Division der Glieder:

$\frac{a}{m} : \frac{ae}{m} = \frac{b}{n} : \frac{be}{n}$, weil $\frac{ae}{m} \times \frac{m}{a} = \frac{be}{n} \times \frac{n}{b} =$ $= e$, oder $\frac{4}{5} : \frac{12}{5} = \frac{5}{6} : \frac{15}{6}$, denn $\frac{12}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{6}$ $\times \frac{6}{5} = 3$.

VII. Durch Erhebung aller vier Glieder zu gleich hohen Potenzen.

$a^2 : (ae)^2 = b^2 : (be)^2$, weil $\frac{a^2e^2}{a^2} = \frac{b^2e^2}{b^2} = e^2$,

oder $4^2 : 12^2 = 5^2 : 15^2$, d. i. $16 : 144 = 25 : 225$.

$$a^3 : (ae)^3 = b^3 : (be)^3, \text{ weil } \frac{a^3e^3}{a^3} = \frac{b^3e^3}{b^3} = e^3,$$

oder $4^3 : 12^3 = 5^3 : 15^3$, d. i. $64 : 1728 = 125 : 3375$.

Allgemein: $a^n : (ae)^n = b^n : (be)^n$, weil $\frac{a^ne^n}{a^n} = \frac{b^ne^n}{b^n} = e^n$, oder $4^n : 12^n = 5^n : 15^n$. etc. etc.

§. 94. Wenn man die gleichnamigen Glieder zweier oder mehrerer geometrischer Verhältnisse mit einander multiplicirt: so heiſst das Verhältniſs solcher Produkte aus den einzelnen Verhältnissen der Factoren, ein zusammengesetztes Verhältniſs. So ist z. B. $ace : bdf$ aus den Verhältnissen $a : b$, $c : d$, $e : f$ zusammengesetzt. Oder wäre $a : b = m : n$, $c : d = p : q$, $e : f = r : s$, so wäre das Verhältniſs $ace : bdf$ aus den gleichen Verhältnissen $m : n$, $p : q$, $r : s$ zusammengesetzt. Ebenso verhält es sich mit Zahlen: $1 \times 2 \times 3 : 4 \times 5 \times 6$, oder $6 : 120$ ist aus den Verhältnissen $1 : 4$, $2 : 5$, $3 : 6$ zusammengesetzt.

§. 95. Sind die einzelnen Verhältnisse, aus welchen das zusammengesetzte besteht, soviel ihrer auch sind, alle einander gleich: so nennt man das zusammengesetzte Verhältniſs ein um so viel höheres, multiplicirtes oder vervielfältigtes Verhältniſs, als die Anzahl der einzelnen Verhältnisse, welche submultiplicirte heiſsen, beträgt. Ist das höhere Verhältniſs aus zwei gleichen Verhältnissen zusammengesetzt, so heiſst es insbesondere ein zweimal höheres oder duplirtes; ist es aber aus drei gleichen Verhältnissen zusammengesetzt, ein dreimal höhe-

res, oder triplirtes Verhältnifs etc. Die einfachen Verhältnisse, woraus duplirte und triplirte entstehen, werden daher subduplirte und subtriplirte Verhältnisse genannt. Nach diesen wäre also $m : n = a : b$, $p : q = a : b$, $r : s = a : b$, folglich $mp : nq = a^2 : b^2 = (a : b)^2 = (m : n)^2$, d. i. mp ist zu nq in einem zweimal höheren Verhältnisse des $a : b$; $mpr : nqs = a^3 : b^3 = (a : b)^3 = (m : n)^3$ aber in einem dreimal höheren Verhältnisse des $a : b$ oder des $m : n$. Oder in Zahlen $1 : 2$, $3 : 6$, $4 : 8$, so ist $1 \times 3 : 2 \times 6$, d. i. $3 : 12$ ein duplirtes, $1 \times 3 \times 4 : 2 \times 6 \times 8$, d. i. $12 : 96$ ein triplirtes Verhältnifs, in sofern man sich vorstellen kann, dafs diese Verhältnisse aus den Verhältnissen $1 : 2$, $3 : 6$, $4 : 8$ entstanden sind.

Weil (nach §. 88.) ein Verhältnifs nicht geändert wird, wenn man die Gliederstellen mit einerlei Zahl dividirt, so kann man auch die Glieder eines zusammengesetzten Verhältnisses mit einerlei Zahl, wenn es nämlich ohne Rest geschehen kann, dividiren, um die Zahlenrechnung in manchen Fällen abzukürzen.

§. 96. Der Exponent eines zusammengesetzten Verhältnisses ist dem Produkte aus den Exponenten der einfachen Verhältnisse gleich.

Beweis. Es sei: $a : b$, $c : d$, $e : f = ace : bdf$. Ist nun $\frac{b}{a} = m$, $\frac{d}{c} = n$, $\frac{f}{e} = o$, so hat man, weil $b = am$, $d = cn$, $f = eo$, anstatt $ace : bdf$ das eben so grofse Verhältnifs $ace : amcneo$, dessen Exponent mno ist, weil $\frac{amcneo}{ace} = mno$ ist.

Ist das zusammengesetzte Verhältnifs ein duplirtes, so ist der Exponent desselben die zweite Potenz, ist es ein triplirter, so ist der Exponent des-

selben die dritte Potenz von dem Exponenten des einfachen Verhältnisses. Also überhaupt, wenn aus n gleichen Verhältnissen, ein höheres entsteht, so ist der Exponent desselben $= e^n$, und daher ist auch ein höheres Verhältniſs demjenigen gleich, welches entsteht, wenn man beide Glieder des einfachen Verhältnisses auf eine Potenz erhebt, deren Exponent mit der Anzahl der einfachen Verhältnisse einerlei ist, die dem höheren zum Grunde gelegt werden. So ist z. B. $ace = bdf = a^3 : b^3 = c^3 : d^3 = e^3 : f^3$.

§. 97. Wenn man die gleichnamigen Glieder zweier Proportionen, von gleichen oder verschiedenen Exponenten, mit einander multiplicirt oder dividirt, so ist die Proportion solcher Produkte oder Quotienten eine zusammengesetzte Proportion.

Beweis. Es sei: $a : ae = b : be$
und $c : cE = d : dE$,

so ist $ac : aceE = bd : bdeE$, weil $\frac{aceE}{ac} = \frac{bdeE}{bd} = eE$. Auch ist $\frac{a}{c} : \frac{ae}{cE} = \frac{b}{d} : \frac{be}{dE}$, weil $\frac{ae}{cE} \times \frac{c}{a} = \frac{be}{dE} \times \frac{b}{d} = \frac{e}{E}$.

In Zahlen:

$$6 : 12 = 10 : 20$$
$$3 : 9 = 5 : 15$$
$$\overline{18 : 108 = 50 : 300}$$
$$\tfrac{6}{3} : \tfrac{12}{9} = \tfrac{10}{5} : \tfrac{20}{15}.$$

§. 98. Soll man zwei Proportionen durch die Multiplication der Glieder zusammensetzen, und es ist ein Hinterglied der einen einem Vordergliede der andern, oder die beiden Hinterglieder der einen den beiden Vordergliedern der andern, oder die

mittlern Glieder der einen den äußern Gliedern der andern gleich: so können die gleichen Glieder bei der Zusammensetzung weggelassen werden.

Beweis. 1) Ist $a : b = c : d$
und $e : f = d : g$,
so ist $ae : bf = cd : dg$, und d kann weggelassen werden,
also ist $ae : bf = c : g$.

2) Ist $a : b = c : d$
und $b : g = d : h$
so ist $a : g = c : h$
weil $ab : bg = a : g$
und $cd : dh = c : h$.

3) Ist $a : b = c : d$
und $b : g = h : c$
so ist $a : g = h : d$
weil $ab : bg = a : g$
und $ch : dc = h : d$.

In Zahlen: a)
$$2 : 4 = 3 : 6$$
$$5 : 15 = 6 : 18$$
$$2 \times 5 : 4 \times 15 = 3 : 18$$
d. i. $10 : 60 = 3 : 18$

b)
$$2 : 4 = 3 : 6$$
$$4 : 12 = 6 : 18$$
$$2 : 12 = 3 : 18$$

c)
$$2 : 4 = 3 : 6$$
$$4 : 12 = 1 : 3$$
$$2 : 12 = 1 : 6$$

§. 99. Sind in zwei Proportionen die Hinterglieder der einen den Hintergliedern der andern, oder die mittlern Glieder der einen den mittlern Gliedern der andern gleich: so kann man die gleichen Glieder weglassen, und es sind im ersten Falle

die Vorderglieder den Vordergliedern proportionirt, im zweiten Falle aber die Vorderglieder den Hintergliedern umgekehrt proportionirt.

Beweis. Es sei: 1) $a : b = c : d$
und $g : b = h : d$
so ist $a : g = c : h$, welches aus §. 98. folgt, wenn man die zweite Proportion umkehrt.

2) $a : b = c : d$
und $g : b = c : h$,
so ist $a : g = h : d$, welches ebenfalls aus §. 98. folgt, wenn man die zweite Proportion umkehrt.

Zahlenbeispiele.

a)
$$\begin{array}{l} 2 : 4 = 3 : 6 \\ 12 : 4 = 18 : 6 \\ \hline 2 : 12 = 3 : 18 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 2 : 4 = 3 : 6 \\ 12 : 4 = 3 : 1 \\ \hline 2 : 12 = 1 : 6 \end{array}$$

§. 100. Sind zwei Proportionen von einerlei Exponenten: so geben sie, wenn man die Glieder nach einerlei Ordnung addirt oder subtrahirt, eine neue Proportion.

Beweis. Es sei: $a : aE = b : bE$
und $c : cE = d : dE$,
so ist $(a \mp c) : (aE \mp cE) = (b \mp d) : (bE \mp dE)$,
d. i. $a \mp c : E(a \mp c) = (b \mp d) : E(b \mp d)$.

Ist daher $a : b = p : q$, $c : d = p : q$, $e : f = p : q$, so ist $(a + c + e) : (b + d + f) = 3p : 3q = p : q$.

Zahlenbeispiele.

$$\begin{array}{l} 2 : 4 = 3 : 6 \\ 5 : 10 = 6 : 12 \\ \hline (2 \mp 5) : (4 \mp 10) = (3 \mp 6) : (6 \mp 12) \end{array}$$

ist daher

$$\begin{array}{rcl} 2 : 4 & = & 1 : 2 \\ 3 : 6 & = & 1 : 2 \\ 5 : 10 & = & 1 : 2 \\ \hline (2+3+5) : (4+6+10) & = & 3\times1 : 3\times2 = 1 : 2 \end{array}$$

§. 101. Wenn die Exponenten zweier Proportionen ungleich sind: so erhält man, wenn die gleichnamigen Glieder addirt oder subtrahirt werden, nur alsdann eine neue richtige Proportion, wenn die Vorderglieder den Vordergliedern proportionirt sind.

Beweis. Es sei:

$$\begin{array}{rcl} a : ae & = & b : be \\ c : cE & = & d : dE \\ \text{und } a : c & = & b : d \\ \hline \end{array}$$

$$\text{so ist } a \mp c : ae \mp cE = b \mp d : be \mp dE.$$

In der Proportion $a : c = b : d$ sei $\frac{c}{a} = \frac{d}{b} = p$, so ist $c = ap$, und $d = bp$. Demnach ist:

$$\begin{array}{rcl} a : ae & = & b : be \\ \text{und } ap : apE & = & bp : bpE \\ \hline \end{array}$$

$$\text{also } (1+p)a : (e+Ep)a = (1+p)b : (e+Ep)b.$$

Da die Produkte der äufsern und mittlern Glieder gleich sind, so ist die Proportion richtig. Und weil auch $(1+p)a : (1+p)b = (e+Ep)a : (e+Ep)b$, so folgt die Richtigkeit der Proportion auch aus §. 93.

Zahlenbeispiele.

$$\text{a)}\quad \begin{array}{rcl} 5 : 10 & = & 6 : 12 \\ 2 : 4 & = & 3 : 6 \\ \hline 5\mp2 : 10\mp4 & = & 6\mp3 : 12\mp6 \end{array}$$

$$\text{b)}\quad \begin{array}{rcl} 5 : 10 & = & 6 : 12 \\ 3 : 9 & = & 5 : 15 \\ \hline 8 : 19 \text{ in} & = & 11 : 27 \end{array} \qquad \text{c)}\quad \begin{array}{rcl} 5 : 10 & = & 6 : 12 \\ 15 : 60 & = & 18 : 72 \\ \hline 20 : 70 & = & 24 : 84 \end{array}$$

weil sonst $209 = 216$ wäre.

Kapitel. XI.

Von den Gleichungen.

§. 102. Gleichungen sind Bezeichnungen gleich groſser Werthe durch Ziffern oder Buchstaben. Bei dem ersten Ansatz der Gleichung nimmt man eigentlich alles als bekannt an, und drückt nur die angegebenen Umstände und Verhältnisse in Buchstaben und Ziffern zweckmäſsig aus, so daſs man daraus sehen kann, wie eine Gröſse von der andern abhängt, oder dadurch bestimmt wird. Die beiden gleichen Werthe, welche man auf solche Weise erhält, heiſsen die Fundamental-Gleichung. Aus dieser werden alsdann nach den Grundsätzen der Arithmetik andere hergeleitet, vermittelst welcher man auf die Erdgleichung kommt, in welcher die unbekannte Gröſse von allen bekannten abgesondert, auf der einen Seite der Gleichung allein, und ihr Werth durch lauter bekannte Gröſsen ausgedrückt auf der andern Seite steht. Man sagt alsdann: die Gleichung sei aufgelöst.

§. 103. Eine Gleichung ist bestimmt, wenn ihr Werth durch bekannte, oder für bekannt angenommene Gröſsen angegeben werden kann; unbestimmt, wenn dies nicht ist. $4x + 6 = 20$ ist eine bestimmte Gleichung. Denn $x = \frac{20 - 6}{4}$; $ax - b = c$ ist bestimmt. Es wird nämlich angenommen, daſs man den Werth von a, b und c wisse, also $x = \frac{c - b}{a}$.

§. 104. Soviel unbekannte Gröſsen in einer Gleichung vorkommen, soviel besondere Gleichungen muſs man haben, um ihr Verhältniſs gegen einander, oder, welches einerlei ist, ihren Werth

zu bestimmen. Mehrere Werthe, als hiezu nöthig sind, machten die Gleichung mehr als bestimmt.

§. 105. Eine bekannte Gröſse, sie sei eine einfache oder zusammengesetzte, ganze oder gebrochene, positive oder negative Zahl, mit einer bekannten multiplicirt, heiſst ein Coëfficient der unbekannten Gröſse, wie schon oben erinnert wurde. Das Produkt aus beiden, ingleichen auch jede durch + oder — damit verbundene bekannte Gröſse, macht ein Glied der Gleichung aus.

§. 106. Einfach nennt man die Gleichung, wo die unbekannte Gröſse in einem oder mehreren Gliedern nur in der ersten Potenz befindlich ist; zusammengesetzt aber, wenn sie in einer höheren Potenz, oder als Divisor, oder als Factor einer andern unbekannten Gröſse vorkommt.

§. 107. Zur Auflösung einer einfachen bestimmten Gleichung wird weiter nichts erfordert, als daſs man die unbekannte Gröſse auf eine Seite, und die bekannte, von allen unbekannten abgesondert, auf die andere Seite bringt. Diese Absonderung des Bekannten von dem Unbekannten geschieht, wie man schon aus dem Vorhergehenden weiſs, durch eine arithmetische Operation, die derjenigen völlig entgegengesetzt ist, wodurch die Theile der Gleichung ihre erste Verbindung bekamen. Einzelne mit + bezeichnete Glieder werden mit —, die mit — bezeichneten mit + auf die andere Seite gebracht. $4x + 6 = 20$ gab $4x = 20 - 6$, $ax - b = c$ gab $xa = c + b$. Coëfficienten schafft man weg durch die Division aller Glieder der Gleichung mit derselben Zahl; $\frac{4x}{4} = \frac{20-6}{4} = x$; $\frac{ax}{a} = \frac{c+b}{a} = x$. Divisoren werden durch die Multi-

plication aller Glieder mit derselben Zahl gehoben, und auf diese Art die Brüche aus der Gleichung weggeschafft. Zusammengesetzte Factoren, besonders wenn sie die unbekannte Gröſse enthalten, wirklich multiplicirt, auch alle Glieder möglichst reducirt und gegen einander aufgehoben.

Sind mehrere unbekannte Gröſsen, also auch mehrere Gleichungen da, so wird jede nach dieser Art behandelt, und der Werth der einen durch die andere bestimmt, wie aus folgenden Exempeln, die zugleich eine Uebung im richtigen Ansatz der Fundamentalgleichung verschaffen sollen, weiter erhellen wird.

§. 108. Auflösung solcher Gleichungen, worin nur eine unbekannte Gröſse vorkommt.

1) Alexander sprach zu seinen Generalen: ich bin 2 Jahr älter als Hephästion; Clytus sagte: ich bin 4 Jahr älter als ihr beide zusammen; Callisthenes setzte hinzu: mein Vater war 96 Jahr alt, und so alt, als alle drei. Wie alt war jeder?

Hephästions Alter sei $= x$, also Alexanders $= x + 2$, und des Clytus $= 2x + 6$. Demnach ist das Alter von allen dreien $= 4x + 8 = 96$ die Fundamental-Gleichung; folglich $x = \frac{96-8}{4} = \frac{88}{4} = 22$.

2) Eine Griechin ging in den Tempel des Jupiter und bat: er möchte das Geld, welches sie bei sich trug, verdoppeln. Er that es, und sie opferte zur Dankbarkeit 2 fl. Mit dem Ueberrest ging sie in den Tempel des Appollo, und bat und erhielt ein Gleiches, weshalb sie wieder 2 fl. opferte. Nun zählte sie ihr Geld, und hatte noch 1 fl. Wie-

viel hatte sie anfangs bei sich? Antwort x fl. Wie sie nach Apollos Tempel ging, hatte sie $2x - 2$, welche auch verdoppelt wurden; und sie behielt $4x - 6 = 1$ fl., also $x = \frac{7}{4}$ fl.

3) Ein Fleischer verdingt 20 Ochsen 12 Monat lang in die Fütterung. Nach zwei Monaten schickt er noch 5 dazu, und nachdem diese zusammen $6\frac{6}{10}$ Monat gezehrt haben, noch 10. Wie lange werden sie zusammen für das bedungene Geld gefüttert werden? die Zeit für alle Ochsen wird um soviel kürzer, je mehr dazu gekommen sind. Sie sei für die ersten 20 allgemein x Monat, so ist sie für die folgenden 5 nur $x - 2$ Monat, und für die letztern 10 noch $x - 8{,}6$ Monat. Also $20 \times x + 5\,(x - 2) + 10 \times (x - 8{,}6) = 20 \times 12$ die Fundamentalgleichung. Oder $20x + 5x - 10 + 10 - 86 = 20 \times 12$; also $35x - 96 = 20 \times 12$; und $x = \frac{20 \times 12 + 96}{35} =$ $= \frac{336}{35} = 9\frac{3}{5}$ Monat. Also blieben die letzten 10 Ochsen nur einen Monat in der Fütterung.

4) Zwei Brüder sollen sich in 4800 Rthlr. theilen, mit dem Beding: dafs, so oft der eine 5 Rthlr. hinnimmt, der andere nur 4 Rthlr. nehmen darf, doch soll der letzte noch 300 Rthlr. besonders heben. Hier ist unbekannt, wie oft jeder zugreifen kann. Es sei x mal: so ist der Bedingung zufolge $5x + 4x + 300 = 4800$ die Fundamental-Gleichung. Also $9x = 4500$, und $x = 500$. Daher der erste 2500 und der andere 2300 Rthlr. bekommt.

5) Pythagoras gab auf die Frage: wieviel Schüler er habe, zur Antwort: Wenn ich sagte: die Hälfte studirt Philosophie, ein Drittel Mathematik, und der vierte Theil übt sich noch im Stillschwei-

gen, so würde die Zahl um 3 gröſser seyn, als ich wirklich habe. — Er hatte x Schüler, und $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})x = \frac{13}{12}x = x + 3$; also $13x = 12x + 36$, und $x = 36$; oder $\frac{13}{12}(x - 3) = x$, woraus man sieht, daſs der Ansatz verschiedentlich gemacht werden kann.

6) Ein Vater hinterläſst drei Söhne und verordnet, daſs von seinem Vermögen der Erste 1000 Rthlr. weniger als die Hälfte der Verlassenschaft, der Zweite 800 Rthlr. weniger als den dritten Theil, und der Dritte 600 Rthlr. weniger als den vierten Theil der Verlassenschaft haben soll. Wie groſs war die Verlassenschaft und was bekam jeder? Die Verlassenschaft sei $= x$, so bekam der Erste $\frac{1}{2}x - 1000$, der Zweite $\frac{1}{3}x - 800$ und der Dritte $\frac{1}{4}x - 600$, und $\frac{1}{2}x - 1000 + \frac{1}{3}x - 800 + \frac{1}{4}x - 600 = x$; folglich $\frac{13}{12}x - 2400 = x$; also $x = 28800$, davon der Erste 13400, der Zweite 8800 und der Dritte 6600 bekam. Also ein Exempel wie Nr. 5.

7) Man sucht eine Zahl, die 5mal genommen, soviel unter 40 ist, als sie selbst unter 12 ist. Die Zahl sei x; $12 - x = 40 - 5x$, also $28 = 4x$, und $x = 7$.

8) Drei Stück Muskatennüsse kosten eben so viel über 4 Pf. als 4 Stück mehr kosten als 10 Pf.; oder deutlicher: wenn 4 Pf. zu einer gewissen Summe und 10 Pf. zu eben dieser Summe gelegt werden: so verhalten sich die Summen, wie die Zahl der Nüsse. Wie theuer waren sie? Die drei sollen $x + 4$ Pf. kosten, also $3 : 4 = x + 4 : \frac{4x + 16}{3}$ Preis der vier Nüsse, und $\frac{4x + 16}{3} = x + 10$, folglich $x = 14$ Pf. und 1 Stück kostet 6 Pf.

9) Einer gibt dem nächsten Bettler $\frac{1}{6}$ seines Geldes und 1 gr. darüber, dem andern $\frac{1}{6}$ des Restes und 2 gr., dem dritten wieder $\frac{1}{6}$ des Restes und 3 gr. u. s. w., bis er kein Geld mehr hat. Ein Bettler bekam so viel als der andere. Wie viel Bettler bekamen etwas, und wie viel Geld hatte er? — Sein Geld sei $= x$: so bekam der erste $\frac{1}{6}x +$ 1 gr. und er behält $x - \frac{1}{6}x - 1$ gr. $= \frac{5}{6}x -$ 1 gr. Also der zweite bekam $\frac{5}{36}x - \frac{1}{6}$ gr. $+ 2$ gr., und er behielt $\frac{5}{6}x - 1$ gr. $- \frac{5}{36}x + \frac{1}{6}$ gr. $- 2$ gr. $= \frac{25}{36}x - 3$ gr. $+ \frac{1}{6}$ gr., wovon der dritte wieder $\frac{1}{6}$ bekam und noch 4 gr. Weil aber alle gleichviel bekommen: so ist es nicht einmal nöthig, dieses zu berechnen. Es ist genug, dafs man weifs, $\frac{1}{6}x + 1$ gr. $= \frac{5}{36}x + 2$ gr. $- \frac{1}{6}$ gr.; oder wenn man alles mit 36 multiplicirt, $6x + 36$ gr. $= 5x + 12$ gr. $- 6$ gr. $= 5x + 66$ gr.; $x = 66 - 36 = 30$ gr. — Dividirt man dieses Geld mit dem, was ein Bettler bekam, $= (\frac{30}{6} + 1) = 6$, so ist die Zahl der Bettler $\frac{30}{6} = 5$.

§. 109. In allen bereits aufgeführten Exempeln, woraus der Ansatz in sehr vielen andern Fällen beurtheilt werden kann, liegt die allgemeine Form $ax - b = 0$, oder $ax = b$ zum Grunde. Nur sind a und b verschiedentlich zusammengesetzt. So war z. B. in 5) und 6) $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, dafür noch allgemeiner $\frac{n}{m} + \frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{nqs + pms + rmq}{mqs} = a$, oder wenn n, p, und $r = 1$, $\frac{qs + ms + mq}{mqs}$ hätte gesetzt werden können; welches für $m = 2$, $q = 3$ und $s = 4$, $\frac{26}{24} = \frac{13}{12}$ gibt, also $ax = \left(\frac{qs + ms + mq}{mqs}\right)$ $x = x + b$ ist die allgemeine Formel für 5 und 6. Auf solche allgemeine Art nun hätte das Exempel 9) auch so ausgedrückt werden können. Eine Gröfse

x zu finden, die in gleiche Theile getheilt ist, und zwar so, daſs eine beständige Gröſse a und der n^{te} Theil des Ganzen so groſs ist, als 2a und der n^{te} Theil des ersten Restes, und dieser Theil wieder so groſs als 3a und der n^{te} Theil des zweiten Restes u. s. w. Hier ist also die Gröſse des ersten Theiles $= a + \frac{1}{n} x$; die Gröſse des zweiten Theiles $= 2a + (x - \frac{1}{n} x - a) : n = \frac{(n-1)}{n^2} x - \frac{a}{n} + 2a$, und $a + \frac{1}{n} x = \frac{(n-1)}{n^2} x - \frac{a}{n} + 2a$, folglich, wenn a auf beiden Seiten abgezogen wird, $\frac{1}{n} x = \frac{(n-1)}{n^2} x - \frac{a}{n} + a$, und wenn alles unter einerlei Benennung gebracht und gehörig reducirt wird, $x = n(n-1)a$. Beispiel. Ein Vater hinterläſst einige Kinder, und ein Vermögen, das unter sie vertheilt werden soll. Der erste bekommt aber 100 Rthlr. und $\frac{1}{10}$ des Vermögens, der zweite 200 Rthlr. und $\frac{1}{10}$ des Restes u. s. w. Wie groſs war das Vermögen, und wieviel Kinder hatte er? n ist hier = 10 und a = 100, also das Vermögen $x = 10 \times 9 \times 9000$ Rthlr. Das erste bekommt, wie jedes andere Kind, 1000 Rthlr., also hatte er 9 Kinder.

Um zu zeigen, wie sorgfältig man bei dem Ansatz der Fundamentalgleichung auf alle Umstände Acht haben müsse, wollen wir dasselbe Exempel wieder vornehmen, mit der einzigen Veränderung, daſs jedes Erbtheil aus der vorhin bestimmten beständigen Gröſse und dem n^{ten} Theile des Restes bestehen soll. Also der erste bekommt $a + \frac{x-a}{n}$

$= \frac{x}{n} + \frac{(n-1)a}{n} = \frac{nx}{n^2} + \frac{n(n-1)a}{n^2}$; der zweite bekommt $2a + \left(x - \frac{x}{n} - \frac{(n-1)a}{n} - 2a\right) : n =$ $\frac{(n-1)x - (n-1)a + 2n(n-1)a}{n^2}$. Also da alles in den letzten Theilen der Gleichung auf einerlei Benennung gebracht ist:

$nx + n(n-1)a = (n-1)x - (n-1)a + 2n$ $(n-1)a$, und $x = n(n-1)a - 1(n-1)a =$ $= (n-1)(n-1)a = (n-1)^2 a$.

Dies gibt für $n = 10$ und $a = 100$, $x = 8100$, und das Erbtheil eines jeden $= 100 + 800 = 900$, folglich wieder 9 Kinder.

§. 110. Auflösung solcher einfachen bestimmten Gleichungen, wo mehr als eine unbekannte Gröſse vorkommt.

Es kommt alles darauf an, das Verhältniſs der unbekannten Gröſsen gegen einander zu bestimmen, damit man die unbekannten Gröſsen bis auf eine wegschaffen oder eliminiren könne. Dies geschieht nun:

I. Wenn man aus allen Gleichungen den Werth einer unbekannten Gröſse sucht. Diese verschiedenen Werthe hernach gleich gesetzt, geben Gleichungen, worin schon eine unbekannte Gröſse fehlt. Aus diesen sucht man wieder den Werth einer andern unbekannten Gröſse, die dadurch eliminirt wird, und so fährt man fort, bis man endlich nur eine unbekannte Gröſse in der Gleichung behält, deren Werth in einer der vorhergehenden substituirt, die andere unbekannte, und dieser Werth, in einer vorhergehenden substituirt, die dritte unbekannte Gröſse u. s. w. gibt. Oft gibt dies sehr weitläuftige und verwickelte Rechnungen. Oft aber

hat man auch dabei grofse Vortheile, die die Rechnungen sehr abkürzen. Dergleichen findet man in folgendem Exempel:

$x + y - z = a; a + z - y = b; y + z - x = c.$

also $x = a + z - y = b + y - z = y + z - c.$

Setzt man nun $a + z - y = y + z - c$

so findet man sogleich $2y = a + c$, oder $y = \frac{a + c}{2}$

ferner: $b + y - z = y + z - c$

gibt $b + c = 2z$, also $z = \frac{b + c}{2}$

also $x = a + \left(\frac{b + c}{2}\right) - \left(\frac{a + c}{2}\right) = \frac{a + b}{2}$.

II. Man nimmt aus zwei und zwei Gleichungen die Coëfficienten des Gliedes, das man eliminiren will, und multiplicirt damit wechselsweise die Gleichung. Zieht man alsdann die eine Gleichung von der andern ab: so fällt dies Glied weg. Es sei:

1) $ax + dy + gz = l$; 2) $bx + ey + hz = m$ und 3) $cx + fy + kz = n$. Man multiplicire die Gleichung 1 mit b und die Gleichung 2 mit a; so bekommt man $abx + bdy + bgz = bl$

und $abx + aey + ahz = am$

also $(ae - bd)y + (ah - bg)z = am - bl$,

ferner die Gleichung 1 mit c und die Gleichung 3 mit a multiplicirt, und 1 von 3 subtrahirt, gibt

$acx + cdy + cgz = cl$

und $acx + afy + akz = an$:

folglich $(af - cd)y + (ak - cg)z = an - cl$.

Hätte man nun statt der Buchstaben Ziffern: so würden die Glieder der Gleichungen sogleich darin ausgedrückt und wegen des Subtractionszeichens auf kleinere Zahlen gebracht werden können; man kann aber eben diesen Vortheil und zwar noch

bequemer durch die Substitution anderer Buchstaben erhalten. Es sei nämlich $ae - bd = \alpha$; $ah - bg = \beta$; $am - bl = \gamma$; $af - cd = \delta$; $ak - cg = \varepsilon$; $an - cl = \zeta$; so wird I. $\alpha y + \beta z = \gamma$ und II. $\delta y + \varepsilon z = \zeta$, also

$\alpha\delta y + \beta\delta z = \delta y$ und $\alpha\delta y + \alpha\varepsilon\zeta = \alpha\zeta$.

Subtrahirt man nun die zweite von der ersten, so ist:

$$(\alpha\varepsilon - \beta\delta)z = \alpha\zeta - \gamma\delta, \text{ also } z = \frac{\alpha\zeta - \gamma\delta}{\alpha\varepsilon - \beta\delta} = \frac{(ae - bd)(an - cl) - (am - bl)(af - cd)}{(ae - bd)(ak - cg) - (ah - bg)(af - cd)}.$$

Ferner um y aus I. und II. zu bekommen, schaffe man z weg, indem man I. mit ε, und II. mit β multiplicirt.

Also $\alpha\varepsilon y + \beta\varepsilon z = \varepsilon\gamma$ und $\beta\delta y + \beta\varepsilon z = \beta\zeta$, woraus die Gleichung $(\alpha\varepsilon - \beta\delta)y = \varepsilon\gamma - \beta\zeta$ gefunden wird.

$$\text{Also } y = \frac{\varepsilon\gamma - \beta\zeta}{\alpha\varepsilon - \beta\delta} = \frac{(aK - cg)(am - bl) - (ah - bg)(an - cl)}{(ae - bd)(aK - cg) - (ah - bg)(af - cd)}.$$

Woraus $x = \frac{l - dy - gz}{a}$ leicht gefunden wird, wenn man die gefundenen Werthe von z und y substituirt. Uebrigens kann die Stellung der Grössen, wenn sie etwa bei wirklich gegebenen Zahlen nach der hier gewählten Verbindung negative Werthe geben sollte, leicht anders gemacht werden.

III. Bisweilen kann man sich durch Proportionen helfen. Z. B. man hat vier unbekannte Zahlen x, y, z und u, und das gegebene Verhältniſs der ersten zur andern $= m : n$, auf der zweiten zur dritten $= p : q$. Auſserdem sollen alle vier in

der gegebenen Ordnung eine geometrische Proportion ausmachen, und ihre Summe = a seyn. Aus diesen Angaben weiſs man sogleich

$$y = \frac{nx}{m};\ z = \frac{qy}{p} = \frac{qnx}{pm};\ u = \frac{y \times z}{x} = \frac{qn^2x}{pm^2},$$

und wenn man alles unter einerlei Benennung bringt,

$$x + y + z + u = \frac{(pm^2 + pmn + qmn + qn^2)}{pm^2}x$$

$$= a;\ \text{also}\ x = \frac{apm^2}{(pm + qn)(m + n)}.$$

Es sei $m = 3$, $n = 4$, $p = 5$, $q = 6$, $a = 910$ so ist $x = \frac{40950}{273} = 150$.

Dergleichen Vortheile werden sich in der Anwendung noch mehrere zeigen lassen.

Exempel. 1) Einer hat zwei Tabattieren, legt er in die erste 10 Rthlr., so ist sie noch einmal so viel werth als die andere; legt er aber diese 10 Rthlr. in die andere, so sind sie beide gleich viel werth. Wie groſs ist der Werth einer jeden?

Der Werth der ersten sei $= x$ und der andern $= y$. So ist $x + 10 = 2y$ und $y + 10 = x$, also $x - 10 = y$. Addirt man beide Gleichungen: so ist $2x = 3y$. Also $3 : 2 = x : y$, und $y = \frac{2}{3}x$; also $x - 10 = \frac{2}{3}x$, oder $\frac{1}{3}x - 10 = 0$; daher $x = 30$ und $y = 20$.

2) Einer kauft 20 Pfund Rosinen und 24 Pfund Pflaumen um $2\frac{1}{4}$ Rthlr. = 54 gr. Ein anderer kauft um denselben Preis 24 Pfund Rosinen und 30 Pfund Pflaumen für $2\frac{3}{4}$ Rthlr. = 66 gr. Wie viel kostet das Pfund von jeder Gattung?

Das Pfund Rosinen kostet x gr. und das Pfund Pflaumen y gr.; also $20x + 24y = 54$ gr. oder $10x + 12y = 27$ gr.; und $24x + 30y = 66$ gr. oder $4x + 5y = 11$ gr. Letzte Gleichung gibt x

$= \frac{11 - 5y}{4}$. Dieser Werth in die erste Gleichung gesetzt, gibt $\frac{10 \times (11 - 5y)}{4} + 12y = 27$, oder $10 \times 11 - 10 \times 5y + 4 \times 12y = 4 \times 27 = (10 \times 5 - 4 \times 12)y$, wodurch die Werthe im Zähler und Nenner positiv geworden wären.

Nach der vorhin gegebenen II. Regel hätte man sogleich y gefunden, wenn die erste Gleichung durch 4, und die zweite durch 10 wäre multiplicirt worden. Nämlich $4 \times 10x + 4 \times 12y = 4 \times 27$, und $10 \times 4x + 10 \times 5y = 10 \times 11$; also $(10 \times 5 - 4 \times 12)y = 10 \times 11 - 4 \times 27$ und $y = \frac{10 \times 11 - 4 \times 27}{10 \times 5 - 4 \times 12}$.

3) Drei Zahlen zu finden, wovon die Summe der ersten und zweiten $= x + y = a$, ferner die Summe der ersten und dritten $= x + z = b$, und die Summe der zweiten und dritten $= y + z = c$ gegeben sind.

Auflösung. 1) $a - b = x + y - x + z = y + + z$; 2) $a - b + c = y - z + y + z = 2y$; also 3) $y = \frac{a - b + c}{2}$; folglich 4) $x = a - y = a - - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c = \frac{a + b - c}{2}$; 5) $z = c - y = c - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}c = \frac{c + b - a}{2}$.

Es sei: $a = 12$; $b = 16$; $c = 14$; so ist $y = 5$; $x = 7$; und $z = 9$.

Zweite Abtheilung.

Eigentliche pharmazeutisch-mathematische

Physik und Chemie.

Kapitel. I.

Berechnung der stöchiometrischen Zahlen.

§. 1. Jede Substanz hat für jede andere, welche sich mit ihr zu verbinden vermag, eine bestimmte, ihrer eigenen Activitätsgröſse entsprechende Capacität, steht mithin mit jeder Materie, zu welcher sie Affinität hat, in einem bestimmten Mischungsverhältnisse. Wenn aber die Substanz A durch eine bestimmte Quantität der Substanz B gebunden wird, B hingegen auſserdem bestimmte Mengen von C erfordert, um — wenn C statt A gegeben ist, durch C gebunden zu werden: so folgt, daſs B gegen A, oder A durch C, in Absicht auf Bindung substituirt werden kann, und wenn die Quanta bekannt sind, mit welchen B gegen A und C gegen B zur Bindung gelangt: so wird sich daraus zugleich das Quantum ergeben, mit welchem C gegen A wirken muſs, um B zu substituiren, oder diesem äquivalent zu seyn.

Bestimmt man diese Quantitäten nach Gewichten: so nennt man das der gegebenen Substanz zukommende bestimmte Mischungsverhältniſs ihr Mischungsgewicht; werden hingegen jene Mengen nach Maſsen festgesetzt: so nennt man es das Mischungsmaſs der verwandten Materien. Wenn ein

Maſs oder eine Gewichtseinheit (z. B. ein Cubikzoll oder eine Unze) A, 2 B bindet und 2 B genau 4 C binden: so muſs die Bindung des Gemisches A + C eintreten, in dem Verhältnisse von 1 A zu 4 C. Z. B. 135 Gewichtstheile Hydrogen fordern zur Saturation 1000 Theile Oxygen und bilden damit 1135 Theile Wasser, können aber auch statt des Oxygens durch 4400 Chlor saturirt werden und geben damit 4535 Hydrochlorine; und wiederum geben 1000 Oxygen und 4395,6 (also fast 4400) Chlor, 5595,6 Chloroxyd. — Ferner 1000 Gewichtstheile Oxygen und 754 Kohlenstoff 1754 Kohlenoxydgas, und dieselbe Quantität Kohlenstoff bildet mit 135 Hydrogen 1889 ölerzeugendes Gas. — 13000 Theile Blei geben mit 1000 Oxygen 14000 gelbes Bleioxyd; 13000 Blei werden aber auch von 2000 Schwefel saturirt, damit 15000 Theile Bleiglanz bildend; und wiederum verbinden sich 2000 Theile Schwefel mit 1000 Oxygen zu 3000 Hyposchweflichersäure, und 2000 Schwefel geben mit 135 Hydrogen 2135 Hydrothionsäure.

§. 2. Vergleicht man die Mischungsgewichte verschiedener Substanzen, so zeigt die Zahl des gegenseitigen Unterschiedes das Quantitätenverhältniſs an, in welchem die eine Substanz die andere, in Beziehung auf Bindung oder Saturation mit einer dritten zu vertreten vermag. Man nennt diese Zahl daher auch die stöchiometrische oder chemische Zahl, indem sie die Menge angibt, mit welcher ein Stoff mit dem andern in Verbindung geht. Nur in sofern man eine der bekannten Substanzen zur vergleichenden Einheit wählt, vermag man die Gesetze aufzufinden, nach welchen die Mischungsverhältnisse der einzelnen Substanzen vergleichbar sind.

§. 3. Berzelius, Wollaston, Schweigger, Thomson und Meinecke wählten zur vergleichenden Einheit das Oxygen, d. i. den Stoff, der gegen alle übrigen negativ-elektrisch wird, weil seine Eigenschaften ihn von allen übrigen Stoffen weit mehr entfernen, als dieses bei einem der übrigen der Fall ist, weil er das allgemeinste Auflösungsmittel und als der Stoff zu betrachten ist, durch dessen Verbindung die sämmtlichen übrigen Stoffe zu einer erhöheten Mannichfaltigkeit von Activität und zur verhältnifsmäfsig gröfsten Verminderung ihrer Eigenthümlichkeiten gelangen. Richter wählte dazu die Schwefelsäure, Gay-Lussac die atmosphärische Luft, und Dalton das Hydrogen. Letzteres wird zwar gegen alle übrigen Stoffe positiv elektrisch, steht jedoch den zwischen ihm und dem Oxygen liegenden bindungsweise positiven Stoffen weit näher, als das Oxygen z. B. jedem dieser Stoffe (dem Chlor) steht, der am mindesten und nur gegen das Oxygen positiv, gegen alle übrigen Stoffe hingegen negativ elektrisch wird, und geht ohnedem nur mit einer geringen Zahl derselben feste Verbindungen ein. Auch ist schon darum das Oxygen ein bequemes Mafs, weil seine Zahl, die des Hydrogens und des Kohlenstoffs ausgenommen, die kleinste, und doch grofs genug ist, um in den Stand zu setzen, die dadurch bestimmten höchsten stöchiometrischen Werthe leicht übersehen zu können, während das Hydrogen für die meisten Substanzen zu grofse Zahlen gibt.

§. 4. Wählt man nun das Oxygen zur Einheit: so ist zunächst jener Oxydationsgrad der Stoffe zu suchen, wo das Oxygen weder vorwaltet, noch der oxydablen Grundlage sich unterordnet, wo er mit derselben ausgeglichen ist, oder sich mit ihr im

neutralen Zustande befindet. Ein solcher Grad der Oxydation ist z. B. jener, den die meisten metallischen Stoffe zeigen, wenn sie als salzfähige Basen erscheinen.

Für das Hyrogen ist ein ähnlicher Oxydationsgrad gegeben in dem Wasser, selbst auch dann, wenn noch andere Grade gefunden werden sollten (wenn z. B. das Azot aus Oxygen und Hydrogen combinirt seyn sollte).

§. 5. Ein treffliches Hülfsmittel zur genauesten Bestimmung der stöchiometrischen Zahlen bietet die Erfahrung dar, daſs die Zahlen sämmtlicher Stoffe ein Vielfaches von der Zahl des Hydrogens so nahe angeben, daſs, wenn man statt einer der Gröſsen, welche durch die verschiedenen chemischen Decompositionen ein und desselben Gemisches gefunden werden, ein Multiplum von dem Werthe des Hydrogens nach einer ganzen Zahl ansetzt, dieses Multiplum des Hydrogens von dem Mittel aus jenen durch Zersetzung gefundenen Gröſsen weniger abweicht als die meisten dieser Gröſsen. Und da endlich die bei Annahme des Oxygens vorausgesetzte Bestimmung der Capacität der benennbaren Stoffe für das Oxygen zugleich mit der Stellung des Stoffs in elektrischer Hinsicht, so wie hinsichtlich seiner Dichtigkeit, Cohärenz, Schall- und Wärmeleitung, Lichtbrechung u. s. w., d. i. mit den übrigen Haupteigenschaften des Stoffes in einigem Zusammenhang steht: so wird, durch alles dieses zusammengenommen, jene Annahme vollkommen gerechtfertigt.

§. 6. Betrachet man nun das Wasser, als aus 1 Antheil Hydrogen und 1 Antheil Oxygen zusammengesetzt, und drückt man das gegenseitige Quantitätenverhältniſs dieser Antheile in Gewichten aus:

so erhält man den Werth des Hydrogens, oder die Zahl, welche nach Gewichten die Mengen von einen stöchiometrischen Antheil Hydrogen in allen chemischen Verbindungen ausdrückt.

Biot's und Arago's Untersuchungen zufolge ist das Wasser aus 88,826 Oxygen und 11,174 Hydrogen zusammengesetzt, wodurch das Hydrogen die Zahl $\frac{11,174}{88,826} = 0,1257$, und zählt man nur bis zur dritten Decimalstelle, genau die Zahl 0,125 erhält; d. i. das Oxygen ist das 8fache des Hydrogenwerthes. Analytische Versuche anderer Chemiker geben hiervon etwas abweichende Verhältnisse, doch hat man Ursache, das obige Ergebnifs vorzugsweise zu berücksichtigen.

Nach Meinecke ist die Zahl des Kohlenstoffs 0,75, d. i. das 6fache jener des Hydrogens und $\frac{3}{4}$ des Oxygens; die des Azots 1,75, d. i. das 14fache derjenigen des Hydrogens; die des Chlors 4,5 oder genau das 36fache des Hydrogens; die des Fluors 2,25 oder das 18fache; des Jodins 15,5 oder das 124fache des Hydrogens; des Boron 2, d. i. das 16fache des Hydrogens; des Schwefels ebendieselbe; des Phosphors 4 oder das 32fache des Hydrogens; des Talciums 1,5 oder das 12fache des Hydrogens; des Calciums 2,5 oder das 20fache; des Natriums 3, oder das 24fache; des Kaliums 5 oder das 40fache; des Strontiums 4,5 oder das 36fache; des Baryums 7,5 oder das 60fache des Hydrogens; des Siliciums 1 oder das 8fache; des Aluminiums 1 oder das 9fache; des Glyciums 2,25 oder das 18fache; des Zirkoniums 4,5 oder das 36fache; des Yttriums 4, oder das 32fache; des Tantelums 16, oder das 128fache des Hydrogens. Die Zahlen der übrigen Metalle sind: Eisen 3,5; Mangan 3,5; Chrom 3,5; Kobalt 3,75;

Nickel 3,75; Tellur 4; Zink 4; Cerer 5,75; Molybdän 6; Arsenik 6; Antimon 6; Irridium 6; Palladium 7; Zinn 7,376; Kupfer 8; Titan 9; Wismuth 9; Uran 12; Scheel 12; Platin 12; Blei 13; Silber 13,5; Rhodium 15; Gold 25; Quecksilber 25. Multiplicirt man jede dieser Zahlen mit 8: so erhält man für jedes Metall das zugehörige Multiplum des Hydrogens oder die stöchiometrischen Zahlen der Metalle, wie sie erscheinen, wenn nicht das Oxygen, sondern das Hydrogen zur Einheit angenommen war.

§. 7. Um die stöchiometrische Zahl irgend eines Elements zu berechnen, ist es erforderlich, daſs man wenigstens Eine quantitative Analyse irgend einer Verbindung durch Versuche kennen gelernt habe, worin dieses Element neben einem andern vorkömmt, dessen stöchiometrische Zahl bereits bekannt ist. Man findet z. B. durch Versuche, daſs 100 Wasser aus 11,1 Hydrogen und 88,9 Oxygen bestehen; also ist, wenn man das Mischungsgewicht des Hydrogens zur Einheit annimmt und sich denkt, daſs im Wasser 1 Antheil oder Mischungsgewicht Hydrogen mit 1 M. G. Oxygen vereinigt sei:

$$11{,}1 : 88{,}9 = 1 : x$$

und $x = \frac{88{,}9}{11{,}1} \times 1 = 8 =$ den M. G. des Oxygens. Ferner enthalten 100 Hydrothionsäure 5,9 Hydrogen gegen 94,1 Schwefel; nun ist:

$$5{,}9 : 94{,}1 = 1 : x$$

und das M. G. des Schwefels wäre also $= x = \frac{94{,}1 \times 1}{5{,}9} = 16$. Diese 16 Schwefel finden sich in der schweflichen Säure mit $2 \times 8 = 16$ Oxygen, und in der Schwefelsäure mit $3 \times 8 = 24$ Oxygen,

vereinigt. 103,5 Blei sind im Schwefelblei mit 16 Schwefel, im gelben Bleioxyde mit 8, im rothen mit $1\frac{1}{2} \times 8 = 12$, im braunen mit $2 \times 8 = 16$ Oxygen vereinigt. 14 Azot bilden mit 8 Oxygen das oxydulirte Stickstoffgas, mit 16 Oxygen das Salpetergas oder oxydirte Stickstoffgas; mit 24 Oxygen die hyposalpetrige-, mit 32 Oxygen die salpetrige-, und mit $5 \times 8 = 40$ die Salpetersäure. Also ist 1 M. G. Blei mit 1, $1\frac{1}{2}$ und 2 M. G. Oxygen; 1 M. G. Azot mit 1, 2, 3, 4 und 5 M. G. Oxygen vereinbar.

Man bedient sich dann der geometrischen Proportionen und setzt diese auf folgende Art an. Diejenige Zahl, welche nach der Analyse das Quantum des fraglichen Elements ausdrückt, kömmt ins zweite oder dritte Glied der Proportion, das gefundene Quantum des andern Elements ins erste Glied, die bekannte stöchiometrische Zahl dieses zuletzt genannten Elementes aber ins dritte oder zweite Glied. Das vierte Glied bezeichnet man mit x, weil es unbekannt ist. Werden nun die mittlern Glieder mit einander multiplicirt und wird das Produkt durch das erste Glied dividirt: so ist der erhaltene Quotient = x = der gesuchten stöchiometrischen Zahl.

Sucht man z. B. die stöchiometrische Zahl für das Element A, kennt man die quantative Zusammensetzung der Verbindung C, welche aus A und B besteht, von A nämlich a Theile und von B die Menge b enthält, und weiſs man, daſs die stöchiometrische Zahl für B = g sei, so ist die stöchiometrische Zahl für A, bezeichnet durch x aus folgender Proportion leicht zu finden.

$$b : a = g : x \text{ oder } b : g = a : x$$

auf jeden Fall also $x = \frac{a \times g}{b} = \frac{g \times a}{b}$.

Ist die stöchiometrische Zahl einer Verbindung und die des einen Bestandtheils derselben bekannt, die des andern Bestandtheils aber unbekannt: so läſst sich letztere finden, wenn man von der stöchiometrischen Zahl der Verbindung die bekannte des einen Bestandtheils abzieht, indem durch die Differenz dann die gesuchte stöchiometrische Zahl des fraglichen Bestandtheils dargestellt wird.

Besteht die Verbindung L aus den Elementen E und F, ist für L die stöchiometrische Zahl l, die für F auch bekannt und f, die für E unbekannt, durch x bezeichnet und zu suchen: so ist die stöchiometrische Zahl für E also

$$x = l - f.$$

Wäre die stöchiometrische Zahl für das Baryum zu suchen, wäre die für das Oxygen = 8, die für den Baryt = 76,6: so wäre L Baryt, l = 76,6; F Oxygen, f = 8, E Baryum und die stöchiometrische Zahl für Baryum also x = 76,6 — 8 = 68,6.

§. 8. Wollte man das M. G. des Oxygens zur Einheit annehmen und danach die oben angegebene Zusammensetzung des Wassers und der Hydrothionsäure berechnen: so wäre

$$88{,}9 : 11{,}1 = 1 : x$$

und das M. G. des Hydrogens oder $x = \frac{11{,}1 \times 1}{88{,}9}$ = 0,125.

Ferner: $5{,}9 : 94{,}1 = 0{,}125 : x$

und das M. G. des Schwefels oder $x = \frac{94{,}1 \times 0{,}125}{5{,}9}$ = 2, und dann enthielte die schwefliche Säure 2 Schwefel auf 2 Oxygen, die Schwefelsäure 2 Schwefel auf 3 Oxygen; das Schwefelblei 12,9 Blei auf 2 Schwefel; die 3 Bleioxyde 12,9 Blei auf 1; 1,5

und 2 Oxygen; und es verbänden sich dann 1,75 Azot mit 1, 2, 3, 4 und 5 Oxygen.

Ob nun aber im Wasser 1 M. G. Hydrogen mit 1 M. G. Oxygen verbunden sei, oder mit 2 M. G. Oxygen; oder 2 M. G. Hydrogen mit 1 M. G. Oxygen: läſst sich nicht bestimmt entscheiden, obgleich die erste Ansicht die wahrscheinlichste ist. Berzelius und Davy haben sich jedoch für die letztere entschieden, so daſs die stöchiometrische Zahl des Oxygens = 100 gesetzt, diese 100 Oxygen mit 2 M. G. Hydrogen, jeder zu $\frac{12,5}{2} = 6,25$ gesetzt, vereinigt sind. Auch bei vielen andern Verbindungen lassen sich verschiedene Anzahlen M. G. annehmen, was allerdings verwirrt.

Ist die stöchiometrische Zahl eines Stoffs, die des Hydrogens = 1 gesetzt, bekannt, aber man will aus dieser eine solche Zahl finden, welche dem Stoffe als stöchiometrischer Werth zugehört, wenn das M. G. des Oxygens = 100 gesetzt würde: so hat man die erstere zu multipliciren mit 100 und zu dividiren durch 8. Es ist z. B. (die stöchiometrische Zahl des Hydrogens = 1, die des Kohlenstoffs = 6; hieraus findet man unter Voraussetzung, daſs das M. G. des Oxygens = 100 wäre, die Zahl, welche dann dem Kohlenstoffe als stöchiometrische Zahl zukömmt, wenn man sagt: sie ist $= \frac{6 \times 100}{8} = 75$. Sucht man die stöchiometrische Zahl des Kohlenstoffs aus derjenigen, die ihm zukommt, wenn das M. G. des Hydrogens = 1 ist, für die Annahme, daſs das M. G. des Oxygens = 10 seyn sollte: so verfährt man ebenso wie oben, nur daſs man, statt mit 100, hier mit 10 multiplicirt. Es wäre denn das M. G. des Kohlen-

stoffs $= \frac{6 \times 10}{8} = 7{,}5$. Sollte das M. G. des Oxygens $= 1$ seyn: so wäre das M. G. des Kohlenstoffs $= \frac{6 \times 1}{8} = 0{,}75$.

Ist umgekehrt die Forderung, aus einer Zahl, welche irgend einer Substanz, unter der Voraussetzung, daſs das M. G. des Oxygens $= 100$ sei, zukommt, diejenige zu finden, welche demselben Stoffe zugehöre, wenn das M. G. des Hydrogens $= 1$ gesetzt würde: so hat man jene Zahl zu multipliciren mit 8 und zu dividiren durch 100. Es ist z. B. das M. G. des Oxygens $= 100$ gesetzt, die stöchiometrische Zahl der Jodine $= 1562{,}5$, also ist, wenn das M. G. des Hydrogens $= 1$ gesetzt werden soll, die Zahl, welche der Jodine als stöchiometrischen Werth angehört $= \frac{1562{,}5 \times 8}{100} = 125$. Ist das M. G. einer Substanz bekannt, für die Annahme, daſs das M. G. des Oxygens $= 10$ sei, oder $= 1$, und man will jenes M. G. reduciren auf den Fall, daſs das M. G. des Hydrogens $= 1$ wäre: so verfährt man wie oben, nur daſs man einen andern Divisor, also statt 100, nun 10 oder 1 nimmt. Ist z. B. das M. G. des Oxygens $= 10$ und das M. G. des Fluors $= 22{,}5$: so ist letzteres unter Annahme des M. G. des Hydrogens $= 1$, nun $= \frac{22{,}5 \times 8}{10} = 18$. Ist das M. G. des Oxygens $= 1$, und das M. G. des Siliciums $= 1$: so ist, wenn das M. G. des Hydrogens $= 1$ seyn soll, das M. G. des Siliciums $= \frac{1 \times 8}{1} = 8$.

§. 9. Um die stöchiometrische Zahl einer zusammengesetzten Materie zu finden, ist es erforderlich, daſs man entweder

1) ebenfalls eine quantitative Analyse einer solchen Zusammensetzung höherer Ordnung kenne; in welcher die fragliche zusammengesetzte Substanz neben einer andern vorkömmt, deren stöchiometrische Zahl bereits bekannt ist. Man verfährt alsdann mittelst Anwendung der Proportionen auf analoge Weise, wie beim Suchen der stöchiometrischen Zahlen der Elemente. Nämlich das, durch die quantitave Analyse der Verbindung höherer Ordnung gefundene Quantum der fraglichen zusammengesetzten Materie kömmt ins zweite oder dritte Glied der anzusetzenden Proportion, das gefundene Quantum der andern Substanz in der Proportion erstes Glied; die bekannte stöchiometrische Zahl aber in das dritte oder zweite Glied. Das vierte Glied, in welches die unbekannte stöchiometrische Zahl gehört, bezeichnet man durch x. Es sei C eine Verbindung zweiter Ordnung und zusammengesetzt aus zwei Verbindungen erster Ordnung D und E, die stöchiometrische Zahl von E sei = s, also bekannt, die stöchiometrische Zahl von D aber unbekannt, also zu suchen: sie werde mit x deshalb bezeichnet. Sagt nun die vorgenommene Analyse, daſs n Theile von C enthalten: m Theile von D und r Theile von E: so haben wir nach folgender anzusetzenden Proportion

$$r : m = s : x$$

oder $$r : s = m : x$$

die stöchiometrische Zahl von E oder $x = \frac{s \times m}{r}$.

Es sei die stöchiometrische Zahl des Natrons zu suchen; man wisse daſs 100 Theile schwefelsauren Natrons bestehen aus 56,1 Schwefelsäure und

43,9 Natron; die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure sei = 40. Es ist also C schwefelsaures Natron, D = Natron, E = Schwefelsäure, s = 40 x = der stöchiometrischen Zahl des Natrons, n = 100, m = 43,9 und r = 56,1. Die anzusetzende Proportion ist also

$$56{,}1 : 43{,}9 = 40 : x$$

oder auch $56{,}1 : 40 = 43{,}9 : x$

mithin die stöchiometrische Zahl des Natrons oder

$$x = \frac{43{,}9 \times 40}{56{,}1} = \frac{40 \times 43{,}9}{56{,}1} = \frac{1756{,}0}{56{,}1} = \frac{17560{,}0}{561}$$

$= 31{,}3.$

Es sei die stöchiometrische Zahl der Salpetersäure zu suchen. Man wisse daſs 500 salpetersauren Kalks zusammengesetzt sind aus 327,3 Salpetersäure und 172,7 Kalk, die stöchiometrische Zahl des Kalks sei = 28,5: so hat man nach der Proportion

$172{,}7 : 327{,}3 = 28{,}5 : x$ oder $172{,}7 : 28{,}5 = 327{,}3 : x.$

Die stöchiometrische Zahl der Salpetersäure

oder $x = \frac{327{,}3 \times 28{,}5}{172{,}7} = \frac{28{,}5 \times 327{,}3}{172{,}7} = \frac{9327{,}05}{172{,}7}$

$= \frac{93270{,}5}{1727} = 54, \ldots.$

2) Oder daſs man die stöchiometrischen Werthe der Bestandtheile kenne. In diesem Falle hat man nur nöthig, solche zusammen zu addiren: so ist die Summe die verlangte stöchiometrische Zahl. Es soll z. B. die stöchiometrische Zahl für die Materie C gesucht werden, es bestehe C aus D und E, die stöchiometrische Zahl von D sei = h, die von E = s: so ist die von C also $x = h + s$.

Soll die stöchiometrische Zahl des Zinnobers

gesucht werden, so ist Zinnober = C, D = Quecksilber und E = Schwefel, ist der stöchiometrische Werth des Quecksilbers also h = 101, der des Schwefels also s = 16: so ist das M. G. des Zinnobers also x = h + s = 101 + 16 = 117.

3) Oder daſs man den stöchiometrischen Werth einer zusammengesetzteren Substanz kenne, worin die fragliche Substanz neben einer andern vorkömmt, von welcher letztern ebenfalls das M. G. bekannt seyn muſs. Subtrahirt man alsdann das bekannte M. G. des einen Bestandtheils von dem M. G. der zusammengesetztern Substanz; so ist die Differenz die gesuchte stöchiometrische Zahl der fraglichen zusammengesetzten Materie. Man sucht z. B. die stöchiometrische Zahl für die Substanz M, man wisse daſs M mit der Materie N die Verbindung H constituire, die stöchiometrische Zahl für H sei bekannt und heiſse h, die für N sei ebenfalls bekannt und heiſse n, die für M ist zu suchen und werde durch x bezeichnet: so ist nach der Regel

$$x = h - n.$$

Sollte die stöchiometrische Zahl für die Chromsäure gesucht werden, wüſste man, daſs der stöchiometrische Werth für chromsaures Bleioxyd = 164, und der für das Bleioxyd = 112 sei: so wäre hier N Bleioxyd, M Chromsäure, H chromsaures Bleioxyd, n = 112, h = 164: folglich die stöchiometrische Zahl für die Chromsäure oder x = = 164 — 112 = 52.

Kapitel. II.

Berechnung der Anzahl Mischungsgewichte nach denen eine Substanz mit einer andern sich verbunden hat.

§. 10. Man unterscheidet Bindung von Saturation; erstere läſst die Möglichkeit offen, daſs die Materie in mehr als dem gegebenen Verhältnisse mischbar ist; letztere bezeichnet den Zustand, in welchem die eine Materie im *maximo* aufgenommen hat, so daſs sie nicht mehr davon aufzunehmen vermag, um damit eine feste Verbindung zu geben. Berthollet nimmt den Ausdruck Saturation im ausgedehnteren Sinne, indem ihm jedes Bindungs-Verhältniſs auch ein Saturationsverhältniſs ist. Jenes Verhältniſs, in welchem die Materie A, die Materie B oder C u. s. w. in der kleinsten Menge zum festen Gemische aufnimmt, nennt man ihr erstes Bindungsverhältniſs, jenes hingegen, in welchem mit der Materie A die gröſste Menge von B oder C u. s. w. zur bleibenden Verbindung gelangt, ist ihr letztes Bindungsverhältniſs und wird ihr Saturationsverhältniſs genannt. Jede mischbare Substanz hat demnach nur Ein Saturationsverhältniſs, kann dagegen mehrere Bindungsverhältnisse haben; wiewohl es Substanzen gibt, von denen wir zur Zeit nur Ein erstes und letztes Bindungsverhältniſs kennen.

Die meisten Substanzen verbinden sich in verschiedenen Bindungsverhältnissen, und zwar nicht, indem von *minimum* der Verbindung bis zum *maximum* ein allmäliger Uebergang statt hätte, sondern erfahrungsgemäſs nur in zwei bis fünf Mischungsverhältnissen. Es geben zum Beispiel 1300 Theile (1 M. G.) Blei mit 100 Theilen (1 M. G.) Oxygen das gelbe Bleioxyd, mit 150 Theilen ($1\frac{1}{2}$

M. G.) das rothe und mit 300 Theilen (3 M. G.) Oxygen das braune Bleioxyd, und zwischen dem gelben und rothen gibt es so wenig eine oder einige Oxydationen des Bleis, als zwischen dem rothen und braunen Oxyde. Ist daher die Materie A mit der Materie B in mehr als Einem Bindungsverhältnisse mischbar: so gibt die geringste Menge von B, welche A aufnimmt, mit $1\frac{1}{2}$, 2, 3, 5 (und mehr) multiplicirt, die Menge von B, welche A in den übrigen Bindungsverhältnissen aufzunehmen vermag; so daſs man also, falls das erste Bindungsverhältniſs einer Substanz bekannt ist, auf die gegenseitigen Mengen der verbundenen Substanzen in den übrigen Bindungsverhältnissen einen Schluſs machen kann. Z. B. der Schwefel gibt mit $2 \times 100 = 200$ Oxygen, schwefliche Säure; mit $3 \times 100 = 300$ Oxygen, Schwefelsäure.

§. 11. Die Methode, nach welcher man durch Rechnung finden kann, wie viele Mischungsgewichte irgend einer Substanz in einer binären Verbindung, von welcher man die quantitative Zusammensetzung und die stöchiometrischen Zahlen der Bestandtheile kennt, ist folgende. Um aber dieselbe mit gröſserer Deutlichkeit aufstellen zu können, wollen wir erst eine Bezeichnung durch Buchstaben einführen.

Diejenige Substanz, von welcher man wissen will, nach was für einer Anzahl von M. G. sie sich in einer gewissen Zusammensetzung verbunden habe, heiſse O. Die Materie N sei zusammengesetzt aus O und A; die Materie N enthalte von O die Menge o, und von A die Menge a, die stöchiometrische Zahl von O sei $= \omega$, und die von A $= \alpha$. Die Anzahl der Mischungsgewichte, nach welchen sich nun die Substanz O mit der Substanz A in der

zusammengesetzten Materie N verbinde, soll als unbekannt durch x bezeichnet und durch Rechnung ausfindig gemacht werden.

Man multiplicire a mit ω, dividire das erhaltene Produkt $a \times \omega = a\omega$ durch α, mit den hierdurch erhaltenen Quotienten $a\omega : \alpha = \frac{\alpha\omega}{\alpha}$ dividire man in o: so ist der Quotient die gesuchte Anzahl der M. G., nach welchen sich die Substanz O mit der Substanz A in der Verbindung N vorfindet; also

$$x = o : \left((a \times \omega) : \alpha\right)$$

$$= o : \frac{a\omega}{\alpha}$$

$$= o \times \frac{\alpha}{a\omega} = \frac{o\alpha}{a\omega};$$

also kürzer ausgedrückt: man multiplicire o mit α, und dividire das Produkt durch ein anderes aus a mit ω erhaltenes. D. i. um die gesuchte Anzahl M. G. einer Substanz zu erhalten, multiplicire man mit ihrer stöchiometrischen Zahl die durch die Analyse angegebene Menge, in welcher sich mit ihr, in einer, ebenfalls durch die Analyse bekannt gewordenen Menge, eine andere Substanz verbunden hat; mit erhaltenem Produkte dividire man in ein anderes Produkt, deren einer Factor die durch die Analyse angezeigte Quantität der fraglichen Substanz und deren anderer Factor die stöchiometrische Zahl der andern Substanz ist: der hieraus entstehende Quotient ist die verlangte Zahl.

Man habe durch ein analytisches Verfahren ausgemittelt, daſs die salpetrige Säure in 100 Theilen zusammengesetzt sei, aus: 30,4 Azot und 69,6 Oxygen, die stöchiometrische Zahl des Azots sei = 14,

und die des Oxygens = 8. Die Frage ist: in wieviel Mischungsgewichten hat sich in der salpetrigen Säure das Oxygen mit dem Azot verbunden?

Es ist hier N salpetrige Säure; O ist Oxygen; A ist Azot; o ist = 69,6; a = 30,4; $\omega = 8$; und $\alpha = 14$. Bezeichnen wir die noch unbekannte Anzahl M. G., in welcher sich O mit A verbunden hat, durch x: so ist $x = 69{,}6 : \left((30{,}4 \times 8) : 14\right) =$

$$= 69{,}6 : \frac{30{,}4 \times 8}{14} = 69{,}6 \times \frac{14}{30{,}4 \times 8} = \frac{69{,}6 \times 14}{30{,}4 \times 8}$$

$= \frac{974{,}4}{243{,}2} = 4{,}006\ldots$, wofür man nur die runde Zahl 4 nimmt. Es ist also in der salpetrigen Säure 1 M. G. Azot mit 4 M. G. Oxygen verbunden.

Oder es bestehen 100 Theile Chlor-Antimon aus 54,8 Antimon und 45,2 Chlor; es ist ferner bekannt, daſs die stöchiometrische Zahl des Antimons = 64,5; und die des Chlors = 35,4 sei. Die Frage ist nach der Anzahl Mischungsgewichte, in der sich das Chlor mit dem Antimon im Chlor-Antimon verbunden habe?

Hier ist O Chlor, A ist Antimon; o = 45,2; a = 54,8; $\omega = 35{,}4$; $\alpha = 64{,}5$; und die Anzahl der Mischungsgewichte, in denen sich Chlor mit dem Antimon verbunden hat, durch x bezeichnet, wird gefunden:

$$x = \frac{45{,}2 \times 64{,}5}{54{,}8 \times 35{,}4} = \frac{2915{,}40}{1939{,}92} = \frac{291540{,}0}{193992} = 1{,}5;$$

also ist im Chlor-Antimon 1 M. G. Antimon mit $1\frac{1}{2}$ M. G. Chlor verbunden.

Kapitel III.

Berechnung der Sättigungscapacitäten.

§. 12. Das Verhältniſs des Gehalts von irgend einer Substanz, welche zweien chemisch verwandten binären Verbindungen gemeinschaftlich ist, wird überhaupt die Sättigungscapacität genannt, in *specie* aber gebraucht man den Ausdruck Sättigungscapacität dann, wenn jener gemeinschaftliche Stoff Oxygen ist, und jene binären Verbindungen, Verbindungen erster Ordnung sind.

Da alle Erden und Alkalien Oxyde besonderer Metalle sind: so fragt es sich, ob bei der Salzbildung die respectiven Mengen des in den salzfähigen Grundlagen enthaltenen Oxygens für die Sättigungscapacitäten der Säure nicht bestimmend wirken? Schon Bergmann achtete hierauf, indem er die Beobachtung machte, daſs, wenn ein Metall das andere aus seiner sauren Solution regulinisch fällt, das aufzulösende (fällende) Metall genau die Menge Phlogiston hergibt, welche nöthig ist, um das zuvor aufgelöste (zufällende) Metall regulinisch erscheinen zu lassen; daſs also eine gegebene Säure, wenn sie Metalle auflöst, gleiche Mengen Phlogiston aus den aufzulösenden verschiedenen Metallen austreibt. In die Sprache der neuern Chemie übertragen, heiſst dieses: eine bestimmte Menge einer gegebenen Säure setzt in allen den verschiedenen Metalloxyden, welche sie sättigen können, eine unveränderliche Menge Oxygen voraus.

Gehen zwei und mehrere oxydirte Substanzen Mischungen nach bestimmten und festen Verhältnissen ein, so ist das Oxygen derjenigen Substanz, die die geringste Quantität Oxygen enthält, ein gemeinschaftlicher Divisor für die in den übrigen

Mischungstheilen befindlichen Oxygen-Quantitäten. Unter diesem Gesetze stehen alle aus der Vereinigung von Säuren und Basen hervorgehenden Gemische, hinsichtlich ihrer Bestandtheile. Wenn sich also Säuren mit Basen verbinden, nach bestimmten Verhältnissen: so steht die Menge des Oxygens in den Säuren zu der in den Basen in einem einfachen Verhältnisse. In den Neutralsalzen ist das Oxygen der Säure von dem der Base ein Multiplum nach 2, 3, 4, 5 u. s. w. In den sauren Salzen, wo die Base mit dem Doppelten und Vierfachen der Säure des neutralen Salzes verbunden ist, beträgt das Oxygen der Säure das vier-, sechs-, achtfache u. s. w. In den basischen Salzen ist das Oxygen der Base bald ein Multiplum von dem Oxygen der Säure, bald demselben an Menge gleich, bald auch nur ein Submultiplum davon. In den weinsteinsauren Neutralsalzen ist das Oxygen der Säure das fünffache von dem der Basis, ebenso in den salpetersauren; in den citronensauren ist es das vierfache, in den essigsauren, kleesauren, schwefelsauren das dreifache; in den schweflichsauren das zweifache von dem der Basis. In den sauren weinsteinsauren Salzen ist die Säuremenge das Doppelte der Säure der neutralen weinsteinsauren Salze, mithin die Menge des Oxygens der Säure das zehnfache von dem der Basis. In den basisch-kohlensauren Salzen ist die Oxygenmenge der Säure das Doppelte von dem Oxygen der Basis, im basischen schwefelsauren Wismuthoxydul enthält die Säure eben soviel Oxygen als die Basis, im basischen schwefelsauren Eisenoxyd enthält die Säure $\frac{1}{2}$ soviel Oxygen als die Basis.

§. 13. Die relative Sättigungscapacität einer Säure in Beziehung ihrer neutralen, sauren oder

basischen Salzverbindungen kann dadurch ermittelt werden, daſs man mittelst Versuche das Quantitäten-Verhältniſs des Oxygens der Bestandtheile irgend eines Salzes der fraglichen (neutralen, sauren oder basischen) Verbindung dieser Säure darthut. Kennt man das Quantitäten-Verhältniſs des Oxygens der Bestandtheile eines einzigen neutralen oder sauren oder basischen Salzes dieser Säure: so weiſs man auch das Oxygenverhältniſs in allen möglichen *resp.* neutralen, sauren oder basischen Salzes: in allen Salzen desselben Grades, welche eine Säure bildet, findet dasselbe Verhältniſs des Oxygens statt. Um die Zahl selbst zu bekommen, welche die relative Sättigungscapacität einer fraglichen Säure ausdrückt, wird eine Proportion angesetzt auf folgende Art: Ins erste Glied kömmt der Oxygengehalt der Säure, ins zweite Glied der Oxygengehalt der Basis, ins dritte Glied setzt man 1, das vierte Glied wird als unbekannt mit x bezeichnet. Wird nun der wirkliche Werth für x berechnet: so ist dieser die Zahl, welche die verlangte Sättigungscapacität ausdrückt. Z. B. Es wird für die Säure A hinsichtlich ihrer neutralen Verbindungen die Sättigungscapacität gesucht. Man habe ein neutrales Salz N, das aus der Säure A und der Basis B besteht, hinsichtlich seiner quantitativen Zusammensetzung aus den näheren und entfernteren Bestandtheilen erforscht und gefunden, daſs in n Theilen des Salzes N, von der Säure A vorhanden sind a Theile, und von der Basis B hingegen b Theile, Versuche und Rechnung haben ferner ergeben, daſs in a Theilen der Säure A an Oxygen α, und in b Theilen Basis an Oxygen β enthalten ist: so hat man noch

$$\alpha : \beta = 1 : x$$

also $x = \frac{\beta \times 1}{\alpha}$ = der relativen Sättigungscapacität der Säure A in ihren neutralen Salzen, d. h. um eine bestimmte Menge der Säure A zu einem neutralen Salze zu verbinden, muſs man soviel irgend einer Basis anwenden, worin genau $\frac{\beta}{\alpha}$mal soviel Oxygen enthalten ist, als in der gegebenen Säurequantität.

Die Aufgabe sei, die relative Sättigungscapacität der Arseniksäure zu bestimmen. Nach einer Analyse von Berzelius bestehe das arseniksaure Natron in 100 Theilen aus 64,82 Arseniksäure und 35,18 Natron; da ferner nach Versuchen 100 Theile Arseniksäure aus 65,3 Arsenik und 34,7 Oxygen, und 100 Theile Natron aus 74,4 Natrium und 25,6 Oxygen bestehen: so enthalten 64,82 Arseniksäure 22,49 Oxygen und 35,18 Natron 9,00 Oxygen.

Hier ist N arseniksaurer Natron, A Arseniksäure, B Natron, n = 100; a = 64,82; b = 35,18; $\alpha = 22,49$; $\beta = 9,00$ nach folgender Proportion:

$$22,49 : 9,00 = 1 : x$$

wird also die relative Sättigungscapacität der Arseniksäure, durch x bezeichnet, gefunden

$$x = \frac{9,00 \times 1}{22,49} = \frac{900}{2249} = \frac{2}{5} = \frac{1}{2\frac{1}{2}};$$

d. i., um eine bestimmte Menge Arseniksäure zu neutralisiren, muſs man von irgend einer Basis soviel anwenden, daſs $\frac{2}{5} = 0,4$mal soviel Oxygen darin enthalten ist, als in der gegebenen Säurequantität; oder ein bestimmtes Quantum Arseniksäure enthält $2\frac{1}{2}$mal soviel Oxygen, als die Menge irgend einer Basis, welche die Säure zu neutralisiren vermag.

Oder es sei die Sättigungscapacität der Schwefelsäure zu bestimmen; man wisse, daſs 100 Theile krystallisirter schwefelsaurer Kalkerde bestehen aus 46 Schwefelsäure, 33 Kalkerde und 21 Wasser; 46 Schwefelsäure enthalten 27,6 Oxygen und 33 Kalkerde enthalten 9,2 Oxygen; folglich ist die relative Sättigungscapacität der Schwefelsäure oder x $= \frac{9,2 \times 1}{27,6} = \frac{92}{276} = \frac{1}{3} = 0,333\ldots$

Kennt man die Anzahl der Mischungsgewichte des Oxygens einer Säure: so kennt man auch hierdurch schon die relative Sättigungscapacität dieser Säure. Weiſs man z. B., daſs in der Essigsäure 3 M. G. Oxygens enthalten sind: so weiſs man, daſs, wenn sie sich zu gleichen M. G. mit irgend einer Base verbindet, dann dreimal mehr Oxygen enthält, als die mit ihr verbundene Quantität der Basis; die relative Sättigungscapacität der Essigsäure wäre mithin $\frac{1}{3} = 0,333\ldots$ Allgemein ist die Anzahl der M. G. Oxygens in einer Säure $= n$: so ist die relative Sättigungscapacität dieser Säure $= \frac{1}{n}$.

Umgekehrt kann man also von der relativen Sättigungscapacität einer Säure auf die Anzahl der Mischungsgewichte Oxygens schlieſsen, welche die Säure enthält. Ist die Sättigungscapacität $= \frac{1}{n}$: so ist die Anzahl der M. G. Oxygens in solcher Säure $= n$. Z. B. die relative Sättigungscapacität der Boraxsäure sei $= \frac{1}{2\frac{1}{2}} = \frac{1}{2,5}$: so weiſs man hieraus, daſs in der Boraxsäure $2\frac{1}{2} = 2,5$ M. G. Oxygens enthalten sind.

§. 14. Die absolute Sättigungscapacität irgend einer bestimmten Menge einer jeden Säure findet man leicht dadurch, dafs man die Zahl, welche die in der bestimmten Säurequantität enthaltene Menge des Oxygens ausdrückt, entweder mit der Zahl, welche die relative Sättigungscapacität der fraglichen Säure ausdrückt, multiplicirt, oder sie mit der Zahl, welche die Anzahl M. G. des Oxygens in der Säure bezeichnet, dividirt. Beträgt also die absolute Menge Oxygens in der gegebenen Säurequantität a Gewichtstheile, ist die relative Sättigungscapacität dieser Säure $= \frac{1}{n}$, also die Anzahl M. G. Oxygens, welche in der Säure vorkommen, $= n$: so ist die absolute Sättigungscapacität der gegebenen Säurequantität bezeichnet durch $x = a \times \frac{1}{n} = \frac{a}{n}$. Enthält z. B. eine gewisse Menge Salpetersäure 723 Gewichtstheile Oxygens, ist die relative Sättigungscapacität $= \frac{1}{5}$, also die Anzahl M. G. in dieser Säure $= 5$: so ist die absolute Sättigungscapacität der gegebenen Menge Salpetersäure $= 723 \times \frac{1}{5} = \frac{723}{5} = 144{,}6$; d. h. um jene Menge Salpetersäure zu neutralisiren ist soviel von irgend einer Basis erforderlich, worin gerade 144,6 Gewichtstheile Oxygens enthalten sind.

Kapitel IV.

Berechnung der absoluten Quantität einer Basis, welche eine gegebene Säuremenge zu neutralisiren vermag.

§. 15. Kennt man die absolute Sättigungscapacität einer gewissen Säuremenge, oder die Data, aus denen diese sich finden läfst, und den relativen

Oxygengehalt aller salzfähigen Grundlagen: so ist es leicht, durch Rechnung die absolute Menge einer jeden Basis zu finden, welche erfordert würde, um die gegebene Säurequantität zu neutralisiren.

Von der Säure A sollen q Theile mit der Basis B neutralisirt werden; in g Theilen von B sind o Theile Oxygen enthalten, und es ist ferner bekannt:

I. Dafs die absolute Sättigungscapacität der q Theile von A $= \alpha$ sei.

Es wird hier von B soviel erforderlich seyn, worin gerade α Theile Oxygen enthalten sind (§. 16.); nennt man diese noch unbekannte Menge von B x: so wird x leicht durch eine Proportion zu erhalten seyn; denn da o Theile Oxygen gerade in g Theilen von B enthalten sind: so werden α Theile Oxygen in x Theilen von B vorkommen; nämlich:

$$o : g = \alpha : x = \frac{\alpha g}{o},$$

und die zur Neutralisation von q Theilen der Säure A erforderliche Menge der Basis B ist also

$$x = \frac{\alpha g}{o}.$$

Man will z. B. wissen, wieviel Silberoxyd erforderlich sei, um gerade 60 Gran Salpetersäure zu neutralisiren. Die absolute Sättigungscapacität von 60 Gr. Salpetersäure sei $= 8{,}88$, und in 100 Gran Silberoxyd sind 6,89 Gran Oxygen enthalten.

Sind also 6,89 Gran Oxygen in 100 Gran Silberoxyd enthalten: so werden 8,88 Gran Oxygen in x Gran Silberoxyd enthalten seyn. Also:

$$6{,}89 : 100 = 8{,}88 : x$$

folglich ist $x = \frac{100 \times 8.88}{6{,}89} = \frac{88800}{689} = 128{,}88$ Gr. $=$ der Menge Silberoxyds, welche zur Neutralisation von 60 Gran Salpetersäure erfordert wird.

In diesem Beispiele war A Salpetersäure, B Silberoxyd, $q = 60$; $g = 100$; $o = 6{,}89$ und $\alpha = 8{,}88$.

II. Der absolute Gehalt an Oxygen in q Theilen von A sei $= a$, die relative Sättigungscapacität von A sei $= \frac{1}{n}$.

Hier ist die Menge der anzuwendenden Base also x, nach folgender Proportion

$$o : g = a \times \frac{1}{n} : x$$

zu finden, nämlich $x = \left(\frac{a \times 1 \times g}{n}\right) : o = \frac{a g}{n o}$

Z. B. Man will wissen, wieviel Natron erfordert werde, um 650 Gran Citronensäure zu neutralisiren. Es sei bekannt, daſs 100 Gran Natron 25,5 Gran Oxygen und 650 Gran Citronensäure 358,6 Gran Oxygen enthalten, und daſs die relative Sättigungscapacität der Citronensäure $= \frac{1}{3}$ sei.

Hier ist A Citronensäure, B Natron, $q = 650$; $g = 100$; $o = 25{,}5$; $a = 358{,}6$; $\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$. Nach der Proportion

$$25{,}5 : 100 = \tfrac{1}{3} \times 358{,}6 : x$$

ist $x = \frac{358{,}6 \times 100 \times 1}{25{,}5 \times 3} = \frac{358600}{765} = 468{,}7$ Gran, als der Menge Natron, welche zur Neutralisation von 650 Gran Citronensäure nöthig ist.

III. In einer gewissen Menge des Salzes S finden sich von der Säure A, m Theile und von einer Basis G, p Theile, in den m Theilen von A sind ω Theile Oxygen und in den p Theilen von G sind π Theile Oxygen enthalten.

Sind in m Theilen der Säure A an Oxygen ω

Theile enthalten: so sind in q Theilen von A nach der Proportion

$$m : q = \omega : \frac{\omega q}{m}$$

$\frac{\omega q}{m}$ Theile Oxygen vorhanden. Der absolute Gehalt an Oxygen in q Theilen von der Säure A ist also $= \frac{\omega q}{m}$. Nach der Proportion

$$\omega : \pi = 1 : \frac{\pi \times 1}{\omega}$$

findet man die relative Sättigungscapacität von A $= \frac{\pi}{\omega}$, folglich ist die absolute Sättigungscapacität von q Theilen der Säure A $= \frac{\omega q}{m} \times \frac{\pi}{\omega} = \frac{q\pi}{m}$.

Man findet also nun die erforderliche Menge von der Basis B, um q Theile von A zu neutralisiren, nach der Proportion

$$o : g = \frac{q\pi}{m} : \left(\left(\frac{q\pi}{m} \times g\right) : o\right) = \frac{q\pi g}{mo}.$$

Man will z. B. wissen, wie viel Zinkoxyd erfordert werde, um 1500 Gran Essigsäure zu neutralisiren.

Es sei bekannt, dafs sich in 489 Gran essigsauren Bleioxydes 336 Gran Bleioxyd und 153 Gran Essigsäure finden, dafs ferner in den 336 Granen Bleioxyd 24 Gran Oxygen, und in den 153 Granen Essigsäure 72 Gran Oxygen enthalten seien, und dafs in 160,8 Gran Zinkoxyd genau 32 Gran Oxygen vorkommen.

Hier ist A Essigsäure, B Zinkoxyd, S essigsaures Bleioxyd, G Bleioxyd; $q = 1500$, $m = 153$, $p = 336$, $\omega = 72$, $\pi = 24$, $o = 32$, $g = 100$.

Da nun 153 Gran Essigsäure 24 Gran Oxygen enthalten: so müssen nach der Proportion

$$153 : 1500 = 24 : \frac{1500 \times 24}{153} = 235{,}29$$

in 1500 Gran Essigsäure 235,29 Gran Oxygen enthalten seyn; da ferner nach der Proportion

$$72 : 24 = 1 : \frac{24 \times 1}{72} = \tfrac{1}{3}$$

die relative Sättigungscapacität der Essigsäure $= \frac{1}{3}$ gefunden wird: so ist die absolute Sättigungscapacität der 1500 Gran Essigsäure $= 235{,}29 \times \frac{1}{3} = 78{,}43$; d. h. es ist von dem Zinkoxyde soviel zur Neutralisation erforderlich, dafs darin gerade 78,43 Gran Oxygen enthalten sind. Dieses Quantum findet man nun wieder nach der Proportion

$$32 : 100 = 78{,}43 : x$$

Also $x = \frac{78{,}43 \times 100}{32} = \frac{7843}{32} = 245{,}4$ Gran Zinkoxyd sind zur Neutralisation von 1500 Gran Essigsäure nothwendig.

IV. In einer gewissen Menge des Salzes S finden sich von der Säure A, m Theile und von der Basis G, p Theile; in d Theilen von A, sind k Theile Oxygen, und in h Theilen von G, sind b Theile Oxygen enthalten.

Sind in d Theilen von A, k Theile Oxygen enthalten, so sind nach der Proportion

$$d : m = k : \frac{mk}{d}$$

in m Theilen von A, $\frac{mk}{d}$ Theile Oxygen enthalten, und nach der Proportion

$$h : p = b : \frac{bp}{h}$$

sind in p Theilen von G, $\frac{bp}{h}$ Theile Oxygen vorhanden. Der absolute Gehalt an Oxygen in q Theilen von A ist also hier nach der Proportion

$$m : q = \left(\frac{mk}{d}\right) : \left(\left(\frac{mk}{d} q\right) : m\right)$$

$= \frac{kq}{d}$; die relative Sättigungscapacität von A ist nach der Proportion

$$\frac{mk}{d} : \frac{bp}{h} = 1 : \left(\left(\frac{bp \times 1}{h}\right) : \left(\frac{mk}{d}\right)\right)$$

$= \frac{bpd}{hmk}$; mithin die absolute Sättigungscapacität für q Theile von A $= \frac{kq}{d} \times \frac{bpd}{hmk} = \frac{kqbpd}{kmhd} = \frac{qbp}{mh}$. Nach der Proportion

$$o : g = \frac{qbp}{mh} : \left(\left(\frac{qbp}{mh} g\right) : o\right)$$

findet man also diejenige Menge von B, welche erforderlich ist um q Theile von A, zu neutralisiren, also

$$x = \frac{qbpg}{mho}.$$

Es wird z. B. gefragt, wieviel Baryt erfordert werde, um 824 Gran Phosphorsäure zu neutralisiren?

Hier sei bekannt, daſs sich in 201,9 Gran phosphorsauren Natrons 108 Gran Phosphorsäure und 93,9 Gran Natron, daſs in 156,5 Gran Natron 40 Gran Oxygen, und in 288 Gran Phosphorsäure 160 Gran Oxygen vorfinden; 100 Gran Baryt enthalten 10,4 Gran Oxygen.

Hier ist A Phosphorsäure; B Baryt; S phosphorsaures Natron; G Natron; q = 824; m =

$= 108$; $p = 93{,}9$; $d = 288$; $h = 156{,}5$; $k = 160$; $b = 40$; $g = 100$; $o = 10{,}4$.

Sind in 288 Gran Phosphorsäure 160 Gran Oxygen enthalten: so finden sich nach der Proportion

$$288 : 108 = 160 : \frac{108 \times 160}{288} \; (= 60)$$

daſs in 108 Gran Phosphorsäure 60 Gran Oxygen; und nach der Proportion

$$156{,}5 : 93{,}9 = 40 : \frac{93{,}9 \times 40}{156{,}5} \; (= 24)$$

sind in 93,9 Gran Natron 24 Gran Oxygen enthalten. Der absolute Gehalt an Oxygen in 824 Gran Phosphorsäure ist nach der Proportion

$$108 : 824 = 60 : \frac{824 \times 60}{108}$$

$$= \left(288 : 824 = 160 : \frac{824 \times 160}{288}\right) =$$

457,7 Gran. Die relative Sättigungscapacität der Phosphorsäure ist nach der Proportion

$$60 : 24 = 1 : \frac{24 \times 1}{60}$$

$= 1 : 2\frac{1}{2} = 1 : 2{,}5$; mithin die absolute Sättigungscapacität für 824 Gran Phosphorsäure $= 457{,}7 \times \frac{1}{2{,}5} = \frac{457{,}7}{2{,}5} = 183{,}0 \ldots$ Nach der Proportion

$$10{,}4 : 183{,}0 \ldots = 100 : \frac{183{,}0 \times 100}{10{,}4}$$ also hat

man $= \frac{183000}{104} = 1759{,}6$ Gran, als diejenige Menge Baryt, welche erforderlich ist, um 824 Gran Phosphorsäure zu neutralisiren.

Kapitel. V.

Berechnung des quantitativen Mischungsverhältnisses für andere bestimmte Quantitäten zusammengesetzter Materien, als für welche es unmittelbar bekannt ist.

§. 16. Sehr häufig kommt der Fall vor, daſs man zwar weiſs, wieviel in einer gewissen Menge einer zusammengesetzten Materie von jedem ihrer Bestandtheile enthalten sei, daſs man aber zu wissen verlangt, wieviel in einer andern bestimmten Quantität der zusammengesetzten Substanz von jedem der Bestandtheile enthalten sei.

Um diese Aufgabe zu lösen, sieht man leicht, daſs man sich der Proportionsrechnung bedienen, und daſs man so viele Proportionen wird ansetzen müssen, als Bestandtheile vorkommen. Bei jedem der Bestandtheile schlieſst man nämlich: ist von demselben in dieser Menge der Zusammensetzung soviel enthalten: so wird davon in jener Menge der Zusammensetzung x viel enthalten seyn. Die Ganzen verhalten sich wie ihre Theile. Enthält die Menge m der zusammengesetzten Materie M, von der Substanz A, als einem ihrer Bestandtheile, die Quantität q: so wird eine n mal gröſsere Menge von M, auch n mal mehr von A enthalten müssen. Es verhält sich also m zu q, wie $n \times m$ zu $n \times q$. Hier mag n eine ganze oder gebrochene Zahl seyn.

Besteht die zusammengesetzte Materie M in m Theilen, aus q Theilen der Substanz A; aus p Theilen der Substanz B; aus r Theilen der Substanz C; aus s Theilen der Substanz D; aus t Theilen der Substanz E: so würden μ Theile der Materie M von der Substanz A, x; von B, x^{I}; von C, x^{II}; von D, x^{III}; von E, x^{IV} Theile enthalten. Es mag $\mu > m$, oder $\mu < m$ seyn: so werden die Werthe

für x, x^{I}, x^{II}, x^{III}, x^{IV} durch folgende Proportionen erhalten:

$$m : \mu = q : x \text{ oder } m : q = \mu : x$$
$$m : \mu = p : x^{I} \quad - \quad m : p = \mu : x^{I}$$
$$m : \mu = r : x^{II} \quad - \quad m : r = \mu : x^{II}$$
$$m : \mu = s : x^{III} \quad - \quad m : s = \mu : x^{III}$$
$$m : \mu = t : x^{IV} \quad - \quad m : t = \mu : x^{IV}$$

nämlich $x = \frac{q\mu}{m}$; $x^{I} = \frac{p\mu}{m}$; $x^{II} = \frac{r\mu}{m}$; $x^{III} =$ $= \frac{s\mu}{m}$; $x^{IV} = \frac{t\mu}{m}$.

Z. B. Es sei bekannt, daſs 177,699 Gran getrockneten schwefelsauren Natrons 77699 Gran absoluten Natrons enthalten, und man will wissen, wieviel absolutes Natron in 100 Gran trocknen schwefelsauren Natrons vorhanden seyn.

Hier ist M getrocknetes schwefelsaures Natron; A absolutes Natron; $m = 177{,}699$; $\mu = 100$, (also $m > \mu$); $q = 77{,}699$. Nach der Proportion

$$177{,}699 : 100 = 77{,}699 : x$$

findet man die in 100 Theilen enthaltene Menge Natrons oder

$$x = \frac{100 \times 77{,}699}{177{,}699} = 43{,}725 \text{ Gran.}$$

Oder es sei bekannt, daſs 100 Gran kleesauren Bleioxyds zusammengesetzt seyn aus 25,2 Kleesäure und 74,8 Bleioxyd. Man will wissen, wieviel 856 Gran kleesauren Bleioxyds von jedem der Bestandtheile enthalten.

Hier ist M kleesaures Bleioxyd; A Kleesäure und B Bleioxyd; $m = 100$; $q = 25{,}2$; $p = 74{,}8$; $\mu = 856$. Nach der Proportion

$$100 : 856 = 25{,}2 : x$$

findet man die Menge Kleesäure, welche in 856 Gran

kleesauren Bleioxyds enthalten ist, und der Proportion

$$100 : 856 = 74,8 : x^{I}$$

ergibt sich die Quantität Bleioxyds, welche in 856 Gran kleesauren Bleioxyd sich findet, nämlich:

Die fragliche Menge Kleesäure oder $x = \frac{856 \times 25,2}{100}$
$= 215,712$ Gran.

Die fragliche Menge Bleioxyd oder $x^{I} = \frac{856 \times 74,8}{100}$
$= 640,288$ Gran.

Es sind 215,712 Gran Kleesäure + 640,288 Gran Bleioxyd = 856 Gran kleesauren Bleioxyds.

Oder es sei bekannt, daſs 2 Unzen, = 960 Gran, Gummi zusammengesetzt seyn aus 61,4784 Gran Hydrogen, 415,9008 Gran Kohlenstoff und 482,6208 Gran Oxygen; und man wollte wissen, wie viel nun in 100 Gran Gummi von jedem seiner Bestandtheile enthalten sei.

Hier ist M Gummi, A Hydrogen, B Kohlenstoff und C Oxygen; $m = 960$; $\mu = 100$; $q = 61,4784$; $p = 415,908$; $r = 482,6208$.

In 100 Gran Gummi ist also enthalten nach folgenden Proportionen:

1) $960 : 100 = 61,4784 : x$
2) $960 : 100 = 415,9008 : x^{I}$
3) $960 : 100 = 482,6208 : x^{II}$

an Hydrogen, also $x = \frac{100 \times 61,4784}{960} = 6,404$ Gran

an Kohlenstoff, also $x^{I} = \frac{100 \times 415,9008}{960} = 43,323$ -

an Oxygen, also $x^{II} = \frac{100 \times 482.6208}{960} = 50,273$ -

Es sind 6,404 Gran Hydrogen + 43,323 Gran Kohlenstoff + 50,273 Gran Oxygen = 100 Gran Zucker.

Oder man habe ein Stück eines silberhaltigen Erzes, dessen absolutes Gewicht 75,72 Gran betrug, der chemischen Analyse unterworfen und gefunden, daſs es aus 9,372 Gran Silber, 18,810 Gran Kupfer, 1,926 Gran Eisen, 20,730 Gran Antimon, 17,940 Gran Blei und 6,942 Gran Schwefel zusammengesetzt sei. Es soll nun der Gehalt dieses Erzes auf 100 Theile berechnet werden.

Hier ist M silberhaltiges Erz; A Silber; B Kupfer; C Eisen; D Antimon; E Blei; F Schwefel; $m = 75{,}72$; $\mu = 100$; $q = 9{,}372$; $p = 18{,}81$; $r = 1{,}926$; $s = 20{,}73$; $t = 17{,}94$; $u = 6{,}942$.

Nach folgenden Proportionen findet man den Bestand in 100 Theilen:

1) $75{,}72 : 100 = 9{,}372 : x$
2) $75{,}72 : 100 = 18{,}810 : x^{I}$
3) $75{,}72 : 100 = 1{,}926 : x^{II}$
4) $75{,}72 : 100 = 20{,}730 : x^{III}$
5) $75{,}72 : 100 = 17{,}940 : x^{IV}$
6) $75{,}72 : 100 = 6{,}942 : x^{V}$

nämlich an Silber $x = \frac{100 \times 9{,}372}{75{,}72} = 12{,}377$ Gran

- Kupfer $x^{I} = \frac{100 \times 18{,}81}{75{,}72} = 24{,}842$ -

- Eisen $x^{II} = \frac{100 \times 1{,}926}{75{,}72} = 2{,}544$ -

- Antimon $x^{III} = \frac{100 \times 20{,}73}{75{,}72} = 27{,}377$ -

- Blei $x^{IV} = \frac{100 \times 17{,}94}{75{,}72} = 23{,}692$ -

- Schwefel $x^{V} = \frac{100 \times 6{,}942}{75{,}72} = 9{,}168$ -

silberhaltiges Erz 100 Gran $= 100{,}000$ Gran.

Kapitel VI.

Berechnung der absoluten Mengen verschiedener Substanzen, welche jede für sich einer genannten Menge einer andern Substanz aequivalent sind.

§. 17. Genauen quantitativen Analysen zufolge bestehen 177,699 Gran trocknen schwefelsauren Natrons aus 100 Gran Schwefelsäure und 77,699 Gran Natrons, und versucht man eine wässrige Schwefelsäure, welche 100 Gran absoluter Schwefelsäure enthält, mit Natron zu neutralisiren: so wird man finden, dafs man gerade auch 77,699 Gran absoluten Natrons verwenden mufs. Wollte man dagegen jene, 100 Gran absoluter Schwefelsäure enthaltende, Flüssigkeit, statt mittelst Natron, durch Bleioxyd neutralisiren: so findet man der Erfahrung zufolge, dafs hiervon 279 Gran erforderlich sind. Von der Talkerde würden 50 Gran genügen, von der Alaunerde 42,722 Gran, von der Kalkerde 72,41 Gran, vom Kupferoxyde 103,66 Gran etc.; um in jedem Falle eine Verbindung zu erhalten von demjenigen Grade der Neutralität, welcher hervorgebracht wird durch Combination der 100 Gran absoluter Schwefelsäure und 77,699 Gran absoluten Natrons. Um jene 100 Gran Schwefelsäure, oder überhaupt eine bestimmte Menge irgend einer Säure zu neutralisiren, sind also von verschiedenen Basen, verschiedene Quanta erforderlich, welche abhängig sind von dem verschiedenen Säurestoffgehalt der Basen, wie dieses aus der Lehre von der Sättigungscapacität begreiflich ist. Aus der Lehre von den stöchiometrischen Zahlen folgt aber, dafs dieses nicht nur von den Säuren und den salzfähigen Basen gilt, sondern von allen einfachen und zusammengesetzten Substanzen. Eine bestimmte Menge irgend einer einfachen oder zu-

sammengesetzten Substanz erfordert von mehreren diversen einfachen oder zusammengesetzten Substanzen verschiedene Quanta, um in jedem Falle eine analoge chemische Verbindung zu constituiren. 412 Gran Blei erfordern, um in gelbes Bleioxyd verwandelt zu werden, 32 Gran Oxygen; wird dem Blei das, im gelben Bleioxyde enthaltene, Oxygen entzogen, und ihm dafür unter den passenden Umständen Schwefel geboten: so bindet es von diesem 64 Gran, um Schwefelblei zu bilden. Es sind also 64 Gran Schwefel nöthig, um, bei einer gewissen Menge Blei, 32 Gran Oxygen zu vertreten.

In allen Fällen nun heifst diejenige Quantität irgend einer Substanz, welche erfordert wird, um bei einer gewissen Menge einer andern Substanz, die damit verbunden gewesene, oder in Verbindung stehende Quantität einer dritten Substanz völlig ersetzen zu können, ein Aequivalent für diese letztere genannt, weil sie in Absicht auf die Bindungscapacität der bestimmmten Menge der zweiten Substanz soviel bewirkt oder gilt, als die damit verbundene, oder verbunden gewesene, oder möglicher Weise damit zu verbindende Menge der ersteren Substanz.

Man wird in der Folge noch finden, dafs es von sehr grofsem Nutzen sei, für jedes Quantum irgend einer Substanz die Aequivalente an andern Substanzen berechnen zu können.

§. 18. Um die Aequivalente berechnen zu können, ist es erforderlich, dafs man kenne: entweder 1) die stöchiometrischen Zahlen aller, oder doch der fraglichen Substanzen; oder 2) quantitative Analysen solcher binären Verbindungen, in denen die fraglichen Substanzen stets neben derje-

nigen Substanz vorkommen, welche allen gemeinschaftlich ist etc. etc.

§. 19. I. Die stöchiometrischen Zahlen sind bekannt. Die fraglichen Substanzen A, B, C, D, E, F. Die stöchiometrische Zahl von A heiſse α; die von B, β; die von C, γ; von D, δ, von E, ε; von F, ζ etc. Man will nun die absoluten Quantitäten von B, C, D, E, F etc. suchen, welche Aequivalente für die bestimmte Menge q von A ausmachen. Die Zahlen α, β, γ, δ, ε, ζ etc. drücken diejenigen Quanta aus von den Substanzen, welchen sie angehören, in denen diese für einander aequivalent sind. Um daher für q von A die Aequivalente von B, C, D etc. zu finden, hat man nur nöthig, sich der einfachen Proportionsrechnung zu bedienen, und zwar so vieler Proportionen, als fragliche Substanzen genannt sind. Es verhält sich nämlich das verlangte Aequivalent der in Rede stehenden fraglichen Substanz zu der bestimmten Quantität von A, wie die stöchiometrische Zahl der fraglichen Substanz zu der stöchiometrischen Zahl von A. Nennt man für q von A das unbekannte Aequivalent von B vorläufig x, und x^{I} für C; x^{II} für D; x^{III} für E; x^{IV} für F: so findet man die wirklichen Werthe für x, x^{I} etc. nach folgenden Proportionen:

$$x : q = \beta : \alpha \text{ oder } \alpha : \beta = q : x$$
$$x^{I} : q = \gamma : \alpha \quad - \quad \alpha : \gamma = q : x^{I}$$
$$x^{II} : q = \delta : \alpha \quad - \quad \alpha : \delta = q : x^{II}$$
$$x^{III} : q = \varepsilon : \alpha \quad - \quad \alpha : \varepsilon = q : x^{III}$$
$$x^{IV} : q = \zeta : \alpha \quad - \quad \alpha : \zeta = q : x^{IV}$$

also $x = \frac{\beta \times q}{\alpha}$; $x^{I} = \frac{\gamma \times q}{\alpha}$; $x^{II} = \frac{\delta \times q}{\alpha}$; $x^{III} = \frac{\varepsilon \times q}{\alpha}$; $x^{IV} = \frac{\zeta \times q}{\alpha}$.

Sucht man z. B. die die absolute Quantität Schwefelsäure ausdrückende Zahl, in welcher diese Säure ein Aequivalent für 560 Gran Salpetersäure ausmacht, und ist die stöchiometrische Zahl der Salpetersäure = 54, die der Schwefelsäure = 40: so ist $q = 650$; $\alpha = 54$; $\beta = 40$ und man findet daher für 650 Gran Salpetersäure das Aequivalent Schwefelsäure, also x nach der Proportion

$$54 : 40 = 650 : x$$

mithin $x = \frac{40 \times 650}{54} = 481{,}481$ Gran Schwefelsäure.

Sucht man die die absolute Quantität Kohle ausdrückende Zahl, nach welcher diese ein Aequivalent für 512 Gran Phosphors bildet, und ist die stöchiometrische Zahl der Kohle = 6; die des Phosphors = 16: so wäre $q = 512$; $\alpha = 16$; $\beta = 6$; das Aequivalent Kohle also x für 512 Gran Phosphor nach der Proportion

$$16 : 6 = 512 : x$$

folglich $x = \frac{6 \times 512}{16} = 192$ Gran Kohle.

Sucht man für 700 Gran Bleioxyd die die Aequivalente ausdrückende Zahlen von Kali, Baryt, Kalk und Zinkoxyd; ist die stöchiometrische Zahl des Bleioxyds = 112; die des Kalis = 47; die des Baryts = 79; des Kalks = 29; und die des Zinkoxyds = 40: so wäre hier A Bleioxyd, B Kali, C Baryt, D Kalkerde, E Zinkoxyd; $q = 700$; $\alpha = 112$; $\beta = 47$; $\gamma = 79$; $\delta = 29$; $\varepsilon = 40$. Wird das unbekannte Aequivalent Kali bezeichnet durch x; das des Baryts durch x^{I}; das des Kalks durch x^{II}; das des Zinkoxyds durch x^{III}: so findet man nach den Proportionen:

$$112 : 47 = 700 : x$$
$$112 : 79 = 700 : x^{I}$$
$$112 : 29 = 700 : x^{II}$$
$$112 : 40 = 700 : x^{III}$$

$$x = \frac{47 \times 700}{112};\ x^{I} = \frac{79 \times 700}{112};\ x^{II} = \frac{29 \times 700}{112};$$
$$x^{III} = \frac{40 \times 700}{112}.$$

§. 20. II. Es sind quantitative Analysen solcher binären Verbindungen bekannt, in denen die fraglichen Substanzen stets neben derjenigen Substanz vorkommen, welche allen gemeinschaftlich ist.

Die fraglichen Substanzen heiſsen A, B, C, D, E, F etc.; eine gewisse Menge der Verbindung L bestehe aus a von A, und b von B; eine gewisse Menge der Verbindung M bestehe aus c von A und d von C; eine gewisse Menge der Verbindung N bestehe aus e von A und f von D; eine gewisse Menge der Verbindung O bestehe aus g von A und h von E; eine gewisse Menge der Verbindung P bestehe aus k von A und m von F. Man will nun die absolute Quantität von C, D, E, F wissen, welche einer gewissen Menge von A Aequivalente sind für die erforderliche Menge q von B. Es werde vorläufig das noch unbekannte Aequivalent von C bezeichnet durch x, das von D durch x^{I}; das von E durch x^{II}; das von F durch x^{III}. Da man weiſs, daſs a von A das Quantum b von B erfordert: so findet man nach einer einfachen Proportion leicht, wieviel das Quantum q der Substanz B von A erfordere. Nennen wir diese noch unbekannte Menge von A vorläufig y: so ist nach

$$b : q = a : y$$
$$y = \frac{q \times a}{b};$$

nun können wir, da bekannt, daſs C von A, von der Substanz C die Menge d erfordert, nach einer zweiten Proportion x finden, d. h. wieviel y von A von der Substanz C erfordere, nämlich den gesuchten Werth für x, nach

$$c : y = d : x$$

$$= c : \frac{q \times a}{b} = d : x$$

$$x = \frac{y \times d}{c} = \frac{q \times a \times d}{c \times b}$$ = dem Aequivalent C für q von B. Da man ferner weiſs, daſs e von A von der Substanz D die Menge f erfordere: so findet man nach einer dritten Proportion x^{I} = der Quantität der Substanz D, welche y von A erfordert, also ein Aequivalent ist für q von B. Nach

$$e : y = f : x^{I}$$

$$= e : \frac{q \times a}{b} = f : x^{I}$$

$$x^{I} = \frac{y \times f}{e} = \frac{q \times a \times f}{e \times b}$$ = dem Aequivalent D für q von B. Nach

$$g : y = h : x^{II}$$

$$= g : \frac{q \times a}{b} = h : x^{II}$$

$$x^{II} = \frac{y \times h}{g} = \frac{q \times a \times h}{g \times b}$$ = Aequivalent E für q von B. Nach

$$k : y = m : x^{III}$$

$$= k : \frac{q \times a}{b} = m : x^{III}$$

$$x^{III} = \frac{y \times m}{k} = \frac{q \times a \times m}{k \times b}$$ = Aequivalent F für q von B.

Beispiele in Zahlen. Eine gewisse Quantität

schwefelsauren Baryts besteht aus 34,48 Schwefelsäure und 65,52 Baryt; ferner besteht eine andere Quantität schwefelsauren Natrons aus 100 Schwefelsäure und 77,699 Natron: man sucht die Gröſse des Aequivalents Natron für 40 Gran Baryt.

Hier ist L schwefelsaurer Baryt, M schwefelsaures Natron, A Schwefelsäure, B Baryt, C Natron; $a = 34,48$; $b = 65,52$; $c = 100$; $d = 77,699$; $q = 40$. Man findet also nach

$$65,52 : 40 = 34,48 : y$$

$$y = \frac{40 \times 34,48}{65,52},$$

und nach

$$100 : \frac{40 \times 34,48}{65,52} = 77,699 : x$$

$$x = \frac{40 \times 34,48 \times 77,699}{65,52 \times 100}$$

$$= \frac{107162,46}{6552} = 16,35$$ Gran Natrons, als Aequivalent für 40 Gran Baryts.

Oder: salzsaures Kali bestehe aus 36,566 Salzsäure und 63,434 Kali; salzsaures Natron aus 100 Salzsäure und 114,778 Natron; salzsaures Bleioxyd aus 39,288 Salzsäure und 160,712 Bleioxyd; salzsaures Silber aus 500 Salzsäure und 2126,75 Silberoxyd; salzsaures Kupferoxyd aus 50 Salzsäure und 73,04 Kupferoxyd. Man sucht die Gröſsen der Aequivalente Natron, Bleioxyd, Silberoxyd und Kupferoxyd, für 125 Gran Kalis.

Hier ist L salzsaures Kali, M salzsaures Natron, N salzsaures Bleioxyd, O salzsaures Silberoxyd, P salzsaures Kupferoxyd; A ist Salzsäure, B Kali, C Natron, D Bleioxyd, E Silberoxyd, F Kupferoxyd; $a = 36,566$; $b = 63,434$; $c = 100$; $d = 114,778$; $e = 39,288$; $f = 160,712$;

$g = 500$; $h = 2126{,}75$; $k = 50$; $m = 73{,}04$; $q = 125$.

Nach $63{,}434 : 125 = 36{,}566 : y$ ist $y =$
$$= \frac{125 \times 36{,}566}{63{,}434} = 72;$$
ferner nach $100 : 72 = 114{,}778 : x$ ist $x = 72 \times 114778 = 82{,}6$ Natron als Aequiv. für 125 Kali;

nach $39{,}288 : 72 = 160{,}712 : x^{I}$ ist $x^{I} = \frac{72 \times 160{,}712}{39{,}288}$
$= 294{,}5$ Bleioxyd als Aequivalent für 125 Kali;

nach $500 : 72 = 2126{,}75 : x^{II}$ ist $x^{II} = \frac{72 \times 21{,}2675}{5}$
$= 306{,}25$ Silberoxyd als Aequivalent für 125 Kali;

nach $50 : 72 = 73{,}04 : x^{III}$ ist $x^{III} = \frac{72 \times 7{,}304}{5}$
$= 105{,}177$ Kupferoxyd als Aequival. für 125 Kali.

Kapitel. VII.

Berechnung des Quantums einer einfachen oder zusammengesetzten Substanz, welche erforderlich ist, um eine bestimmte Menge einer andern zusammengesetzten Substanz, nach einfacher oder doppelter Wahl-Affinität zu zersetzen.

§. 21. Soll eine chemische Verbindung mittelst Intervention einer einfachen, oder den Bestandtheilen einer zusammengesetzten, Substanz nach einfacher oder doppelter Wahl-Affinität zersetzt werden, und wird gefragt, wieviel in diesem oder jenem Falle von den bestimmten decomponirenden Materien erforderlich sei, um die vollständige Zersetzung zu bewirken: so würde im Allgemeinen die Antwort seyn: Gerade solche Quanta der zersetzenden Stoffe sind nöthig, welche genau die Aequivalente für die abzuscheidenden Materien ausmachen.

Um die Quanta der als Zersetzungsmittel anzuwendenden Substanzen berechnen zu können, ist, wie aus dem Obigen hervorgeht, nöthig, die stöchiometrischen Zahlen der zwei sich einenden Stoffe, oder solche Data zu kennen, aus welchen diese gefunden werden können.

§. 22. Es werde das Bekanntseyn der stöchiometrischen Zahlen vorausgesetzt. Die Zersetzung finde statt mittelst Intervention einer einfachen, oder den Bestandtheilen einer zusammengesetzten Substanz, nach einfacher Wahl-Anziehung.

Eine chemische Verbindung V sei qualitativ zusammengesetzt aus den Bestandtheilen A und B; sie enthalte von A die Menge a und von B die Menge b; die stöchiometrische Zahl von A sei α, die von B β. V soll mittelst Intervention der einfachen Substanz C zersetzt werden; es wird vorausgesetzt, C habe zu A eine gröſsere Affinität als B, oder die Affinität von C zu A sei gröſser, als die von A zu B; die stöchiometrische Zahl von C heiſse γ. Die Frage ist: wieviel wird von C nöthig seyn, um B gänzlich abzuscheiden, und dieses bei A völlig zu vertreten, also um V total zu decomponiren? Nennen wir die zu suchende Menge von C vorläufig x: so finden wir den Werth für x wieder nach einer einfachen Proportion. Es verhält sich nämlich die stöchiometrische Zahl von A zu der von C, wie die in V vorhandene Menge von A zu der erforderlichen Menge von C. Also nach

$$\alpha : \gamma = a : x$$

ist $x = \frac{\gamma \times a}{\alpha}$.

Zahlenbeispiel. Man will mittelst Zersetzung reinen Wassers durch Kalium chemisch reines Hy-

drogen darstellen. Wieviel Kalium ist erforderlich, um alles in einer gewissen Menge reinen Wassers enthaltene Hydrogen völlig abzuscheiden? Es wird soviel nöthig seyn, als vermögend ist, alles Oxygen, an welchem das Hydrogen im Wasser gebunden ist, dem Wasser zu entreiſsen. Ist die stöchiometrische Zahl des Oxygens = 8; die des Kaliums = 39,2; und sind in der gegebenen Menge Wassers 78 Gran Oxygen enthalten: so ist hier: V Wasser; A Oxygen; B Hydrogen; C Kalium; a = 78; $\alpha = 8$; $\gamma = 39{,}2$; mithin findet man hier die erforderliche Menge des Kaliums oder x nach

$$8 : 39{,}2 = 78 : x$$

$$x = \frac{39{,}2 \times 78}{8} = 382{,}2 \text{ Gran Kalium.}$$

§. 23. Die Zersetzung finde statt mittelst Intervention der Bestandtheile einer andern zusammengesetzten Substanz. Es heiſse diese andere Verbindung S, bestehe aus H und K, und enthalte in d Theilen h von H. Hat nun B zu H eine nähere Affinität als A und K, oder als diese zu ihm selbst, ohne daſs die beiden letztern sich zu verbinden geneigt zeigen: so erfolgen nach der sogenannten einfachen Wahlverwandtschaft zwei Zersetzungen und Eine Verbindung: V und S werden ihren Bestandtheilen nach zersetzt, es bildet sich eine neue Zusammensetzung dadurch, daſs sich B mit H verbindet, wogegen A und K isolirt ausgeschieden werden. Die stöchiometrische Zahl von B sei β, die von H aber δ. Die Frage heiſst, wieviel ist von der Verbindung S erforderlich, um die Menge (a + b) der Verbindung V dergestalt zu zersetzen, daſs alles darin vorhandene B von A getrennt, und an H gebunden werde? Um die Frage zu lösen

sind zwei einfache oder eine zusammengesetzte Proportion nöthig.

Bedient man sich zwei einfacher Proportionen: so hat man zuerst auszurechnen: wieviel von H erforderlich wäre, um die Menge a + b der Verbindung V zu zersetzen. Dieses geschieht auf dieselbe Art, wie im vorigen §. Es verhält sich nämlich die stöchiometrische Zahl von B zu der von H, wie die zu trennende Menge b von B, zu der zu suchenden Menge von H, welche vorläufig durch y möge signirt werden. Also nach

$$\beta : \delta = b : y$$

ist $$y = \frac{\delta \times b}{\beta}.$$

Nun hat man, nach einer zweiten Proportion, die Menge von S, in welcher die gefundene nöthige Menge von H enthalten sei. Da man weiſs, daſs in d Theilen von S die Menge h von H enthalten: so findet man die nöthige Menge von S, die wir einstweilen z nennen wollen, wenn man sagt: h verhalte sich zu d, wie $\frac{\delta \times b}{\beta}$ zu Z. Also nach

$$h : d = \frac{\delta \times b}{\beta} : z$$

ist $$z = \frac{\delta \times b \times d}{\beta \times h}.$$

Setzt man in der zweiten Proportion statt $\frac{\delta \times b}{\beta}$ das diesen Werth bezeichnen sollende y und verbindet man die erste Proportion mit der zweiten, durch Multiplication der Glieder: so erhält man (nach §. 92. der 1. Abtheil.)

$$\beta \times h : \delta \times d = b : z$$

und hiernach den Werth für

$$z = \frac{b \times \delta \times d}{\beta \times h}.$$

Wird z. B. eine Solution des schwefelsauren Eisenoxyds, im *maximo* der Oxydation, versetzt mit kohlensaurem Natron: so verbindet sich das Natron mit der Schwefelsäure zu Glaubersalz, das Eisenoxyd wird gefällt, die Kohlensäure entweicht unter Effervescenz als kohlensaures Gas. Es bestehe das schwefelsaure Eisenoxyd, im *maximo* der Oxydation, in 100 Theilen aus 39,56 Eisenoxyd und 60,44 Schwefelsäure; besteht das kohlensaure Natron in 100 Theilen aus 58,76 Natron und 41,24 Kohlensäure; heifst die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure 40, die des Natrons 31,3; und wird gefragt, wieviel kohlensaures Natron erforderlich sei, um jene 100 Theile schwefelsauren Eisenoxyds dergestallt zu zersetzen, dafs alle darin enthaltene Schwefelsäure an Natron gebunden, mithin alles Eisenoxyd unter Effervescenz der Kohlensäure gefällt werde: so ist hier V schwefelsaures Eisenoxyd, S kohlensaures Natron, A Eisenoxyd, B Schwefelsäure, H Natron und K Kohlensäure, $a = 39,56$, $b = 60,44$, (mithin $(a + b) = 100$), $\beta = 40$, $\delta = 31,3$, $d = 100$, $h = 58,76$. Also nach

$$40 : 31,3 = 60,44 : y$$

ist $y = \frac{31,3 \times 60,44}{40} = 47,29$ die nöthige Menge Natrons;

und nach

$$58,76 : 100 = 47,29 : z$$

ist $z = \frac{472900}{5876} = 80,3$ die erforderliche Menge kohlensauren Natrons.

Ebenso fände man nach

$$(40 \times 58,76) : (31,3 \times 100) = 60,44 : z$$

$$z = \frac{31,3 \times 100 \times 60,44}{40 \times 58,76} = \frac{472900}{5876} = 80,3 \text{ als}$$

die nöthige Menge kohlensauren Natrons.

§. 24. Bleiben die in den vorhergehenden §§. gemachten Voraussetzungen dieselben, heifst aber die Frage: wieviel nun von S erfordert werde, um die Menge q von V zu zersetzen: so gebraucht man zur Lösung dieser Aufgabe statt der dort genügenden beiden einfachen, oder einer zweifach zusammengesetzten Proportion, hier drei einfache oder eine dreifach zusammengesetzte Proportion.

Der im vorigen §. für y gefundene Werth drückt nämlich diejenige Menge von H aus, welche von der Quantität b der Substanz B erfordert wird; der für z gefundene Werth drückt diejenige Menge von S aus, in welcher y enthalten, also welche für die Menge b der Substanz B, oder für die Menge (a + b) der Verbindung V erfordert wird. Nennen wir nun das Quantum von S, welches für q von V erfordert wird, einstweilen x: so verhält sich x zu q wie z zu (a + b); will man x also nach drei einfachen Proportionen suchen: so behält man die beiden des §. für y und z bei, und findet dann nach

$$(a + b) : q = z : x$$

$$x = \frac{q \times z}{a + b}.$$

Will man x nach einer dreifach zusammengesetzten Proportion suchen: so sind die drei zusammenzusetzenden Proportionen, die eben gegebene und die beiden des vorigen §.; folglich findet man dann (nach §. 23. und §. 24.) auch

$$\left(\beta \times h \times (a + b)\right) : (\delta \times d \times q) = a : x$$

$$x = \frac{\delta \times d \times a \times q}{\beta \times h \times (a + b)}.$$

Es gelten z. B. die Voraussetzungen des vorigen Zahlenbeispiels; aber die Frage sei, wieviel kohlensauren Natrons erfordert werde, um 75 Gran des schwefelsauren Eisenoxyds zu zersetzen?

Hier ist also $q = 75$; $a + b = 100$; folglich nach

$$100 : 75 = 80{,}3 : x$$

$$x = \frac{75 \times 80{,}3}{100} = 60{,}225$$ Gran, als die für 75 Gran schwefelsauren Eisenoxyds erforderliche Menge kohlensauren Natrons. Oder ebenso ist nach

$$(40 \times 58{,}76) : (31{,}3 \times 75) = 60{,}44 : x$$

$$x = \frac{31{,}3 \times 75 \times 60{,}44}{40 \times 58{,}76} = 60{,}225 \text{ Gran.}$$

§. 25. Die Zersetzung finde statt nach doppelter Wahl-Affinität.

Eine chemische Verbindung R bestehe aus den Substanzen M und N; eine andere Verbindung F bestehe aus den Stoffen P und Q. Kommen beide Verbindungen R und T zusammen: so zersetzen sie sich nach doppelter Wahl-Affinität: M verbindet sich mit Q, und dagegen P mit N. Nach dem merkwürdigen, durch Erfahrung aufgefundenen, sogenannten Richterschen Neutralitätsgesetze trifft es sich in allen solchen Fällen, dafs, wenn von T soviel angewendet wird, worin M die ihm erforliche Menge von Q findet, denn auch die von Q befreit gewordene Menge gerade soviel N aus R erhält, welche der angegebenen Menge von Q äquivalent ist. Besteht nun R aus m von M, und n von N; dagegen T aus p von P und q von Q;

ist die stöchiometrische Zahl von M = μ; und von Q = φ; und ist die Frage: wieviel nun von T erfordert werde, um w von R völlig auf die erwähnte Art zu zersetzen: so verfährt man ganz, wie in den vorhergehenden §§. Zuerst sucht man, wieviel m der Substanz M von Q erfordere; dann, wieviel also von T dazu gehöre, und endlich, wieviel nun von T erforderlich sei für w von M.

Nach

$$\begin{aligned} \mu &: \varphi = m : y \\ q &: p+q = y : z \\ m+n &: w = z : x \end{aligned}$$

mithin nach

$$\mu \times q\,(m+n) : \varphi\,(p+q)\,w = m : x,$$

ist
$$x = \frac{\varphi\,(p+q)\,w \times m}{\mu\,(m+n)\,q}$$

als diejenige Menge von T, welche zum bewufsten Zwecke von w der Substanz R erfordert wird.

Z. B. Werden schwefelsaures Natron und salpetersaurer Baryt zusammengebracht: so zersetzen sich nach doppelter Wahl-Affinität dieselben dergestalt, wie von R und T gesagt worden: die Schwefelsäure verbindet sich mit dem Baryt zu schwefelsaurem Baryt, und das Natron mit der Salpetersäure zu sogenanntem kubischen Salpeter.

Schwefelsaures Natron enthalte in 100 Theilen 56,1 Schwefelsäure; salpetersaurer Baryt sei dergestalt zusammengesetzt, dafs er auf 100 Theile Salpetersäure 141,8 Baryt enthalte; die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure sei 40; die des Baryts 76,6. Die Frage heifse: wieviel salpetersauren Baryts mufs man anwenden, um 326 Gran schwefelsauren Natrons völlig zu zersetzen?

Es ist hier R Glaubersalz, T salpetersaurer Baryt, M Schwefelsäure, N Natron, P Salpeter-

säure, Q Baryt; $m = 56{,}1$; $n = 100 - 56{,}1$; $p = 100$; $q = 141{,}8$; $\mu = 40$; $\varphi = 76{,}6$; $w = 326$.

Man findet also nach

$$\begin{array}{lcl} 40 : 76{,}6 & = & 56{,}1 : y \\ 141{,}8 : 100 + 141{,}8 & = & y : z \\ 100 : 326 & = & z : x \end{array}$$

$$(40 \times 141{,}8 \times 100) : (76{,}6 \times 241{,}8 \times 326) = 56{,}1 : x$$

$$x = \frac{76{,}6 \times 241{,}8 \times 326 \times 56{,}1}{40 \times 141{,}8 \times 100} = 597{,}2 \text{ Gran},$$

als diejenige Menge salpetersauren Baryts, welche erfordert wird, um 326 Gran schwefelsauren Natrons zu zersetzen.

§. 26. Wird unter Beibehaltung der im vorigen §. gemachten Voraussetzung auch die stöchiometrische Zahl von N und von P als bekannt angenommen, und nimmt man nun eine analoge Rechnung, welche oben für M und Q unmittelbar geführt wurde, jetzt für N und P vor: so wird durch das Resultat derselben das oben angeführte Richtersche Neutralitätsgesetz bestätigt werden, daſs nämlich in dem für x gefundenen Werthe von T genau soviel von P enthalten ist, als für die in w von R enthaltene Menge der Substanz N erforderlich, folglich als Aequivalent für die in w enthaltene Menge der Substanz M angesehen werden kann.

In $p + q$ der Verbindung T ist p von P enthalten; nennen wir die Menge der Substanz P, welche in der Menge von T enthalten ist, welche für x gefunden hatten v; und setzen wir $x = t$; so finden wir nach

$$p + q : t = p : v$$

$$v = \frac{t \times p}{p + q}.$$

Bezeichnen wir diejenige Menge der Substanz N,

welche von p der Substanz P erfordert wird, mit y^{I}; diejenige Menge von R, in welcher y^{I} der Substanz N enthalten, mit z^{I}; und diejenige Menge der Verbindung R, in welcher das für v von P, oder für t von T erforderliche Quantum von N enthalten ist, mit x^{I}.

Soll sich die im §. aufgestellte Behauptung bestätigen: so muſs sich ergeben, daſs der berechnete Werth für $x^{I} = w$ sei.

Es sei nun von P die stöchiometrische Zahl $= \pi$; die von N aber $= \lambda$: so findet man nach

$$\pi : \lambda = p : y^{I}$$

$$y^{I} = \frac{\lambda \times p}{\pi};$$

nach

$$n : n + m = y^{I} : z^{I}$$

$$z^{I} = \frac{(n + m)\, y^{I}}{n}$$

und nach

$$p + q : t = z^{I} : x^{I}$$

$$x^{I} = \frac{t \times z^{I}}{p + q};$$

also nach

$$\left(\pi\,(p + q)\,n\right) : \left(\lambda\,(n + m)\,t\right) = p : x^{I}$$

$$x^{I} = \frac{\lambda \times t\,(n + m)\,p}{\pi\,(p + q)\,n}.$$

Nehmen wir das Zahlenbeispiel des vorigen §. wieder vor und fügen den dort gemachten Voraussetzungen noch bei: die stöchiometrische Zahl des Natrons $= \lambda = 31{,}3$; und die der Salpetersäure $= \pi = 54$. Fragen wir nun, wieviel schwefelsauren Natrons man anwenden muſs, um 597,2 Gran salpetersauren Baryts zu zersetzen: so wissen wir im Voraus, was zur Bestätigung des Richter-

schen Neutralitätsgesetzes als Resultat sich ergeben muſs, nämlich 326 Gran.

Es heiſse diejenige Menge Natrons, welche von 100 Gran Salpetersäure erfordert wird y^I; die Menge Glaubersalz, in welcher y^I Natrons enthalten, z; und diejenige Menge Glaubersalz, in welcher das für 597,2 Gran salpetersauren Baryts erforderliche Quantum Natrons enthalten ist, mit x^I. Die Rechnung muſs also darthun, daſs $x^I = t = 326$.

Nach

$$54 : 31{,}3 = 100 : y^I$$
$$43{,}9 : 100 = y^I : z^I$$
$$241{,}8 : 597{,}2 = z^I : x^I$$

$$(54 \times 43{,}9 \times 241{,}8) : (31{,}3 \times 100 \times 597{,}2) = 100 : x^I$$

ist

$$x^I = \frac{31{,}3 \times 100 \times 597{,}2 \times 100}{54 \times 43{,}9 \times 241{,}8} = 326 \text{ Gran},$$

als diejenige Menge Glaubersalz, welche von 597,2 Gran salpetersauren Baryts erfordert wird.

§. 27. Kömmt es lediglich darauf an, durch Rechnung auszumitteln, wieviel von einer genannten Verbindung erforderlich sei, um eine bestimmte Menge einer andern genannten Verbindung nach doppelter Wahl-Affinität zu zersetzen; und kennt man die stöchiometrischen Zahlen der beiden Verbindungen, oder die Data, woraus solche zu finden: so kann man seinen Zweck mittelst einer einzigen einfachen Proportion erreichen.

Hätten wir in den beiden vorhergehenden §§. die stöchiometrischen Zahlen von R und von T, oder gleich alle stöchiometrischen Zahlen der vier Substanzen M, N, P, Q, welche die nähern Bestandtheile von R und T ausmachen, gewuſst: so hätten wir die Aufgabe des §. 25. nach der Betrachtung: die stöchiometrische Zahl von R, oder

die Summe der stöchiometrischen Zahlen von M und N verhält sich zur stöchiometrischen Zahl von T, oder zur Summe der stöchiometrischen Zahlen von P und Q; wie die bestimmte Menge von R zu der zu suchenden Menge von T; also wie w zu x, kürzer gelöst.

Setzen wir nun $\mu + \lambda = \varrho$, und $\pi + \varphi = \tau$: so ist die stöchiometrische Zahl von R $= \varrho$, und die von T $= \tau$; mithin ist nach

$$(\mu + \lambda) : (\pi + \varphi) = w : x$$

oder nach

$$\varrho : \tau = w : x$$

$$x = \frac{(\pi + \varphi)\, w}{\mu + \lambda} = \frac{\tau \times w}{\varrho}.$$

So auch die Aufgabe des §. 26. unter Erwägung: die stöchiometrische Zahl von T, oder die Summe der stöchiometrischen Zahlen von P und Q, verhält sich zur stöchiometrischen Zahl von R, oder zu der Summe der stöchiometrischen Zahlen von M und N, wie sich der für x gefundene Werth, den wir durch t bezeichnet haben und bezeichnen werden, von T, zu dem zu suchendem Werthe der erforderlichen Menge von R, welchen wir durch x^I bezeichnen wollen.

Also nach

$$(\pi + \varphi) : (\mu + \lambda) = t : x^I$$

oder $\tau : \varrho = t : x^I$

ist $x^I = \frac{(\mu + \lambda) \times t}{\pi + \varphi} = \frac{\varrho \times t}{\tau}.$

Zahlenbeispiel. Die stöchiometrische Zahl einer zusammengesetzten Substanz ist gleich der Summe der stöchiometrischen Zahlen ihrer Bestandtheile; folglich ist die des schwefelsauren Natrons $= 40 + 31{,}3 = 71{,}3$; die des salpetersauren

Baryts = 54 + 76,6 = 130,6. Nach dem Bisherigen finden wir also x, oder die erforderliche Menge des salpetersauren Baryts für 326 Gran schwefelsauren Natrons, nach

$$40 + 31{,}3 : 54 + 76{,}6 = 326 : x$$

oder $$71{,}3 : 130{,}6 = 326 : x$$

$$x = \frac{130{,}6 \times 326}{71{,}3} = 597{,}2$$ Gran salpetersauren Baryts; und diejenige Menge schwefelsauren Natrons, welche für x = t = 597,2 Gran salpetersauren Baryts erfordert wird, also x', nach

$$54 + 76{,}6 : 40 + 31{,}3 = t : x'$$

oder $$130{,}6 : 71{,}3 = 597{,}2 : x'$$

$$x' = \frac{71{,}3 \times 597{,}2}{130{,}6} = 326;$$

da nun $326 = w$

und $x' = 326$

also $x' = w.$

Kapitel VIII.

Berechnung der absoluten Quantität einer Substanz, welche durch Zersetzung bestimmter Mengen vorhandener Substanzen nach doppelter Wahl-Anziehung erhalten wird.

§. 28. Zur Berechnung der absoluten Quantität einer neuen Verbindung, deren Bildung man bei veranstalteter Zersetzung einer bestimmten Menge einer vorhandenen Verbindung, mittelst der erforderlichen Menge einer andern genannten Verbindung nach doppelter Wahl-Affinität bezweckt, ist das Bekanntseyn der stöchiometrischen Zahlen, oder der Data, aus welchen sich solche ergeben und die Anwendung der Proportionen nöthig.

Es bestehe die Verbindung V aus S und Z; eine andere Verbindung E aus C und N. Werden V und E zusammengebracht: so zersetzen sie sich wechselseitig und dergestalt, daſs Z mit C zu der neuen Verbindung V^{I}, und N mit S zu einer andern neuen Verbindung E^{I} zusammentritt. Sind die stöchiometrischen Zahlen von S, Z, C und N, oder von V und einem seiner Bestandtheile und von E und einem seiner Bestandtheile bekannt: so kann man die stöchiometrischen Zahlen von V^{I} und E^{I} und die absoluten Mengen dieser letztern Verbindungen, welche nach völlig bewirkter Zersetzung einer bestimmten Menge von V oder E, mittelst E oder V entstehen, und auch die absoluten quantitativen Bestände der erhaltenen Mengen von V^{I} und E^{I}, finden.

Es verhält sich dann die stöchiometrische Zahl von V zu der von V^{I}, wie die zu zersetzende Menge von V zu der zu suchenden von V^{I}, welche gebildet wird; ferner verhält sich die stöchiometrische Zahl von V zu der von E^{I}, wie die anzuwendende Menge von V zu der entstehenden von E^{I}, welche gesucht wird.

Hieſse nun von S die stöchiometrische Zahl α, von Z aber β, ferner ε von E und γ von C: so wäre die von S + Z, von V also $\alpha + \beta$, welches wir $= \eta$ setzen wollen; die von N wäre gleich der von E weniger der von C, also $\varepsilon - \gamma$, welches wir $= \delta$ setzen wollen; mithin wäre die von V^{I} die Summe der von Z und der von C, also $\beta + \gamma$, welches wir $= \eta^{I}$ setzen; und die von E^{I} die Summe der von N und der von S, also $\delta + \alpha$, welches wir $= \varepsilon^{I}$ setzen wollen.

Es sei die zu zersetzende Menge von $V = q$, die sich bildende Menge von V^{I} heiſse q^{I}, die sich

bildende Menge von E^I heifse e^I. Die Frage sei nun nach den Gröfsen der erzeugten Mengen von V^I und E^I; erstere werde vorläufig durch x, die andere durch x^I bezeichnet: also $q^I = x$, und $e^I = x^I$.

Also nach

$$\eta : \eta^I = q : x$$
$$x = \frac{\eta^I \times q}{\eta} = q^I,$$

und nach

$$\eta : \varepsilon^I = q : x^I$$
$$x^I = e^I = \frac{\varepsilon^I \times q}{\eta}.$$

Zahlenbeispiel. Die Frage sei, wieviel kohlensaures Zinkoxyd erzeugt, mittelst völliger Zersetzung aus 735 Gran schwefelsauren Zinkoxyds, durch die dazu erforderliche Menge kohlensauren Natrons?

Die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure = 40; die des Zinkoxyds = 40,2; die des kohlensauren Natrons = 53,3; die der Kohlensäure = 22.

Hier ist V schwefelsaures Zinkoxyd, E kohlensaures Natron, S Schwefelsäure, Z Zinkoxyd, C Kohlensäure und N Natron; $\alpha = 40$; $\beta = 40,2$; also $\eta = \alpha + \beta = 80,2$; $\varepsilon = 53,3$; $\gamma = 22$, also $\delta = \varepsilon - \gamma = 53,3 - 22 = 31,3$; ferner $\eta^I = 40,2 + 22 = 62,2$; $\varepsilon^I = \delta + \alpha = 31,3 + 40 = 71,3$; ferner $q = 735$; $q^I = x$; und nach

$$80,2 : 62,2 = 735 : x$$
$$x = q^I = \frac{62,2 \times 735}{80,2} = 570, \ldots;$$

so fände man auch nach

$$80,2 : 71,3 = 735 : x^I$$

$$x' = e' \frac{71,3 \times 735}{80,2} = 653,43.$$

§. 29. Addirt man die für x und x' gefundenen Mengen, q' und e', von V' und E' zusammen, und subtrahirt von der erhaltenen Summe die bestimmte Menge q der Verbindung V: so zeigt die entstehende Differenz, also $(q' + e') - q$, welches wir $= e$ setzen wollen, diejenige Menge der Verbindung E an, welche zur völligen Zersetzung von q der Verbindung V erforderlich war; denn nach dem Richterschen Neutralitätsgesetze ist $q + e = = q' + e'$. Sind von diesen vier Gröſsen irgend drei gegeben, oder die Data, woraus man letztere finden kann: so ergibt sich daraus stets die vierte.

Auf die im Zahlenbeispiele des vorigen § vorgelegte Frage, ergab sich, daſs aus 735 Gran schwefelsauren Zinkoxyds, mittelst Zersetzung durch die erforderliche Menge kohlensauren Natrons, 750 Gran kohlensauren Zinkoxyds, und 653,43 Gran schwefelsauren Natrons erzeugt würden. Wie groſs nun die Menge des erforderlich gewesenen kohlensauren Natrons, oder e, sei: ergibt sich also in der Differenz zwischen 735 und der Summe aus 570 und 653,43, nämlich:

$$e = (570 + 653,43) - 735$$
$$= 488,43 \text{ Gran.}$$

Nach den Regeln für die Auflösung der Aufgaben des vorigen Abschnitts, die Probe auf die Richtigkeit der hier für e gefundenen Gröſse zu machen, bleibe dem Leser zur mehreren Uebung allein überlassen.

Kapitel IX.

Berechnung der absoluten Quantitäten der Bestandtheile einer Combination nach den stöchiometrischen Zahlen.

§. 30. Die Berechnung der absoluten Quantitäten der Bestandtheile einer Combination, nach den stöchiometrischen Zahlen und der Anzahl der Mischungsgewichte, nach denen sich die Substanzen, welche die in Rede stehende Verbindung constituiren, kömmt sehr häufig vor und dient nicht selten als Controle anderer stöchiometrischer Rechnungen, oder der Resultate chemischer Analysen.

Eine Verbindung N besteht aus B und A, es ist B wieder zusammengesetzt aus M und O, und A besteht wieder aus S und O. Die stöchiometrische Zahl von M sei μ, die von S σ, und die von O ω; Ein Mischungsgewicht von M verbindet sich mit 1 Mischungsgewichte von O; 1 Mischungsgewicht von S aber verbindet sich mit 3 Mischungsgewichten von O, 1 Mischungsgewicht von B verbindet sich mit 1 Mischungsgewichte von A zu N. Die Aufgabe ist die Ausmittelung der absoluten Quantitäten, nach welchen sich B mit A, und in diesen M, S und O, in der bestimmten Menge q der Verbindung N vereinigt haben?

1 M. G. von M ist $= \mu$, dieses verbindet sich mit 1 M. G. also mit ω von O; mithin ist 1 M. G. von $B = \mu + \omega$; 1 M. G. S ist σ, dieses verbindet sich mit 3 M. G. O, also mit 3ω, mithin ist 1 M. G. $A = \sigma + 3\omega$; da sich nun 1 M. G. B mit 1 M. G. A zu N verbindet: so ist 1 M. G. von $N = \mu + \omega + \sigma + 3\omega = \mu + \sigma + 4\omega$. In 1 M. G. N ist $\mu + \omega$ von B, und $\sigma + 3\omega$ von A enthalten, folglich:

$$(\mu + \sigma + 4\omega) : q = \mu + \omega : \frac{(\mu + \omega) \times q}{(\mu + \sigma + 4\omega)}$$

und

$$(\mu+\sigma+4\omega) : q = (\sigma+3\omega) : \frac{q\times(\sigma+3\omega)}{(\mu+\sigma+4\omega)}.$$

Ferner 1 M. G. von B enthält μ von M, und ω von O, folglich:

$$\mu+\omega : \frac{q\times(\mu+\omega)}{\mu+\sigma+4\omega} = \mu : \frac{q(\mu+\omega)\mu}{(\mu+\omega)(\mu+\sigma+4\omega}$$

und

$$\mu+\omega : \frac{q\times(\mu+\omega)}{\mu+\sigma+4\omega} = \omega : \frac{q(\mu+\omega)\omega}{(\mu+\omega)(\mu+\sigma+4\omega}.$$

Ferner 1 M. G. von A enthält σ von S und 3ω von O, folglich:

$$\sigma+3\omega : \frac{q\times(\sigma+3\omega)}{\mu+\sigma+4\omega} = \sigma : \frac{q\times(\sigma+3\omega)\sigma}{\mu+\sigma+4\omega)(\sigma+3\omega}$$

und

$$\sigma+3\omega : \frac{q\times(\sigma+3\omega)}{\mu+\sigma+4\omega} = 3\omega : \frac{q\times(\sigma+3\omega)\times3\omega}{(\sigma+3\omega)(\mu+\sigma+4\omega)}.$$

Also ist der quantitative Bestand der Menge q von N

hinsichtlich der nähern Bestandtheile, — hinsichtlich der entfernteren Bestandtheile.

$$\text{an}\left\{\begin{array}{l} \text{B}\ldots\dfrac{q\times(\mu+\omega)}{\mu+\sigma+4\omega},\ \text{an}\left\{\begin{array}{l}\text{M}\ldots\dfrac{q(\mu+\omega)\mu}{(\mu+\omega)(\mu+\sigma+4\omega)}\\[2ex] \text{O}\ldots\dfrac{q(\mu+\omega)\omega}{(\mu+\omega)(\mu+\sigma+4\omega)}\end{array}\right.\\[6ex] \text{A}\ldots\dfrac{q\times(\sigma+3\omega)}{\mu+\sigma+4\omega},\ \text{an}\left\{\begin{array}{l}\text{O}\ldots\dfrac{q(\sigma+3\omega)\times3\omega}{(\sigma+3\omega)(\mu+\sigma+4\omega)}\\[2ex] \text{S}\ldots\dfrac{q(\sigma+3\omega)\sigma}{(\sigma+3\omega)(\mu+\sigma+4\omega)}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\overline{\text{N};\quad q \qquad = \qquad q}$$

Zahlenbeispiel. Bittersalz in trocknen Zustande besteht aus Bittererde und Schwefelsäure, Bittererde besteht aus Magnium und Oxygen, und die Schwefelsäure aus Schwefel und Oxygen; die stöchiometrische Zahl des Magniums sei = 12,6; die des Schwefels = 16; die des Oxygens = 8; es

verbindet sich 1 M. G. Magnium und 1 M. G. Oxygen zu Bittererde; es verbinden sich aber 3 M. G. Oxygen mit 1 M. G. Schwefel zu Schwefelsäure; und 1 M. G. Schwefelsäure bildet mit 1 M. G. Bittererde die wasserfreie schwefelsaure Bittererde. Es wird nun gefragt nach den absoluten Quantis, in welchen die nähern und entfernteren Bestandtheile des Bittersalzes 1000 Gran desselben constituiren.

Hier ist N Bittersalz, B Bittererde, A Schwefelsäure, M Magnium, S Schwefel und O Oxygen; $q = 1000$; $\mu = 12{,}6$; $\sigma = 16$ und $\omega = 8$; es ist also 1 M. G. Bittererde $= 12{,}6 + 8$; und 1 M. G. Schwefelsäure $= 16 + 3 \times 8$. Da sich nun 1 M. G. Bittererde mit 1 M. G. Schwefelsäure zu schwefelsaurer Bittererde oder Bittersalz vereinigt: so ist 1 M. G. wasserfreier schwefelsaurer Bittererde $= (12{,}6 + 8) + (16 + 3 \times 8) = 12{,}6 + 16 + 4 \times 8 = 60{,}6$.

In 1 M. G. Bittersalzes sind $12{,}6 + 8 = 20{,}6$ Bittererde und $16 + 3 \times 8 = 40$ Schwefelsäure, folglich:

$$60{,}6 : 1000 = 20{,}6 : \frac{20{,}6 \times 1000}{60{,}6}$$

und

$$60{,}6 : 1000 = 40 : \frac{40 \times 1000}{60{,}6}.$$

Ferner enthält 1 M. G. Bittererde 12,6 Magnium und 8 Oxygen, folglich:

$$20{,}6 : 339{,}93 = 12{,}6 : \frac{339{,}93 \times 12{,}6}{20{,}6}$$

und

$$20{,}6 : 339{,}93 = 8 : \frac{339{,}93 \times 8}{20{,}6}.$$

Ferner enthält 1 M. G. Schwefelsäure 16 Schwefel und 24 Oxygen, folglich:

$$40 : 660,06 = 16 : \frac{660,06 \times 16}{40};$$

und

$$40 : 660,06 = 24 : \frac{660,06 \times 24}{40}.$$

Also ist der quantitative Bestand von 1000 Gran Bittersalz

hinsichtlich der nähern Bestandtheile,		hinsichtlich der entfernteren Bestandtheile.
an Bittererde	= 339,93..., an	Magnium = 207,91...
		Oxygen = 132,02...
an Schwefelsäure	= 660,06..., an	Oxygen = 396,036..
		Schwefel = 264,024..
	1000	1000

Oder: krystallisirter Kali-Alaun besteht hinsichtlich der nähern Bestandtheile aus schwefelsaurer Alaunerde, schwefelsaurem Kali und Wasser; hinsichtlich der entfernteren aus Alaunerde, Kali, Schwefelsäure und Wasser; und hinsichtlich der entferntesten aus Alumium, Kalium, Schwefel, Hydrogen und Oxygen. Es verbindet sich 1 M. G. Hydrogen mit 1 M. G. Oxygen zu Wasser, 1 M. G. Schwefel mit 3 M. G. Oxygen zu Schwefelsäure; 1 M. G. Kalium mit 1 M. G. Oxygen zu Kali; 1 M. G. Alumium mit 1 M. G. Oxygen zu Alaunerde; 1 M. G. Kali mit 1 M. G. Schwefelsäure zu schwefelsaurem Kali; 1 M. G. Alaunerde mit 1 M. G. Schwefelsäure zu schwefelsaurer Alaunerde; 1 M. G. schwefelsauren Kalis, mit 3 M. G. schwefelsaurer Alaunerde und 24 M. G. Wassers zu krystallisirtem Kali-Alaun. Die stöchiometrische Zahl des Hydrogens = 1; die des Oxygens = 8; die des Kaliums = 39,2; die des Alumiums = 9; die des Schwefels = 16. Man hat also die stöchiometri-

sche Zahl des Wassers $= 1 + 8 = 9$; die der Alaunerde $= 9 + 8 = 17$; die des Kalis $= 39{,}2 + 8 = 47{,}2$; die der Schwefelsäure $= 16 + 3 \times 8 = 40$; also die des schwefelsauren Kalis $= 47{,}2 + 40 = 87{,}2$; die der schwefelsauren Alaunerde $= 17 + 40 = 57$; also die des krystallisirten Kali-Alauns $= (3 \times 57) + 87{,}2 + (24 \times 9) = 474{,}2$. Ist nun die Frage nach dem quantitativen Mischungsverhältnisse von gerade 60 Gran krystallisirten Kali-Alauns, hinsichtlich der nähern, entfernteren und entferntesten Bestandtheile: so weiſs man wieviel von jedem der fraglichen Bestandtheile in 474,2 Gran enthalten ist, und kann hiernach leicht den Bestand in 60 Gran durch Proportionen ausmitteln. Nämlich:

$$474{,}2 : 60 = 3 \times 57 : \frac{60 \times 3 \times 57}{474{,}2} = 21{,}63 \ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 87{,}2 : \frac{60 \times 87{,}2}{474{,}2} = 11{,}03 \ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 9 \times 24 : \frac{60 \times 9 \times 24}{474{,}2} = 27{,}33 \ldots \text{ Gran;}$$

ferner:

$$474{,}2 : 60 = 3 \times 17 : \frac{60 \times 3 \times 17}{474{,}2} = 6{,}45 \ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 3 \times 40 : \frac{60 \times 3 \times 40}{474{,}2} = 15{,}18 \ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 47{,}2 : \frac{60 \times 47{,}2}{474{,}2} = 5{,}97 \ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 40 : \frac{60 \times 40}{474{,}2} = 5{,}06 \ldots\ldots \text{ Gran;}$$

ferner:

$$474{,}2 : 60 = 24 : \frac{60 \times 24}{474{,}2} = 3{,}036 \ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 24 \times 8 : \frac{24 \times 8 \times 60}{474{,}2} = 24{,}293 \ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 3 \times 9 : \frac{60 \times 3 \times 9}{474{,}2} = 3{,}416 \ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 3 \times 8 : \frac{60 \times 3 \times 8}{474{,}2} = 3{,}036 \ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 39{,}2 : \frac{60 \times 39{,}2}{474{,}2} = 4{,}959 \ldots\ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = 8 : \frac{60 \times 8}{474{,}2} = 1{,}012 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = (3 \times 16) + 16 : \frac{60 \times (16 + (3 \times 16))}{474{,}2} = 8{,}097 \ldots\ldots \text{ Gran}$$

$$474{,}2 : 60 = (3 \times (3 \times 8)) + 3 \times 8 : \frac{60 \times (3 \times 3 \times 8 + 3 \times 8)}{474{,}2} = 12{,}146 \ldots\ldots \text{ Gran.}$$

Also bestehen 60 Gran krystallisirten Kali-Alauns aus 21,63... Gran schwefelsaurer Alaunerde, 11,03... Gran schwefelsauren Kalis und 27,33.... Gran Wassers, rücksichtlich der nähern Bestandtheile. Die schwefelsaure Alaunerde enthält 6,45.. Gran Alaunerde und 15,18... Gr. Schwefelsäure; das schwefelsaure Kali enthält 5,97 Gran Kali und 5,06... Gr. Schwefelsäure; also sind die entfernteren Bestandtheile: 6,45... Gr. Alaunerde; 5,97.... Gr. Kali; 15,18... + 5,06... Gr. Schwefelsäure und 27,33.. Gr. Wasser. Die Alaunerde enthält 3,416.. Gr. Alumium und 3,036... Gr. Oxygen; das Kali enthält 4,959... Gr. Kalium und 1,012... Gr. Oxygen; die Schwefelsäure enthält 8,097... Gr. Schwefel und 12,146... Gr. Oxygen; das Wasser enthält 3,036.... Gran Hydrogen und 24,293... Gr. Oxygen. Also besteht der krystallisirte Kali-Alaun in 60 Granen aus: 3,416... Gr. Alumiums; 4,959.... Gran Kaliums; 8,097... Gran Schwefels; 3,036.... Gr. Hydrogens und 3,036... + 1,012... + 12,146... + 24,293... = 40,487... Gran Oxygens.

Nämlich:

60 Gran
krystallisirten Kali-Alauns

32,66 ... Gran Kali-Alauns				+		27,33 ... Gran Wassers		=60
21,63 ... Gran schwefelsaurer Alaunerde		+	11,03 ... Gran schwefelsauren Kalis		+	27,33 ... Gran Wassers		=60
6,45 Gran Alaunerde + 15,18 ... Gran Schwefelsäure		+	5,06 Gran Schwefelsäure + 5,97 ... Gran Kalis		+	27,33 ... Gran Wassers		=60
6,45 ... Gran Alaunerde	+	20,24 ... Gran Schwefelsäure	+	5,97 .. Gran Kalis	+	27,33 ... Gran Wassers		=60
3,416..Gr. Alumiums + 3,036..Gr. Oxygens		8,097..Gr. Schwefels + 12,146..Gr. Oxygens		4,959..Gr. Kaliums + 1,012..Gr. Oxygens		3,036..Gr. Hydrogens + 24,293..Gr. Oxygens		=60.

Kapitel X.

Berechnung der Mächtigkeit der sauren und alkalischen Liquida.

§. 31. Der Gehalt eines sauren oder alkalischen Liquidums, an absoluter Säure oder absolutem Alkali, wird die Mächtigkeit solcher sauren oder alkalischen Flüssigkeiten genannt. Da in den meisten Fällen sehr viel daran liegt, den wahren Werth der Mächtigkeit solcher Liquida zu kennen: so kömmt es sehr häufig vor, daſs man genöthigt ist, denselben auf eine zweckmäſsige Weise zu ermitteln.

Gemeiniglich ist es am vortheilhaftesten, daſs man sich zur Ermittelung des Mächtigkeits-Werthes einer Neutralisation, mittelst eines passenden Reagens, und als solches, eines Alkalis, wenn die zu prüfende Flüssigkeit eine saure ist, dagegen einer Säure bedient, wenn das zu untersuchende Liquidum ein Alkali enthält. Zu der dann anzustellenden Rechnung ist es nothwendig, daſs man:

1) die zu neutralisirende Menge des zu prüfenden Liquidums; so wie
2) die zur Neutralisation erforderliche Menge des Reagens —

beide dem Gewichte nach genau kennt, und

3) daſs die stöchiometrische Zahl des im zu prüfenden Liquidum enthaltenen Stoffes, und diejenige des Reagens bekannt sind.

Man schlieſst sodann: es verhält sich die stöchiometrische Zahl des gebrauchten Reagens zur stöchiometrischen Zahl der in der geprüften Flüssigkeit enthaltenen Substanz, wie die, die Menge des gebrauchten Reagens ausdrückende Zahl zu der den absoluten Gehalt der geprüften Flüssigkeit ausdrückenden Zahl. Nennen wir diese vor-

läufig x: so ist x = dem Produkte aus der stöchiometrischen Zahl der in der Flüssigkeit enthaltenen fraglichen Substanz in die, die Menge des verbrauchten Reagens ausdrückende, Zahl dividirt durch die stöchiometrische Zahl des Reagens; oder: x ist ein Produkt aus der stöchiometrischen Zahl der fraglichen Substanz in einen Bruch, dessen Zähler die Menge des verbrauchten Reagens, und dessen Nenner die stöchiometrische Zahl desselben Reagens ist.

Alsdann schliefst man weiter: ist in soviel des zu prüfenden Liquidums, als man der Neutralisation unterworfen, x viel von der fraglichen Substanz enthalten: so wird irgend eine zur Einheit gewählte Menge von dem Liquidum, x^I viel von der fraglichen Substanz enthalten. Es ist also dann x^I = dem erhaltenen Quotienten, wenn man diejenige Zahl, welche die zur Neutralisation benutzte Menge der zu prüfenden Flüssigkeit ausdrückt, zum Divisor, und x, oder die für x gefundene Gröfse zum Dividendum nimmt.

Der für x^I erhaltene Werth ist nun die die Mächtigkeit der geprüften Flüssigkeit ausdrückende Zahl.

§. 32. Es sei nun L eine zu prüfende Flüssigkeit; S die darin vorhandene Substanz, deren absolute Menge ermittelt werden soll; R das zu dienende Reagens; die stöchiometrische Zahl von S sei σ; die von R aber ρ. Um die Quantität 1 von L zu neutralisiren, bedarf man von R genau die Menge r: welches ist nun die Mächtigkeit von L?

Nach

$$\rho : \sigma = r : x$$

ist

$$x = \frac{\sigma \times r}{\rho};$$

also nach

$$l : 1 = \frac{\sigma \times r}{\varrho} : x^{I}$$

ist die Mächtigkeit von L in Bezug auf die Einheit, oder

$$x^{I} = \frac{\sigma \times r}{l \times \varrho}.$$

Zahlenbeispiel. Um 456 Gran einer diluirten Salpetersäure zu neutralisiren, bedarf man genau 86 Gran absoluten Natrons; die stöchiometrische Zahl der Salpetersäure ist 54; die des Natrons 31,3. Wie groſs ist die Mächtigkeit der diluirten Salpetersäure?

Hier ist L diluirte Salpetersäure, S absolute Salpetersäure; R Natron; $l = 456$; $\sigma = 54$; $r = 86$; $\varrho = 31{,}3$.

Nach

$$31{,}3 : 54 = 86 : x$$

ist

$$x = \frac{54 \times 86}{31{,}3};$$

also nach

$$456 : 1 = \frac{54 \times 86}{31{,}3} : x^{I}$$

ist die Mächtigkeit der diluirten Salpetersäure, oder

$$x^{I} = \frac{54 \times 86}{31{,}3 \times 456} = 0{,}3253;$$

d. h. in 1 Theile (z. B. in 1 Grane) sind 0,3253 Theile, (Grane) absoluter Salpetersäure enthalten.

Oder: um 700 Gran wässriger Essigsäure zu neutralisiren, gebrauche man 180 Gran kohlensauren Kalis; die stöchiometrische Zahl der Essigsäure ist 51; die des kohlensauren Kalis 69,2. Welches ist die Mächtigkeit der Essigsäure?

Hier ist L wässrige Essigsäure; S absolute Essigsäure; R kohlensaures Kali; $l = 700$; $\sigma = 51$; $r = 180$; $\varrho = 69{,}2$.

Also nach

$$69{,}2 : 51 = 180 : x$$

ist $$x = \frac{51 \times 180}{69{,}2},$$

und nach

$$700 : 1 = \frac{51 \times 180}{69{,}2} : x^{\mathrm{I}}$$

ist $$x^{\mathrm{I}} = \frac{51 \times 180}{69{,}2 \times 700} = 0{,}1895;$$

d. h. in 1 Grane diluirter Essigsäure sind 0,1895 Grane absoluter Essigsäure enthalten.

Oder: um 480 Gran einer wässrigen Flüssigkeit, welche kohlensaures Natron enthält, durch Schwefelsäure zu neutralisiren, sind von letzterer 36,5 Gran erforderlich. Die stöchiometrische Zahl des kohlensauren Natrons ist 53,3; die der Schwefelsäure 40. Welches ist der Gehalt der alkalischen Lauge an kohlensaurem Natron?

Hier ist L die kohlensaures Natron haltige Lauge, S kohlensaures Natron, R Schwefelsäure; $l = 480$; $r = 36{,}5$; $\sigma = 53{,}3$; $\varrho = 40$. Also nach

$$40 : 53{,}3 = 36{,}5 : x$$

ist $$x = \frac{53{,}3 \times 36{,}5}{40},$$

und nach

$$480 : 1 = \frac{53{,}3 \times 36{,}5}{40} : x^{\mathrm{I}}$$

ist die Mächtigkeit der Lauge oder

$$x^{\mathrm{I}} = \frac{53{,}3 \times 36{,}5}{40 \times 480} = 0{,}1018;$$

d. h. ein Gran jener Lauge enthält 0,1018 Gran kohlensauren Natrons.

Oder: zur Neutralisation eines wässrigen Liquidums, welches kohlensaures Kali enthält, sind 196 Gran Schwefelsäure nöthig. Die stöchiometrische Zahl des kohlensauren Kalis ist 69,2; die der Schwefelsäure 40, die der Kohlensäure 22; und im kohlensauren Kali ist 1 M. G. Kali mit 1 M. G. Kohlensäure verbunden. Es ist die Frage nach der Mächtigkeit der alkalischen Lauge, hinsichtlich des reinen (oder sogenannten Aetz-) Kalis? Hier ist L die kalische Lauge, S Aetzkali, R Schwefelsäure, $l = 960$; $r = 196$; $\sigma = 69{,}2 - 22 = 47{,}2$; und $\varrho = 40$.

Also nach

$$40 : 47 = 196 : x$$

ist

$$x = \frac{47 \times 196}{40},$$

und nach

$$960 : 1 = \frac{47 \times 196}{40} : x^{\prime}$$

ist

$$x^{\prime} = \frac{47 \times 196}{40 \times 960} = 0{,}2398$$

als die Mächtigkeit der kalischen Lauge; also ist der Gehalt Eines Granes jener Lauge an Aetzkali 0,2398 Gran.

Kapitel XI.

Berechnung des absoluten Gehalts einer Mischung aus bekannten Quantitäten mehrerer Verbindungen, von gleichen qualitativen, aber verschiedenen quantitativen Mischungs-Verhältnissen.

§. 33. Die Berechnung des absoluten Gehalts einer Mischung aus bekannten Quantitäten mehrerer Verbindungen von gleichem qualitativen aber verschiedenen quantitativen Mischungs-Verhältnis-

sen, und die dahin gehörigen Aufgaben sind oft bloſse Divisionsexempel. Es wird aber diese Berechnung sehr oft erfordert bei Compositionen von Säuren, Alkalien, Salzsolutionen, Zuckerhaltigen-, Alkoholhaltigen-Flüssigkeiten Metalllegirungen etc.

§. 34. Es enthält V^I, von Substanz S in einem Theile die Menge s^I, und V^{II} enthält von derselben Substanz S, in einem eben so groſsen Theile, die Menge s^{II}. Man setzt nun zu der Menge v^I von V^I, die Menge v^{II} von V^{II} und erhält dadurch $v^I + v^{II}$ der Mischung V. Wieviel ist nun in einem Theile der Mischung V von der Substanz S enthalten?

Ist in Einem Theile von V^I, s^I von S, und einem Theile von V^{II}, s^{II} von S enthalten: so ist in v^I von V^I, $v^I \times s^I$, und in v^{II} Theilen von V^{II}, $v^{II} \times s^{II}$: also in $v^I + v^{II}$ von V, $v^I s^I + v^{II} s^{II}$ von S: folglich in einem Theile von V, $\frac{v^I \times s^I + v^{II} \times s^{II}}{v^I + v^{II}}$ von S enthalten.

Man habe in drei Gefäſsen Salzsäure von verschiedener Mächtigkeit; die Mächtigkeit der ersten $= 0{,}25$; die der zweiten $= 0{,}429$; die der dritten 0,027. Man macht ein Gemisch aus allen dreien, in einem vierten Gefäſse, dergestalt, daſs von der ersten 300 Gran, von der zweiten 240 Gran, und von der dritten 560 Gran genommen werden. Wie groſs wird die Mächtigkeit des Gemisches seyn?

Hier ist $s^I = 0{,}25$; $s^{II} = 0{,}429$; $s^{III} = 0{,}027$; $v^I = 300$; $v^{II} = 240$; $v^{III} = 560$; wenn also die Mächtigkeit des Gemisches durch x bezeichnet wird: so ist

$$x = \frac{(300 \times 0{,}25) + (240 \times 0{,}429) + (560 \times 0{,}027)}{300 + 240 + 560}$$

$$= 0{,}1754;$$

d. h. in Einem Gran der Mischung sind 0,1754 Gran absoluter Salzsäure enthalten.

Oder: man hat vier Sorten Weingeist: die erste enthält 45 p. C., die andere 55,4 p. C., die dritte 33,3 p. C. und die vierte 75,5 p. C. Aus allen wird ein Gemisch bewerkstelligt: man nimmt von der ersten Sorte 156 Unzen, von der andern 120, von der dritten 248, von der vierten 96 Unzen. Wie stark wird die Mischung seyn?

Hier ist $s^{I} = 0,45$; $s^{II} = 0,554$; $s^{III} = 0,333$; $s^{IV} = 0,755$; $v^{I} = 156$; $v^{II} = 120$; $v^{III} = 248$; $v^{IV} = 96$. Folglich ist der Gehalt der Mischung an Alkohol oder

$$x = \frac{(156 \times 0,45) + (120 \times 0,554) + (0,333 \times 248) + (96 \times 0,75)}{156 + 120 + 248 + 96}$$
$$= 0,4697;$$

d. h. sie enthält 46,97 p. C. Alkohol.

Kapitel XII.

Berechnung der absoluten Mengen mehrerer Verbindungen von verschiedenen bekannten quantitativen Gehalten: um eine vorgeschriebene Menge einer Combination von bestimmtem Gehalte zu bekommen.

§. 35. Die im vorigen Abschnitte zur Sprache gebrachten Aufgaben sind sehr leicht; ist dagegen der Gehalt des Gemischten festgesetzt: so ist die Untersuchung, wieviel von jedem zu nehmen, schwerer. Es ist dies eigentlich die Vermischungs-, oder Alligationsrechnung. Man nehme zu dem Ende:

I. Zwei Substanzen von verschiedenen Gehalten, die zusammen die Quantität q geben sollen, deren Gehalt = c ist. Von derjenigen Verbindung, deren Gehalt der gröſsere ist, sei dazu die Menge

x; und von derjenigen, deren Gehalt der geringere ist, q — x genommen. Man suche von jeder Menge den Gehalt. Hätte q des Stärkern den Gehalt a, und q des Schwächern den Gehalt b: so findet man:

1) $q : x = a : \frac{a \times x}{q}$ den Gehalt der Menge der stärkern Substanz, und

2) $q : q - x = b : \frac{bq - bx}{q}$ den Gehalt der Menge der schwächern Substanz.

Die Gehalte beider zusammen müssen dem Gehalte c gleich seyn; oder:

$$c = \frac{a \times x + b \times q - b \times x}{q};$$

also

$$qc = a \times x + b \times q - b \times x$$

oder auch

$$qc - bq = ax - bx$$

dies gibt

$$x = \frac{(c - b) \times q}{a - b}$$

und

$$q - x = q - \frac{q \times (c - b)}{a - b} = \frac{q\,(a - c)}{a - b}$$

§. 36. Zahlenbeispiel. Man habe in zwei Gefäſsen Weingeist von verschiedener Stärke. Der Weingeist des ersten Gefäſses hatte 85 p. C. Alkohol; der des zweiten 45 p. C. Wieviel muſs man von jedem in ein drittes Gefäſs gieſsen: um gerade 96 Unzen Weingeist von 50 p. C. Alkoholgehalt zu bekommen?

Hier ist q = 96; c = 50; a = 85; und b = 45,5. Also

$$x = \frac{(50 - 45,5) \times 96}{85 - 45,5} = 10,93$$

$$q - x = 96 - 10,93\ldots = 85,07;$$

d. h. von dem 85procentigen muſs man 10,93 Unzen, und von den 45,5procentigen Weingeiste, 85,07 Unzen: um 10,93 + 85,07 Unzen = 96 Unzen 50procentigen Weingeists zu bekommen.

Oder: man hat zwei Sorten Salzsäure von verschiedener Mächtigkeit. Die Mächtigkeit der einen Sorte sei = 0,523, die der andern Sorte = 0,121. Man will aus beiden Sorten 224 Unzen einer dritten mischen, deren Mächtigkeit genau 0,45 betragen soll. Wieviel muſs man von jeder Sorte nehmen?

Hier ist $q = 224$; $c = 0,45$; $a = 0,523$; $b = 0,121$.

Also:

$$x = \frac{(0,45 - 0,121) \times 224}{0,523 - 0,121} = 183,32;$$

und

$$q - x = 224 - 183,32 = 40,68;$$

d. h. man muſs von der stärkern Sorte 183,32 Unzen und von der schwächern Sorte 40,68 Unzen nehmen: um 183,32 + 40,68 = 224 Unzen von der Mächtigkeit 0,45 zu erhalten.

Oder: man hat zwei Sorten Silber, 15 löthiges und 10löthiges, d. i. vom ersten enthält die Mark (= 16 Loth) an Silber 15 Loth und 1 Loth Kupfer; vom andern die Mark 10 Loth Silber und 6 Loth Kupfer. Nun will man aus beiden 13löthiges machen: wieviel nimmt man von jedem?

Hier ist $q = 1$ Mark; $a = 15$; $b = 10$; $c = 13$; also: vom ersten

$$x = \frac{(13 - 10) \times 1}{15 - 10} = \tfrac{3}{5} \text{ Mark};$$

also vom zweiten:

$$1 - \tfrac{3}{5} = \tfrac{2}{5} \text{ Mark.}$$

Daſs dies 13löthiges gebe, erhellet so:

$$1 \text{ Mark} : \tfrac{3}{5} \text{ Mark} = 15 \text{ Loth} : \frac{15 \times 3}{5} = 9 \text{ Loth}$$

$$1 \text{ Mark} : \tfrac{2}{5} \text{ Mark} = 10 \text{ Loth} : \frac{10 \times 2}{5} = 4 \text{ Loth}.$$

Beides gibt also 13 Loth auf die Mark.

§. 37. II. Sind mehrere z. B. drei Sorten gegeben: so mische man zwei davon nach Belieben und suche nach I. den Gehalt des Gemischten. Diesen setze man = b und verfahre alsdann, wie vorher. Ebenso verfahre man bei mehreren Sorten: so daſs man die zu mischenden Substanzen immer auf zwei Sorten bringt.

Z. B. Man hat drei Sorten Kalilauge: die Mächtigkeit der ersten ist = 0,25; die der zweiten = 0,59; die der dritten = 0,65. Man will aus allen dreien 80 Pfunde nach solchem Verhältnisse zusammensetzen, daſs die Mächtigkeit der Mischung gerade 0,5 sei.

Man vermischt also vorerst z. B. mit 5 Theilen der ersten Sorte 10 Theile der zweiten Sorte: so wird die Mächtigkeit der dadurch erhaltenen Mischung $= \frac{0{,}25 \times 5 + 0{,}59 \times 10}{15} = 0{,}4766$. Nun sieht man die Mächtigkeit dieser Mischung als die der einen von zwei zu vermischenden Sorten, also z. B. als b an; dann ist in diesem Falle a = 0,65; c = 0,5; q = 80: also die von der dritten Sorte Lauge zu nehmende Menge, oder:

$$x = \frac{80\,(0{,}5 - 0{,}4766)}{0{,}65 - 0{,}4766} = 10{,}79 \text{ Pfunde};$$

mithin von der Mischung der ersten und zweiten Sorte die Menge

$$80 - 10{,}79 = 69{,}21 \text{ Pfunde}.$$

Da die Mischung, als aus 5 Theilen der ersten Sorte und 10 Theilen der zweiten Sorte bestehend angenommen wurde: so müssen also von der ersten Sorte

$$\frac{69,21}{3} = 23,07 \text{ Pfund},$$

von der zweiten Sorte

$$\frac{69,21 \times 2}{3} = 46,14 \text{ Pfund}$$

genommen werden; diese würden mit 10,79 Pfunden gerade 80 Pfund Kalilauge, genau von der Mächtigkeit 0,5 geben. Denn:

1 ℔ : 23,07 ℔ = 0,25 : 23,07 × 0,25 = 5,767
1 ℔ : 46,14 ℔ = 0,59 : 46,14 × 0,59 = 27,222
1 ℔ : 10,79 ℔ = 0,65 : 10,79 × 0,65 = 7,013
80 — 40

Also durch die drei berechneten Theile der drei Mischungen kommen 40 Pfund absoluten Kalis in die Mischung; da diese ganze Mischung 80 Pfund wiegt: so ist ihr absoluter Kaligehalt oder ihre Mächtigkeit $\frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$.

Oder: man hat vier Sorten Salpetersäure von verschiedener Stärke. Umstände halber wird es wünschenswerth von allen vier Sorten zu einem gewissen Zwecke, welcher 480 Unzen von der Mächtigkeit 0,36 erfordert, etwas verwenden zu können. Die Mächtigkeit der ersten Sorte ist 0,17; die der zweiten 0,21; die der dritten 0,25; die der vierten aber 0,47. Wie kann man die Mischung einrichten, damit man gerade die verlangte Menge von der bestimmten Stärke erhalte?

Man kann z. B. die ersten drei Sorten, nach beliebigem Verhältnisse zusammengesetzt, sich vor-

stellen. Wir wollen annehmen, es geschähe dieses in dem Verhältnisse des ersten, zum zweiten, zum dritten, $= 2 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$; so hätte die entstandene Mischung die Mächtigkeit

$$\frac{(0{,}17 \times 2 + 0{,}21 \times 2{,}5 + 0{,}25 \times 3{,}25)}{2 + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1{,}6775}{7{,}75} = 0{,}218.$$

Sehen wir 0,218 vorläufig als b an: so ist a $= 0{,}47$; q $= 480$; und c $= 0{,}36$; also ist die von der vierten Sorte anzuwendende Menge, oder

$$x = \frac{480 \times (0{,}36 - 0{,}218)}{0{,}47 - 0{,}218} = 270{,}47 \text{ Unzen};$$

also die von der Mischung der drei ersten Sorten anzuwendende Menge, oder:

$$q - x = 480 - 270{,}47 = 209{,}53 \text{ Unzen.}$$

Da diese 209,53 Unzen aus den drei ersten Sorten Sorten, in dem Verhältnisse wie $2 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$, müssen zusammengesetzt werden: so wären also, um 480 Unzen Salpetersäure von der Mächtigkeit 0,36 zusammenzusetzen, aus den vier genannten Sorten erforderlich:

von der ersten Sorte $\frac{209{,}53 \times 2}{7{,}75} = 54{,}072$ Unzen

- - zweiten - $\frac{209{,}53 \times 2{,}5}{7{,}75} = 67{,}59$ -

- - dritten - $\frac{209{,}53 \times 3{,}25}{7{,}75} = 87{,}868$ -

- - vierten - - - - - - $= 270{,}47$ -

Denn:

$$\begin{array}{l}
1 : 54{,}072 = 0{,}17 : (54{,}072 \times 0{,}17) = 9{,}19224 \\
1 : 67{,}59 = 0{,}21 : (67{,}59 \times 0{,}21) = 14{,}1939 \\
1 : 87{,}868 = 0{,}25 : (87{,}868 \times 0{,}25) = 21{,}947 \\
1 : \underline{270{,}47} = 0{,}47 : (270{,}47 \times 0{,}47) = \underline{127{,}1209} \\
\quad 480 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 172{,}45404
\end{array}$$

in den 480 Unzen der Mischung sind 172,45404 Unzen absoluter Salpetersäure enthalten: also ist der Gehalt Einer Unze oder die Mächtigkeit der Mischung $= \frac{172,45404}{480} = 0,36.$

Kapitel XIII.

Berechnung des Gehalts einer Verbindung, von der man eine unbekannte Menge von unbekannter Mächtigkeit, mit einer bekannten Menge einer andern Verbindung von bekannter Mächtigkeit vermischt hat, und bekannt sind: die Menge und Mächtigkeit der Mischung.

§. 38. Aus den beiden Verbindungen A und B wird die Mischung M gemacht. In A, B und M ist der Hauptbestandtheil die Substanz S. Der Gehalt in A von S ist a, der in M von S ist c, der in B von S aber unbekannt, also x; die Menge der Mischung beträgt q, die dazu angewandte Menge von A ist q^I: so ist die nach dem vorigen Abschnitte zu entwickelnde Gleichung

$$q^I = \frac{q\,(c - x)}{a - x}$$

oder

$$q^I = \frac{q\,(x - c)}{x - a}$$

und darnach

$$q^I x - q^I a = q x - q c$$
$$= q^I x - q x = q^I a - q c$$
$$= x(q^I - q) = q^I a - q c$$

folglich

$$x = \frac{q^I a - q c}{q^I - q}.$$

Zahlenbeispiele. Man habe ein Gemisch aus zwei Sorten Weingeist; das Gewicht des Ganzen

beträgt 66 Unzen; der Gehalt dieses Gemisches an absolutem Alkohol beträgt 52 p. C. Von der einen Sorte Weingeist, dessen Gehalt an absolutem Alkohol = 45 p. C. beträgt, hat man 36 Unzen, und das Fehlende von der andern Sorte genommen, deren Gehalt unbekannt und zu suchen, also x ist.

Hier ist $q = 66$; $q^{I} = 36$; $a = 45$; $c = 52$. Folglich ist der Gehalt der fraglichen Sorte, oder:

$$x = \frac{(36 \times 45) - (66 \times 52)}{36 - 66} = 60{,}4$$

also der Gehalt der zweiten Sorte beträgt 60,4 p. C. Denn:

$$1 : 36 = 0{,}45 \;:\; (36 \times 0{,}45) = 16{,}20$$
$$1 : 30 = 0{,}604 \;:\; (30 \times 0{,}604) = 18{,}12$$

also in 66 Unzen sind enthalten 34,32 Unzen absoluten Alkohols: folglich in einer Unze $\frac{34{,}32}{66} =$ = 0,52 Unzen Alkohol.

Oder: man habe 724 Unzen Natronlauge von 0,55 Mächtigkeit, zusammengesetzt aus 450,5 Unzen einer Natronlauge, deren Mächtigkeit = 0,395 und dem Uebrigen nach aus einer andern Natronlauge, deren Mächtigkeit unbekannt ist und gesucht werden soll.

Hier ist $q = 724$; $q^{I} = 450{,}5$; $c = 0{,}55$; $a = 0{,}395$; also:

$$x = \frac{(724 \times 0{,}55) - (450{,}5 \times 0{,}395)}{724 - 450{,}5} = 0{,}8053\ldots;$$

denn:

$$1 : 450{,}5 = 0{,}395 : (450{,}5 \times 0{,}395) = 177{,}9475..$$
$$1 : 724 - 450{,}5 = 0{,}8053 : (273{,}5 \times 0{,}8053) = 220{,}2495..$$

in 724 Theilen der Mischung sind 177,9475 + 220,2495

Theile absoluten Natrons enthalten, folglich ist die Mächtigkeit dieser Lauge $= \frac{177,9475 + 220,2495}{724}$ $= 0,55$.

Oder: man hat aus zwei Sorten Schwefelsäure 1000 Gran einer dritten gemischt, von 0,38 Mächtigkeit. Zu dieser Mischung ist von der ersten Sorte, deren Mächtigkeit 0,19 beträgt, ein Drittel genommen worden, das Uebrige von der zweiten Sorte. Wie groſs muſs die Mächtigkeit der zweiten Sorte gewesen seyn?

Hier ist $q = 1000$; $q^{I} = \frac{1000}{3}$; $c = 0,38$; $a = 0,19$; also ist die Mächtigkeit der zweiten Sorte, oder:

$$x = \frac{1000 \times 0,38 - \frac{1000}{3} \times 0,19}{1000 - \frac{1000}{3}} = 0,515;$$

denn:

$$1 : \frac{1000}{3} = 0,19 : \frac{1000}{3} \times 0,19 = 36,3333...$$
$$1 : \frac{1000 \times 2}{3} = 0,515 : \frac{1000 \times 2}{3} \times 0,515 = 343,3333...$$

in den 1000 Unzen der Mischung sind 380 Unzen absoluter Schwefelsäure enthalten: folglich in einer Unze der Mischung $\frac{380}{1000} = 0,38$.

Kapitel XIV.

Berechnung des Quantums einer Combination, wenn deren Gehalt, sowie die Gehalte der Mischungstheile, aber nur das Quantum des einen Mischungstheiles bekannt.

§. 39 a. Man hat eine Combination M aus A und B; M, A und B sind ihrem qualitativem Bestande nach gleich, und nur dem quantitativen Mischungsverhältnisse ihrer Bestandtheile nach, verschieden. Die Hauptsubstanz in jeder sei S; A

enthalte von S in einem Theile die Menge a, und B in einem eben so grofsen Theile die Menge b; M aber in einem eben so grofsen Theile die Menge c von S. Von A hat man die Menge q^{I} genommen und dann soviel von B dazu gesetzt, bis man die Mischung M erhalten hat, deren Mächtigkeit c beträgt. Wie grofs wird die Menge der entstandenen Mischung seyn? also $q = x$.

Aus den gegebenen Gröfsen bildet man wieder die Gleichung

$$q^{I} = \frac{x\,(c - b)}{a - b}$$

und durch Transposition

$$q^{I}\,(a - b) = x\,(c - b)$$

und hieraus

$$x = \frac{q^{I}\,(a - b)}{c - b}$$

oder

$$x = \frac{q^{I}\,(b - a)}{b - c}$$

§. 39b. Man hat eine Mischung aus zweierlei Weingeist gemacht, dessen verschiedene Stärke, so wie die der Mischung man kennt. Man weifs auch, wieviel von der einen Sorte Weingeist genommen wurde, aber nicht das Quantum der andern Sorte. Das Gewicht der Mischung läfst sich Umstände halber nicht mehr ausfindig machen. Die Stärke der einen Sorte ist die von 48 p. C. absoluten Alkohols; die zweite Sorte halte 62 p. C., die Mischung beider 50 p. C. absoluten Alkohols. Von der ersten Sorte hat man 140 Unzen genommen. Wie grofs mufs die Quantität der Mischung geworden seyn?

Hier ist $q^1 = 140$; $c = 50$; $a = 48$; $b = 62$; $q = x$;

$$x = \frac{140\,(62 - 48)}{62 - 50} = 163{,}3 \text{ Unzen,}$$

als das Gewicht des ganzen Gemisches.

Oder: man hat 100 Gran Salpetersäure, deren Mächtigkeit 0,37, mit einer unbekannten Menge einer andern Sorte Salpetersäure vermischt, deren Mächtigkeit 0,56 betrug; und so eine Mischung aus beiden Sorten erhalten, die die Mächtigkeit 0,41 besitzt. Wieviel hat man von der zweiten Sorte zur Mischung genommen?

Hier ist $q^1 = 100$; $a = 0{,}37$; $b = 0{,}56$; $c = 0{,}41$; $q = x$; dann ist die zur Mischung genommene fragliche Menge der zweiten Sorte $= x - q^1$;

$$x = \frac{100\,(0{,}56 - 0{,}37)}{0{,}56 - 0{,}41} = 126{,}6$$

also

$$x - q^1 = 126{,}66 - 100 = 26{,}66$$

also von der zweiten Sorte Salpetersäure hat man 26,66 Unzen genommen und so 126,66 Unzen Mischung von 0,41 Mächtigkeit erhalten; denn:

$$1 : 100 = 0{,}37 : 100 \times 0{,}37 = 37$$
$$1 : 26{,}66 = 0{,}56 : 26{,}66 \times 0{,}56 = 14{,}93296$$

in 126,66 Unzen der Mischung sind also 37 + 14,93296 Unzen absoluter Salpetersäure gekommen: folglich mufste die Mächtigkeit dieser Mischung $= \frac{37 + 14{,}93296}{126{,}66} = 0{,}41$ werden.

Oder: man hat 580 Gran vierzehnlöthiges Silber mit einem Stücke elflöthigem Silbers zusammengeschmolzen und dadurch zwölflöthiges Silber bekommen; von letzterem ist jedoch eine unbe-

kannte Menge verbraucht worden, bevor das Totalgewicht bestimmt war: es liegt nun aber daran auszumitteln, wie schwer das Stück elflöthigen Silbers war, welches mit verschmolzen wurde?

Hier ist $q^1 = 580$; $q = x$; das Gewicht des Stücks elflöthigen Silbers $= x - q^1$; $a = 14$; $b = 11$; $c = 12$; also

$$x = \frac{580\,(14 - 11)}{12 - 11} = 1740 \text{ Gran},$$

als die erzeugte Menge des zwölflöthigen Silbers; also die Menge des elflöthigen Silbers, oder

$$x - q^1 = 1740 - 580 = 1160 \text{ Gran}.$$

Betrüge nun die noch vorhandene Quantität des zwölflöthigen Silbers etwa 1025 Gran: so wären schon 1740 — 1025 = 715 Gran davon verbraucht.

Kapitel XV.

Berechnung des Verhältnisses, nach welchem sich eine gewisse Substanz mit einer vierten verbindet, wenn bekannt sind die Mengenverhältnisse, in welchen sich die erste mit der dritten, und die zweite und dritte mit der vierten verbinden.

§. 40. Die Wichtigkeit, das Verhältniſs zu berechnen, nach welchem sich eine gewisse Substanz mit einer vierten verbindet, wenn bekannt sind die Mengenverhältnisse, in welchen sich die erste mit der dritten, und eine zweite mit der dritten und vierten sich verbinden, ruhet auf dem Gesetze, daſs die quantitativen Mischungsverhältnisse zwischen irgend einer Substanz und allen übrigen mit diesen verbindungsfähigen Substanzen, zu den quantitativen Mischungsverhältnissen irgend einer andern Substanz zu den *resp.* übrigen mit ihr verbindungsfähigen Substanzen, in direkten Verhältnissen ste-

hen. So stehen z. B. die Grade der Schwefelung von Metallen, mit denen ihrer Oxydation in direkten Verhältnissen.

Verbinden sich nämlich a Theile von der Substanz A, mit c Theilen der Substanz C und mit d Theilen von der Substanz D; und nimmt dasselbe Quantum a der Substanz B von der Substanz C c^{I} Theile auf, und von der Substanz D d^{I} Theile: so ist

$$c : c^{\mathrm{I}} = d : d^{\mathrm{I}}$$

eine richtige Proportion. Sind also nur irgend drei, von den diese Proportion bildenden Gröſsen bekannt: so kann man jedesmal die vierte leicht finden.

Es ist nämlich $d^{\mathrm{I}} = \frac{c^{\mathrm{I}} \times d}{c}$; $d = \frac{c \times d^{\mathrm{I}}}{c^{\mathrm{I}}}$; $c^{\mathrm{I}} = \frac{c \times d^{\mathrm{I}}}{d}$; $c = \frac{c^{\mathrm{I}} \times d}{d^{\mathrm{I}}}$.

§. 41. Zahlenbeispiel. Verbinden sich 100 Gran Kali mit 76,27 Gran Phosphorsäure, und mit 84,74 Gran Schwefelsäure; 100 Gran Natrons aber mit 115,01 Gran Phosphorsäure, und soll nun die Menge Schwefelsäure aus diesen Datis berechnet werden, welche von der genannten Menge Natrons erfordert wird: so ist A Kali; B Natron; C Phosphorsäure; D Schwefelsäure; $a = 100$; $c = 76{,}27$; $d = 84{,}74$; $c^{\mathrm{I}} = 115{,}01$; $d^{\mathrm{I}} = x$; also

$$x = d^{\mathrm{I}} = \frac{115{,}01 \times 84{,}74}{76{,}27}$$

$= 127{,}78$ Gran Schwefelsäure,

als diejenige Menge, welche von 100 Gran Natron erfordert wird. Es ist also

$$76{,}27 : 115{,}01 = 84{,}74 : 127{,}78$$

d. h. die Phosphorsäure des Kalis verhält sich zur Phosphorsäure des Natrons, wie sich die Schwe-

felsäure des Kalis zu der Schwefelsäure des Natrons verhält.

Oder: 200 Gran Blei verbinden sich mit 30,76 Gran Schwefel zu Schwefelblei, und mit 68,07 Gran Chlor zu Chlorblei; 200 Gran Quecksilber verbinden sich mit 31,68 Gran Schwefel zu Schwefelquecksilber im *minimo*: Frage: Wieviel Chlor erfordern nun 200 Gran Quecksilber?

Hier ist A Blei, B Quecksilber, C Schwefel, D Chlor, $c = 30{,}76$, $c^{\prime} = 31{,}68$, $d = 68{,}07$, $d^{\prime} = x$; und

$$x = d^{\prime} = \frac{31{,}68 \times 68{,}07}{30{,}76} = 70{,}1 \text{ Gran},$$

als der für 200 Gran Quecksilbers erforderlichen Menge zur Bildung von Calomel.

Oder: 129 Gran Antimon verbinden sich mit 48 Gran Schwefel zu Schwefelantimon, und mit 24 Gran Oxygen zu Antimonoxydul; 129 Gran Eisen verbinden sich mit 38,22 Gran Oxygen zu Eisenoxydul: Wieviel Schwefel wird von der genannten Menge Eisen erfordert zur Bildung von einfachem Schwefeleisen?

Hier ist A Antimon, B Eisen, C Schwefel, D Oxygen; $c = 48$, $c^{\prime} = x$, $d = 24$, $d^{\prime} = 38{,}22$; also

$$x = c^{\prime} = \frac{48 \times 38{,}22}{24} = 76{,}44 \text{ Gran Schwefel.}$$

§. 42. Wenn nur bekannt ist, daſs sich a Theile von A mit c Theilen von C, und d Theilen von D verbinden; daſs sich ferner $a^{\prime}$ Theile von B mit $c^{\prime}$ Theilen von C, und mit $d^{\prime}$ Theilen von D: so scheint es, als müſste man das $a^{\prime}$ auf a, oder umgekehrt a auf $a^{\prime}$ reduciren, was freilich leicht, aber doch auch nicht nöthig ist. Man hat nämlich

$$a' : a = c' : y$$

oder $$y = \frac{a \times c'}{a'},$$

d. h. es verbinden sich a Theile von B mit y Theilen, oder $\frac{a \times c'}{a'}$ Theilen von C, und mit $\frac{a \times d'}{a'}$ Theilen von D: dadurch erhält man

$$c : y = d : y'$$

oder

$$c : \frac{c' \times a}{a'} = d : \frac{d' \times a}{a'};$$

aber es ist

$$c : \frac{c' \times a}{a'} = c \times a' : c' \times a$$

und

$$d : \frac{d' \times a}{a'} = d \times a' : d' \times a$$

und

$$c \times a' : c' \times a = d \times a' : d' \times a$$

oder

$$c : c' = d : d'$$

indem man die homologen Glieder mit a' und mit a dividirt.

Zahlenbeispiel. 133 Gran Weinsteinsäure verbinden sich mit 62,6 Gran Natron und auch mit 224 Gran Bleioxyd; da sich nun 204 Gran Essigsäure mit 125,2 Gran Natron verbinden: wieviel Bleioxyd ist zur genannten Menge Essigsäure erforderlich?

Hier ist A Weinsteinsäure, B Essigsäure, C Natron, D Bleioxyd, $a = 133$, $a' = 204$, $c = 62,6$, $c' = 125,2$, $d = 224$, $d' = x$, und also

$$x = d' = \frac{d \times c'}{c} = \frac{224 \times 125,2}{62,6}$$

$$= 448 \text{ Gran Bleioxyd.}$$

Oder: 81 Gran Eisen verbinden sich mit 24 Gran Oxygen und mit 48 Gran Schwefel; 128 Gran Kupfer verbinden sich mit 16 Gran Oxygen: wieviel Schwefel erfordert die genannte Menge Kupfer?

Hier ist A Eisen, B Kupfer, C Oxygen, D Schwefel; $a = 81$, $a^{\prime} = 128$, $c = 24$, $d = 48$, $c^{\prime} = 16$, $d^{\prime} = x$; also:

$$x = d^{\prime} = \frac{c^{\prime} \times d}{c} = \frac{16 \times 48}{24} = 32 \text{ Gran Schwefel.}$$

§. 43. Sind aber auch die Zahlen, für eine und dieselbe Substanz, nach welchen sie sich mit den übrigen verbindet, verschieden: so muſs auch das Verfahren sich ändern.

Angenommen: es verbinden sich a Theile von A mit c Theilen von C, und $a^{\prime}$ Theile von A mit d Theilen von D; b Theile von B mit $c^{\prime}$ Theilen von C, und $b^{\prime}$ Theile von B mit $d^{\prime}$ Theilen von D: so muſs nun erst eine Reduction des $a^{\prime}$ auf a, und des $b^{\prime}$ auf b veranstaltet werden.

Man hat nämlich die Proportionen:

$$a^{\prime} : a = d : \frac{a\,d}{a^{\prime}},$$

d. h. es verbinden sich a Theile von A mit $\frac{a \times d}{a^{\prime}}$ Theilen von D; und

$$b^{\prime} : b = d^{\prime} : \frac{b \times d^{\prime}}{b^{\prime}}$$

d. h. es verbinden sich b Theile von B mit $\frac{d^{\prime} \times b}{b^{\prime}}$ Theilen von D. Hieraus folgt nach dem vorigen §.

$$c : c^{\prime} = \frac{a \times d}{a^{\prime}} : \frac{b \times d^{\prime}}{b^{\prime}} = a\,d\,b^{\prime} : b\,d^{\prime}\,a^{\prime}.$$

Sollte hier das vierte Glied der Proportion unbekannt seyn und gesucht werden: so verlangte

man zu wissen, wieviel von D sich mit b' Theilen der Substanz B verbände. Diese Proportion kann benutzt werden, um gleich zu berechnen, wieviel von D ($d' = x$) sich mit b' Theilen der Substanz B verbindet. Man erhält nämlich

$$c : c' = a d b' : b x a'$$

welches dahin zu verändern ist, daſs die Factoren bei x fortgeschafft werden:

$$c : c' = \frac{a d b'}{b a'} : x$$

woraus

$$x = \frac{c' a d b'}{c b a'}.$$

Zahlenbeispiele. 57 Gran Kalkerde verbinden sich mit 44 Gran Kohlensäure, und 171 Gran Kalkerde verbinden sich mit 345,6 Gran Arseniksäure; 336 Gran Bleioxyd verbinden sich mit 66 Gran Kohlensäure: mit wieviel Arseniksäure verbinden sich nun 112 Gran Bleioxyd?

Hier ist A Kalkerde, B Bleioxyd, C Kohlensäure, D Arseniksäure; $a = 57$, $a' = 171$, $b = 336$, $b' = 112$, $c = 44$, $c' = 66$, $d = 345,6$, $d' = x$, und

$$x = \frac{66 \times 57 \times 345,6 \times 112}{44 \times 336 \times 171} = 57,6 \text{ Gran}$$

Arseniksäure.

Oder: 200 Gran Schwefelsäure verbinden sich mit 320 Gran Cadmiumoxyd, und 80 Gran Schwefelsäure verbinden sich mit 34 Gran Alaunerde; 108 Gran Salpetersäure verbinden sich mit 128 Gran Cadmiumoxyds: wieviel Alaunerde erfordern nun 270 Gran Salpetersäure?

Hier ist A Schwefelsäure, B Salpetersäure, C Cadmiumoxyd, D Alaunerde, $a = 200$, $a' = 80$,

$b = 108$, $b^{I} = 270$, $c = 320$, $c^{I} = 128$, $d = 34$, $d^{I} = x$; und also

$$x = \frac{200 \times 128 \times 270 \times 34}{320 \times 108 \times 80} = 85 \text{ Gran Alaunerde.}$$

Oder: 10 Gran Hydrogen verbinden sich mit 354 Gran Chlor; und 5 Gran Hydrogen mit 40 Gran Oxygen; 48 Gran Phosphor verbinden sich mit 159,3 Gran Chlor: wieviel Oxygen erfordern nun 100 Gran Phosphor?

Hier ist A Hydrogen, B Phosphor, C Chlor, D Oxygen; $a = 10$, $a^{I} = 5$, $b = 48$, $b^{I} = 100$, $c = 354$, $c^{I} = 159{,}3$, $d = 40$, $d^{I} = x$; und

$$x = \frac{159{,}3 \times 10 \times 40 \times 100}{354 \times 48 \times 5} = 75 \text{ Gran Oxygen.}$$

Kapitel XVI.

Berechnungen, welche vorkommen bei den Analysen zusammengesetzter Körper.

§. 44. Die analytische Chemie bezweckt, mittelst der eigentlichen Analysen, Erforschung des quantitativen Mischungsverhältnisses derjenigen Substanzen unter einander, welche man als die Bestandtheile der fraglichen zusammengesetzten Körper, durch die desfalls nöthig gewesenen Präliminar-Versuche ausgemittelt hat. Bei denjenigen zusammengesetzten Körpern, welche zu den chemischen Verbindungen erster Ordnung gehören, sind die darin enthaltenen, sogenannten Elemente, als die nächsten, und nach unserm jetzigen Wissen zugleich auch als die entferntesten Bestandtheile anzusehen. Anders ist es bei denjenigen zusammengesetzten Körpern, welche den chemischen Verbindungen

der höhern Ordnungen angehören. Bei diesen unterscheidet man oft entfernte, entferntere, entfernteste, nähere und näheste Bestandtheile. Bei Ermittelung der qualitativen und quantitativen Mischungsverhältnisse kommt es sehr häufig vor, dafs durch die Analyse letztere in Absicht auf die entfernteren oder näheren, selten aber unmittelbar in Absicht auf die nähesten Bestandtheile angegeben werden. In Fällen der letztern Art ist es denn auch, wo man mittelst einer Vertheilungsrechnung nachzuhelfen genöthigt ist. Da aber fast stets die Lehre von der Affinität dem Analytiker die Anweisung zur vorzunehmenden Vertheilungsrechnung an die Hand geben mufs, und diese fast für jeden speciellen Fall, nach der jedesmaligen Combinationsart der Substanzen, eine andere ist: so lassen sich hier nicht gut allgemeine Regeln dafür angeben. Es sind aber auch für die einzelnen Fälle keine neue Regeln erforderlich, indem man sie alle mittelst des Bisherigen zu lösen im Stande ist.

Statt alles Weitern soll daher hier gleich ein Beispiel vorgenommen, und dann, in den zunächst folgenden §§. noch Einiges über Berechnungen der Analysen organischer Körper insbesondere beigebracht werden.

§. 45. Mittelst geeigneter Präliminarversuche mit einem Quellwasser, hat man dessen qualitative Zusammensetzung folgendermafsen befunden: Wasser, doppelt kohlensaure Kalkerde, doppelt kohlensaure Talkerde, doppelt kohlensaures Natron, doppelt kohlensaures Eisenoxydul, Kochsalz und Glaubersalz. Durch die eigentliche quantitative Analyse hat sich ergeben, dafs in einer gewissen Quantität des untersuchten Quellwassers vorkommen: 69,42 Gran Kohlensäure, 20,699 Gran Natrons,

9,74 Gran Talkerde, 22,21 Gran Kalkerde, 1,6 Gran Eisenoxyduls, 10,86 Gran Schwefelsäure und 4,34 Gran Chlors.

Die durch die quantitative Analyse abgeschiedenen Substanzen sind als die entfernteren Bestandtheile des Quellwassers anzusehen. Da nun im letztern aber die elektrisch-positiven Substanzen, mit den negativ-elektrischen verbunden, die näheren Bestandtheile ausmachen; in der Art, wie solches durch die qualitative Untersuchung ausgemittelt worden: so soll aus diesen Datis das quantitative Mischungsverhältniſs der nähern Bestandtheile des Quellwassers berechnet werden. Es sind zu diesem Zwecke noch bekannt: die stöchiometrischen Zahlen, oder Data, aus denen sich solche finden lassen.

Die stöchiometrische Zahl des Chlors ist $=$ $= 35{,}4$; die des Natriums $= 23{,}3$; wenn die des Oxygens $= 8$.

Da nun

$$35{,}4 : 23{,}3 + 8 = 4{,}34 : \frac{(23{,}3 + 8) \times 4{,}34}{35{,}4}$$

d. h. da 35,4 Chlor, 23,3 + 8 oder soviel Natron verlangen, worin genau 23,3 Natriums enthalten: so werden 4,34 Gran Chlors gerade $\frac{31{,}3 \times 4{,}34}{35{,}4} =$ $= 3{,}839$ Gran Natrons, weil darin die verhältniſsmäſsige Quantität Natriums enthalten, erfordern.

Da 128 Gran kohlensaure Talkerde besteht aus 88 Gran Kohlensäure und 40 Gran Talkerde: so haben wir

$$40 : 9{,}74 = 88 : \frac{9{,}74 \times 88}{40},$$

woraus wir ersehen, daſs die im Quellwasser gefundene Menge Talkerde, $\frac{9{,}74 \times 88}{40} = 21{,}4$ Gran

Kohlensäure erfordert, um als Bicarbonat erscheinen zu können.

Da ferner die stöchiometrische Zahl der Kalkerde = 28,5, die der Kohlensäure = 22 ist, und sich mit 1 M. G. Kalkerde 2 M. G. Kohlensäure zur Bildung von Bicarbonat verbinden: so erhalten wir die für die gefundene Menge Kalkerde benöthigte Quantität Kohlensäure nach

$$28,5 : 22,21 = 2 \times 22 : \frac{22,21 \times 2 \times 22}{28,5}$$ mit

$$\frac{22,21 \times 2 \times 22}{28,5} = 34,29 \text{ Gran.}$$

Da ferner 114 Gran kohlensaures Eisenoxydul aus 70 Gran Eisenoxydul und 44 Gran Kohlensäure bestehen: so haben wir nach

$$70 : 1,6 = 44 : \frac{1,6 \times 44}{70}$$

für die vorhandene Menge Eisenoxyduls gerade $\frac{1,6 \times 44}{70} = 2$ Gran Kohlensäure nöthig zu berechnen.

Die nun noch übrige Kohlensäure muſs an Natron gebunden seyn. Ihr Betrag ist = 69,42 — 34,29 — 21,4 — 2,0 = 11,73 Gran.

Da nun 2 × 22 Gran Kohlensäure 31,3 Gran Natrons erfordern: so werden nach

$$44 : 11,73 = 31,3 : \frac{11,73 \times 31,3}{44}$$

für den Rest der Kohlensäure $\frac{11,73 \times 31,3}{44} = 8,35$ Gran Natrons benöthigt seyn.

Da überhaupt 20,6999 Gran Natrons aufgefunden sind, davon, wie eben gezeigt, 8,35 Gran an Kohlensäure gebunden vorkommen, 3,839 Gran aber noch nach obiger Rechnung für das Chlor abzuziehen sind: so bleiben der aufgefundenen

Schwefelsäurequantität noch 20,699 — (8,35 + 3,839) = 8,51 Gran Natrons übrig.

Wir wollen der Controlle wegen, die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure aus diesen Voraussetzungen der Richtigkeit berechnen: angenommen, dafs die stöchiometrische Zahl des Natrons = 31,3 sei. Da die aufgefundene Schwefelsäuremenge 10,86 Gran beträgt: so haben wir

$$8{,}51 : 31{,}3 = 10{,}86 : \frac{31{,}3 \times 10{,}86}{8{,}51};$$

also betrüge die stöchiometrische Zahl der Schwefelsäure hiernach $\frac{31{,}3 \times 10{,}86}{8{,}51} = 39{,}999 + ..(=40)$, was vollkommen richtig ist.

Waren aufser Wasser die entfernteren Bestandtheile folgende:

Natron	20,69	Gran
Talkerde	9,74	-
Kalkerde	22,21	-
Eisenoxydul	1,6	-
Schwefelsäure	10,86	-
Kohlensäure	69,42	-
Chlor	4,34	-
zusammen . .	138,86	Gran;

so sind die näheren Bestandtheile folgendermafsen vorhanden:

				Grane.
doppelt kohlens.	Kalkerde . . .	34,29 +	22,21 =	56,50
- -	Talkerde . . .	21,40 +	9,74 =	31,14
- -	Natron	11,73 +	8,35 =	20,08
- -	Eisenoxydul .	2,00 +	1,6 =	3,6
- -	Kochsalz . . .	4,34 +	2,86 =	7,2
- -	Glaubersalz .	10,86 +	8,51 =	19,37
	zusammen			137,89 Gran.

Es zeigt sich hier zwischen der Summe der Zahlen, durch welche die Quantitäten der entfernteren Bestandtheile ausgedrückt werden, und der Summe derjenigen Zahlen, durch welche die Quantitäten der näheren Bestandtheile ausgedrückt sind, eine Differenz, nämlich 138,86 — 137,89 = 0,97. Im ersten Augenblicke könnte dies auffallen: man wird sich aber leicht überzeugen, daſs die Sache ihre völlige Richtigkeit hat, wenn man nur an das Kochsalz denkt, welches unter den näheren Bestandtheilen als Chlornatrium berechnet ist, daſs in der vorhandenen Menge desselben 2,86 Gran Natriums vorkommen, welche gerade 0,97 Gran Oxygens erfordern, und damit 2,86 + 0,97 Gran Natrons bilden, welche unter den entfernteren Bestandtheilen aufgeführt sind.

Kapitel XVII.

Berechnungen, welche insbesondere bei Analysen organischer Körper vorfallen.

§. 46. Die wesentlichen Bestandtheile der Körper der organischen Reiche sind: Oxygen, Hydrogen, Kohlenstoff und Salpeterstoff. Die drei ersten kommen fast in jedem organischen Körper vor, der Salpeterstoff dagegen fehlt in den meisten vegetabilischen Körpern, doch selten in den eigentlich animalischen Substanzen. Die zahllose Verschiedenheit der den organischen Reichen angehörigen Körper beruht demnach lediglich auf Verschiedenheit des quantitativen Mischungsverhältnisses derselben Elemente. Um diese quantitativen Mischungsverhältnisse auszumitteln, pflegt man in der Regel so zu verfahren, daſs man auf irgend

eine Weise den zu untersuchenden Körpern noch so viel Oxygen zusetzt, dafs sie bei ihrer erfolgenden Zersetzung gänzlich in Wasser und Kohlensäure (und in freies Salpeterstoffgas, wenn letzteres vorhanden war), umgeändert werden. Aus der erhaltenen Wassermenge wird die im zu untersuchenden Körper vorhanden gewesene Menge Hydrogens, aus der der erhaltenen Menge Kohlensäure die Menge des Kohlenstoffs bestimmt. Kennt man die Menge des erhaltenen Salpeterstoffgases: so zeigt die Differenz zwischen dem Gewichte der zum Versuche angewandten Menge des Körpers und der Summe der bekannt gewordenen Gewichte des Kohlenstoffs, Salpeterstoffs und Hydrogens die in dem untersuchten Körper vorhanden gewesene Quantität des Oxygens an. War kein Salpeterstoff zugegen: so wird die Oxygenmenge schon durch die Differenz zwischen dem Totalgewichte der Körpermenge und der Gewichtssumme des Kohlenstoffs und Hydrogens angezeigt. Ueberhaupt: besteht der Körper aus drei Substanzen, so braucht man nur zwei durch Versuche zu bestimmen, die dritte ergibt sich durch Subtraction. Sind vier Substanzen in dem Körper vorhanden: so müssen durch Versuche drei, und der vierte kann durch Rechnung bestimmt werden. Besser ist es jedoch, der Sicherheit wegen, durch Versuche alle in dem Körper vorkommende Substanzen, ihrer Menge nach, zu erforschen; und dann sich der Rechnung, als Controlle, zu bedienen. Um nun die Oxygenmenge, welche in dem Körper vorhanden, kennen zu lernen, ist es erforderlich: diejenige Menge Oxygens genau zu kennen, welche man zugesetzt hatte. Gemeiniglich pflegt man das Oxygen dem zu prüfenden Körper, in der zum erwähnten Zwecke

erforderlichen Menge, auf die Weise zuzusetzen, also ihn dadurch im benannten Grade zu oxydiren, daſs man ihn erhitzt in Verbindung mit einem paſslichen oxygenhaltigen Körper, dessen Oxygengehalt genau bekannt ist, und der eben durch das Erhitzen mit ihm Oxygen daran abtritt. Als solche Substanzen, welche auf die hier zweckmäſsige Art von ihrem Oxygen die erforderliche Menge abgeben, empfehlen sich: das chlorsaure Kali und einige Metalloxyde, z. B. Bleioxyd und vorzüglich Kupferoxyd.

Die zu untersuchenden Körper werden mit irgend einer sich dazu eignenden oxydirenden Substanz gemengt, und in Retorten oder in, an dem einen Ende verschlossenen, Röhren von Glas so lange auf angemessene Weise erhitzt, bis sie völlig in die oben genannten Pro- und Edukte umgewandelt sind. Die erzeugte Wassermenge wird durch die Gewichtszunahme einer bekannten Menge trocknen salzsauren Kalks, über welche man die sich entwickelnden Dämpfe leitet, bekannt. Das kohlensaure Gas, oder das Gemenge aus diesem und dem Salpeterstoffgase, wird dem Volumen nach bestimmt, und hiernach, wenn es reines kohlensaures Gas ist, die Kohlenstoffmenge berechnet; oder erst, wenn es ein Gemenge aus Kohlensäure- und Salpeterstoffgase ist, das Kohlensäuregas durch eine dazu paſsliche Substanz absorbirt; dann bleibt Salpeterstoffgas allein zurück, dessen Volumen, abgezogen vom Volumen des Gasgemenges, die Menge des Kohlensäuregases dem Volumen nach gibt.

§. 47. Heiſse nun der zu untersuchende organische Körper K, und bestehe aus Oxygen, Hydrogen und Kohlenstoff: so ist der qualitativen

Mischung nach $K = O + H + C$; wo O Oxygen, H Hydrogen und C Kohlenstoff bedeutet; oder er enthalte aufserdem auch noch Salpeterstoff: so ist der qualitativen Zusammensetzung nach $K = O + H + C + N$, wo N den Salpeterstoff bedeutet. Die zuzusetzende, die Oxydation von K bewirken sollende Substanz, heifse S, und bestehe aus Oxygen und Nicht-Oxygen: so ist der qualitativen Zusammensetzung nach $S = B + O$, wo B das Nicht-Oxygen bedeutet. Die Gewichtsmenge von K, welche der Analyse unterworfen wird, heifse k; das quantitative Mischungsverhältnifs, nach welchem die Menge k von K aus den Bestandtheilen zusammengesetzt ist, soll gesucht werden, es werde vorläufig durch $w : x : y$ angedeutet, wo die in k vorhandene Oxygenmenge durch w, die Hydrogenmenge durch x, die Kohlenstoffmenge durch y bezeichnet, also $k = w + x + y$; oder das quantitative Mischungsverhältnifs sei $w : x : y : z$, wenn K auch Salpeterstoff enthält, und die von letzterem in k enthaltene Menge durch z bezeichnet wird; dann ist $k = w + x + y + z$. Das Gewicht des Gefäfses, in welchem der Zersetzungs- oder *resp.* Oxydationsprocefs vorgenommen wird, sei, nachdem es mit dem zu erhitzenden Gemenge gefällt, vor der Erhitzung $= p$, nach der Erhitzung aber, wenn also K ganz, und die nöthig gewesene Menge von O aus S, aus dem Gefäfse entwichen, heifse das Gewicht p^{I}. Die Gewichtszunahme des salzsauren Kalks, also die dem Gewichte nach erzeugte Wassermenge heifse a^{I}. Die Menge des erhaltenen Kohlensäuregases sei dem Volumen nach, und in cubischen Einheiten ausgedrückt $= v^{I}$. Die Gewichtsmenge von S, welche man mit der Menge k des Körpers K der Erhitzung unterwirft, heifse s^{I}.

Es sei nun bekannt, dafs s Gewichtstheile von S, die Gewichtsmenge ω von O enthalte, dafs mithin die Menge s^{I} der Substanz S an O die Menge ω^{I} enthalte; dafs also $s : s^{I} = \omega : \omega^{I}$ und $\omega^{I} = \frac{s^{I} \times \omega}{s}$; ferner: dafs a Gewichtstheile Wassers die Gewichtsmenge ω^{II} von O enthalten, mithin nach $a : a^{I} = \omega^{II} : \frac{a^{I} \times \omega^{II}}{a}$, würden a^{I} Gewichtstheile Wassers $\frac{a^{I} \times \omega^{II}}{a}$ Gewichtstheile von O enthalten; es werde $\frac{a^{I} \times \omega^{II}}{a} = \omega^{III}$ gesetzt. Ferner sei bekannt, dafs v cubische Einheiten Kohlensäuregases g^{I} Gewichtseinheiten entsprechen, dafs mithin v^{I} cubische Einheiten des genannten Gases g^{II} Gewichtseinheiten entsprechen, dafs also $v : v^{I} = g^{I} : g^{II}$, und hiernach $g^{II} = \frac{v^{I} \times g^{I}}{v}$; ferner: dafs g Gewichtseinheiten Kohlensäuregases die Gewichtsmenge ω^{IV} Oxygens, mithin g^{II} Gewichtseinheiten Kohlensäuregases ω^{V} Gewichtseinheiten Oxygens enthalten, dafs also $g : g^{II} = \omega^{IV} : \omega^{V}$, und $\omega^{V} = \frac{g^{II} \times \omega^{IV}}{g}$.

Bezeichnen wir endlich die etwa erforderlich gewesene Gewichtsmenge von O, welche S hat hergeben müssen, vorläufig durch w^{I}: so mufs nun nach dem Bisherigen

$$p - (k + w^{I}) = p^{I}$$

sein, oder $p - k - w^{I} = p^{I}$

und $p - p^{I} - k = w^{I}$;

dadurch wird nun

$$w = \omega^{III} + \omega^{V} - w^{I}$$

und es ergibt sich sogleich der Gehalt von k des Körpers K an O.

Da nun bekannt, daſs in a^{I} Theilen Wassers $\frac{a^{I} \times \omega^{II}}{a} = \omega^{III}$ von O ist: so muſs

$$a^{I} : a = \omega^{III} : \omega^{II}$$

oder

$$a^{I} - \omega^{III} : a^{I} = a - \omega^{II} : a$$

und also

$$x = \frac{(a - \omega^{II}) \times a^{I}}{a}.$$

Was y anlangt: so können wir dieses durch die Formel

$$y = k - (x + w)$$

finden, und also die direkte Berechnung als Controlle ansehen. Dasselbe gilt von x, wenn y bekannt ist. Direkt berechnet man den Gehalt an C aus der Formel

$$\frac{g^{II} \times \omega^{IV}}{g} = \omega^{V},$$

wenn man ihn aus der Proportion $g^{II} : g = \omega^{V} : \omega^{IV}$ die Form

$$g^{II} - \omega^{V} : g^{II} = g - \omega^{IV} : g$$

gibt, oder weil $g - \omega^{V} = y$, das C der Kohlensäure bedeutet:

$$y = \frac{(g - \omega^{IV}) \times g^{II}}{g}.$$

Der Gehalt des untersuchten Körpers an O kann auch durch die Formel

$$w = k - (x + y)$$

gefunden werden, als

$$w = k - \frac{a^{I} \times (a - \omega^{II})}{a} - \frac{g^{II} \times (g - \omega^{IV})}{g}.$$

Wäre auſserdem in K auch N enthalten: so ist die Bestimmung desselben unabhängig von dem vorigen, und äuſserst leicht, indem nur eine

Subtraction nöthig wird, um die Formel, welche nun hieſse

$$w + x + y + z = k$$

in die ursprüngliche, oder

$$w + x + y = k - z = k^{1}$$

zu verwandeln.

§. 48. Zahlenbeispiel. Es soll als Zahlenbeispiel die Berechnung einer Analyse der *gelatina animalis* dienen.

Man mengt 50 Gran *gelatina animalis* mit 800 Gran schwarzen Kupferoxyds, bringt das Gemenge in eine kleine Retorte, setzt diese mit dem erforderlichen Apparate, in welchem an gehöriger Stelle die hinreichende Menge salzsauren Kalks vorgelegt, in Verbindung, und gibt so lange wie nöthig eine angemessene Hitze. Vor dem Erhitzen wog die gefüllte Retorte 2003,5 Gran, nach der vollendeten Erhitzung 1873,60617 Gran. Die Gewichtszunahme des salzsauren Kalks beträgt 35,613 Gran. Das erhaltene Gasgemenge beträgt dem Volumen nach 186,1787 Cubikzoll; nachdem dasselbe mit einer hinreichenden Menge einer, das kohlensaure Gas absorbirenden, Substanz geschüttelt, beträgt das Gasresiduum noch 25,011 Cubikzoll.

Man weiſs nun daſs 100 Gran schwarzen Kupferoxyds gerade 20 Gran Oxygens enthalten; ferner: daſs 117 Gran Wassers 13 Gran Hydrogens und 104 Gran Oxygens enthalten; daſs 440 Gran Kohlensäure 320 Gran Oxygens und 120 Gran Kohlenstoffs enthalten; daſs 1 Cubikzoll Kohlensäuregases 0,542715 Gran wiegt.

Hier ist K die *gelatina animalis* und S schwarzes Kupferoxyd, $k = 50$; $s^{1} = 800$; $p = 2003{,}5$; $p^{1} = 1873{,}60617$; $a^{1} = 35{,}613$; $v^{1} = 186{,}1787$ —

— 25,0118; $s = 100$; $\omega = 20$; mithin $a = 117$; $\omega^{II} = 104$; $v = 1$; $g^{I} = 0,542715$; $g = 440$; $\omega^{IV} = 320$.

Es ist nach

$$100 : 800 = 20 : \omega^{I}$$

also

$$\omega^{I} = \frac{800 \times 20}{100} = 16;$$

nach

$$1 : 183,0544 = 0,542715 : g^{II}$$

also

$$g^{II} = (186,1787 - 25,0118) \times 0,542715 = = 87,4446;$$

nach

$$117 : 104 = 35,613 : \omega^{III}$$

also

$$\omega^{III} = \frac{104 \times 35,613}{117} = 31,656;$$

nach

$$440 : 85,7818 = 320 : \omega^{V}$$

also

$$\omega^{V} = \frac{85,7818 \times 320}{440} = 61,8413;$$

nach

$$2003,5 - 1873,60617 - 50 = \omega^{I}$$

also

$$w^{I} = 79,89383.$$

Folglich ist:

$$w = 31,656 + 61,8413 - 79,89383 = \ldots 13,60347$$

$$x = \frac{35,613 \times 117 - 104}{117} = \ldots\ldots\ldots 3,957$$

$$y = \frac{87,4446 \times 440 - 320}{440} = \ldots\ldots\ldots 23,848$$

$$z = 50 - (13,60347.. + 3,957.. + 23,848..) = 8,59153$$

$$50,00000$$

Also ist das quantitative Mischungsverhältniſs der *gelatina animalis* in 100 Theilen folgendes:

Oxygen		27,2069
Hydrogen		7,914
Kohlenstoff		47,696
Salpeterstoff		17,183
		99,9999 . . = 100

Kapitel XVIII.

Berechnung des Oxydationsgrades der Basen, oder des Acidificationsgrades der Säuren: aus der abgeschiedenen Säure- oder Basequantität.

§. 49. Viele Metalle vermögen sich mit dem Oxygen in mehreren Verhältnissen, als in Einem zu verbinden: es werden dann die verschiedenen Oxydationsstufen nach der Farbe benannt, als: blaues, schwarzes, rothes; oder gelbes, rothes; oder schwarzes, rothes Oxyd u. s. w.; oder nach der in ihnen enthaltenen Menge Oxygens durch Zahlen, als Protoxyd, Deutoxyd, Tritoxyd u. s. w., bis Peroxyd; wo Protoxyd die niedrigste, Peroxyd aber die höchste Oxydationsstufe bezeichnet; oder je nachdem sie sich zugleich als salzfähige Basen erhalten oder nicht, als: Suboxyd oder Oxydoid, Oxydul, Oxyd, Hyperoxydul, Hyperoxyd. Diejenigen, welche sich als salzfähige Basen verhalten, gehören dann stets entweder zu den Oxydulen, oder zu den Oxyden.

Da nun jede metallische Substanz, welche als Oxyd und als Oxydul als salzfähige Basis vorkommt, im Zustande des Oxydes von ein und derselben Säure mehr erfordert, als im Zustande des Oxyduls, wie aus den Lehren von der Sättigungs-

capacität und den stöchiometrischen Zahlen begreiflich ist: so wird man unter der Voraussetzung, daſs die Oxygenmenge im Oxydul und im Oxyde bekannt sind, aus der aus solchem metallischen Salze abgeschiedenen Säuremenge leicht den Grad der Oxydation der im Salze vorhandenen metallischen Basis schlieſsen können.

§. 50. Es verbindet sich, wollen wir annehmen, das Metall M in zwei Verhältnissen mit dem Oxygen, und liefere so nach dem niedrigern Verhältnisse ein Oxydul M^I, und im höhern Grade der Oxydation das Oxyd M^{II}; das Oxydul und das Oxyd kommen mit der Säure A verbunden vor. Das oxydulirte Metallsalz S^I enthalte in n Theilen die Säuremenge a^I, und n Theile des oxydirten Metallsalzes S^{II} enthalten von der Säure A die Menge a^{II}. Wären nun s Theile eines Mhaltigen Salzes gegeben, und bekannt, daſs darin a Theile der Säure A vorkämen, aber unbekannt, ob das Metall M im Zustande des Oxyduls M^I, oder des Oxyds M^{II} darin vorkomme: und solches durch Rechnung auszumitteln aufgegeben: so würde diese Frage mittelst Proportionsrechnung leicht zu lösen seyn.

Man weiſs ja, daſs s Theile des zu prüfenden Salzes a Theile der Säure A enthalten: folglich werden n Theile desselben Salzes x Theile von A enthalten. x ist gleich dem Quotienten aus s in das Produkt aus n in a; denn nach

$$s : n = a : x$$

ist

$$x = \frac{n \times a}{s}.$$

Ist nun aber x, oder der für x gefundene Werth $\frac{n \times a}{s} = a^I$: so ist M in dem zu prüfen-

den Salze im Zustande des Oxyduls, also als M^{I} vorhanden; ist dagegen $\frac{n \times a}{s} = a^{II}$: so ist M im Zustande des Oxydes, also als M^{II} vorhanden.

§. 51. Zahlenbeispiel. Es sei bekannt, daſs 100 Gran schwefelsauren Eisenoxyduls 53,33 Gran Schwefelsäure enthalten, daſs dagegen in 100 Gran schwefelsauren Eisenoxyds 67,22 Gran Schwefelsäure vorhanden sind. Man hat nun gefunden, daſs in 375 Gran eines schwefelsauren Eisensalzes 200 Gran Schwefelsäure enthalten sind: und will nun hieraus wissen, ob das untersuchte Salz das Eisen im Zustande des Oxyduls oder des Oxydes enthalte.

Man sucht aus den Datis den Gehalt der Schwefelsäure in 100 Theilen des Salzes durch Rechnung, vergleicht die gefundene Gröſse mit den obigen Voraussetzungen des Oxydul- und Oxydsalzes: so ist die Aufgabe gelöst.

Es ist hier M Eisen; M^{I} Eisenoxydul; M^{II} Eisenoxyd; $n = 100$; A Schwefelsäure; $a^{I} = 53,33$; $a^{II} = 67,22$; $s = 375$; $a = 200$; also nach

$$375 : 100 = 200 : x$$

ist $$x = \frac{100 \times 200}{375} = 53,33;$$

da nun hier $x = 53,33 = a^{I} = 53,33$: so ist hierdurch entschieden, daſs das untersuchte schwefelsaure Eisensalz das Metall im Zustande des Oxyduls enthielt.

Oder: 26,4 Gran eines Quecksilbersalzes enthalten 5,4 Gran Salpetersäure. Da nun 100 Gran salpetersauren Quecksilberoxyduls 20,46 Gran Salpetersäure; dagegen 100 Gran salpetersauren Quecksilberoxyds 33,12 Gran Salpetersäure enthalten: so wird man aus diesen Datis finden können: ob jene

26,4 Gran Quecksilbersalzes das Metall im oxydulirten oder im oxydirten Zustande enthalten?

Hier ist M Quecksilber; M^{I} Quecksilberoxydul; M^{II} Quecksilberoxyd; A Salpetersäure; $n = 100$; $s = 26{,}4$; $a = 5{,}4$; $a^{I} = 20{,}46$; $a^{II} = 33{,}12$; also ist nach

$$26{,}4 : 5{,}4 = 100{,}0 : x$$

$$x = \frac{100 \times 5{,}4}{26{,}4} = 20{,}46$$

und $\quad 20{,}46 = a^{I}$

d. h. enthalten 26,4 Gran des Quecksilbersalzes 5,4 Gran Salpetersäure: so enthalten 100 Gran des Salzes 20,46 Gran Salpetersäure: folglich war das Salz salpetersaures Quecksilberoxydul.

§. 52. Das Verfahren, den Grad der Acidification einer Säure aus der abgeschiedenen Basemenge zu bestimmen, ist analog dem eben angegebenen Verfahren, den Grad der Oxydation der Basen aus der abschiedenen Säuremenge zu bestimmen.

Es seien A^{I} und A^{II} Säuren, welche einerlei säurefähige Base, aber verschiedene Mengen von Oxygen enthalten; A^{II} stehe auf einer höhern Stufe der Acidification als A^{I}; beide vermögen mit der salzfähigen Grundlage B Salze zu bilden. A^{I} verbindet sich mit B zu S^{I} in dem Verhältnisse, daſs n Theile von S^{I} die Menge b^{I} von B enthalten; dagegen verbindet sich A^{II} mit B zu S^{II}, in dem Verhältnisse, daſs n Theile von S^{II} die Menge b^{II} von B enthalten.

Man hat nun n^{I} Theile von einem Salze, welches b Theile von B zur Basis hat; es ist aber auszumitteln, ob die Säure desselben A^{I} oder A^{II} sei. Um den Zweck zu erreichen, sucht man den Base-

gehalt für n Theile des zu untersuchenden Salzes; nach

$$n^1 : n = a : x$$

ist $$x = \frac{n \times a}{n^1}.$$

Ist nun $x = \frac{n \times a}{n^1} = a^{II}$: so ist die fragliche Säure im untersuchten Salze A^{II}; ist dagegen $a^{II} > \frac{n \times a}{n^1}$ und $\frac{n \times a}{n^1} = a^1$: so ist die Säure A^1.

§. 53. Zahlenbeispiele. Man hat in 33,92 Gran eines Bleisalzes 11,4 Gran einer Säure gefunden, welche etwa die arsenige oder Arseniksäure seyn muſs; man weiſs, daſs 100 Gran arseniksaures Bleioxyd 29,02 Gran arseniger Säure, dagegen 100 Gran arseniksauren Bleioxydes 33,96 Gran Arseniksäure enthalten. War nun das untersuchte Bleisalz arsenigsaures oder arseniksaures Bleioxyd? Hier ist A^1 arsenige Säure; A^{II} Arseniksäure; B Bleioxyd; $a^1 = 29{,}02$; $a^{II} = 33{,}96$; $a = 11{,}4$; $n = 100$; $n^1 = 33{,}92$; also nach

$$33{,}92 : 100 = 11{,}4 : x$$

ist $$x = \frac{11{,}4 \times 100}{33{,}92} = 33{,}96$$

und $$33{,}96 > a^1$$

dagegen $$33{,}96 = a^{II}$$

folglich waren jene 33,92 Gran Bleisalzes arseniksaures Bleioxyd.

Oder: 10,33 Gran eines Natronsalzes enthalten 3,13 Gran Natrons, die entweder an Schwefelsäure oder an Unterschwefelsäure gebunden sind. Es enthalten 100 Gran schwefelsauren Natrons 56,1 Gran Schwefelsäure; dagegen enthalten 100 Gran unterschwefelsauren Natrons 69,69 Gran Unterschwe-

felsäure. Man will wissen, und aus den Datis suchen, ob jenes Natronsalz schwefelsaures oder unterschwefelsaures Natron war.

Hier ist A^{I} Unterschwefelsäure; A^{II} Schwefelsäure; $n = 100$; $n^{I} = 10{,}33$; $a = 10{,}33 - 3{,}13$; $a^{I} = 69{,}69$; $a^{II} = 56{,}1$; also

$$x = \frac{100 \times (10{,}33 - 3{,}13)}{10{,}33} = 69{,}69;$$

d. h. wenn 10,33 Gran Salz 7,2 Gran Säure enthalten: so müssen 100 Gran des Salzes 69,69 Gran Säure enthalten: folglich war das, der Säure nach zu bestimmende, Natronsalz unterschwefelsaures Natron; denn $x = a^{I} = 69{,}69$.

Kapitel XIX.

Berechnungen der Quantitäten, nach denen zwei Substanzen zusammengesetzt sind aus dem Bekanntsein des Totalgewichts der Zusammensetzung, aus der Quantität einer dritten Substanz, welche von den ersten beiden gemeinschaftlich aufgenommen wird, und aus den stöchiometrischen Zahlen der drei einzelnen Substanzen.

§. 54. Wenn zwei mit einander verbundene oder gemengte Substanzen mit einer und derselben dritten Substanz in chemische Verbindung treten: so läſst sich durch Rechnung ausfindig machen, wieviel von jeder der beiden Substanzen als Bestandtheil in dem Gemische oder Gemenge vorhanden war. Um jedoch gedachte Rechnung anstellen zu können, ist erforderlich: das Bekanntseyn

1) der stöchiometrischen Zahlen, der ihren Mengen nach zu berechnenden Substanzen; oder (was dasselbe heiſst oder gilt) das Verhältniſs, nach welchem sich die erste Substanz mit der dritten, und die zweite mit der dritten verbindet;

2) der Gewichtsmenge des Gemenges, also die der beiden ersten Substanzen zusammengenommen;

3) der Gewichtsmenge der dritten Substanz, welche von der vorhandenen Quantität der ersten beiden Substanzen gemeinschaftlich aufgenommen wird.

§. 55. Es heiſsen nun zwei Substanzen, die als Bestandtheile eines Gemenges oder Gemisches anzusehen sind, B und C; eine dritte Substanz, welche sich sowohl mit B als mit C zu verbinden vermag, heiſse A. Es sei bekannt, daſs b Gewichtstheile von B sich mit a^{I} Gewichtstheilen von A, und c Gewichtstheile von C sich mit a^{II} Gewichtstheilen von A verbinden; daſs die vorhandene Menge des Gemisches oder Gemenges aus B und C gemeinschaftlich die Gewichtsmenge a der Substanz A aufnehme, und daſs endlich das Totalgewicht der entstandenen Verbindungen aus B, C und A gleich s sei.

Dann ist:

$$b : a^{I} = 1 : \frac{a^{I}}{b},$$

und $$c : a^{II} = 1 : \frac{a^{II}}{c};$$

oder wenn $\frac{a^{I}}{b} = \alpha^{I}$, und $\frac{a^{II}}{c} = \alpha^{II}$ sind: so haben wir

$$b : a^{I} = 1 : \alpha^{I}$$

und $$c : a^{II} = 1 : \alpha^{II}$$

d. h. wenn sich mit b Theilen von B a^{I} Theile von A, und mit c Theilen von C a^{II} Theile von A verbinden: so werden sich mit einem Theile von B α^{I} von A, und mit einem Theile von C α^{II} Theile von A vereinigen. Also kann man schlieſsen: wenn sich mit einem Theile von B α^{I} Theile

von A, und mit einem Theile von C α^{II} Theile von A verbinden; so müssen sich mit einer unbestimmten Menge, mit x Theilen von B, auch $x \times \alpha^{I}$ Theile von A, und mit einer unbestimmten Menge von C, mit y Theilen, auch $y \times \alpha^{II}$ Theile von A verbinden. Es folgen demnach die beiden Gleichungen:

$$\text{I.}\quad \alpha^{I}x + \alpha^{II}y = a$$

und

$$\text{II.}\quad x + y + a = s.$$

Die Gleichung I drückt auf zweifache Weise die erforderlich gewesene Quantität der Substanz A aus; die Gleichung II aber auf eine zweifache Weise das Totalgewicht der aus B, C und A erhaltenen Verbindungen.

Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich leicht die unbekannten Gröſsen, d. h. die Werthe für x und y, also die von B und von C vorhanden gewesenen Mengen, ausfindig machen. Denn wenn nach I $\alpha^{I}x + \alpha^{II}y = a$, und nach II $x + y = s - a$ (wo a transponirt, und wo $s - a$ das Totalgewicht von B und C, oder das Gewicht der zu berechnenden Zusammensetzung ausdrückt): so ist auch, wenn nämlich II. mit α^{II} multiplicirt wird

$$\text{III.}\quad \alpha^{II}x + \alpha^{II}y = \alpha^{II}(s - a).$$

Wird nun III von I subtrahirt: so bekömmt man

$$\alpha^{I}x - \alpha^{II}x = a - \alpha^{II}(s - a)$$

oder

$$(\alpha^{I} - \alpha^{II})\,x = a - \alpha^{II}(s - a)$$

also

$$x = \frac{a - \alpha^{II}(s - a)}{\alpha^{I} - \alpha^{II}}.$$

Ist der Werth für x gefunden: so wird y leicht bekannt aus II durch

$y = s - a - x.$

Es kann aber außerdem y auch unmittelbar berechnet werden: wenn nämlich die Gleichung II statt mit α^{II} mit α^{I} multiplicirt, und dies so Erhaltene von I subtrahirt wird; also von

$$\alpha^{I} x + \alpha^{II} y = a$$

subtrahirt

$$\alpha^{I} x + \alpha^{I} y = \alpha^{I} (s - a)$$

bleibt

$$\alpha^{II} y - \alpha^{I} y = a - \alpha^{I} (s - a)$$

(indem sich $\alpha^{I} x$ gegen $\alpha^{I} x$ hebt); oder

$$(\alpha^{II} - \alpha^{I}) y = a - \alpha^{I} (s - a)$$

also

$$y = \frac{a - \alpha^{I} (s - a)}{\alpha^{II} - \alpha^{I}}.$$

§. 56. Zahlenbeispiele. Wir haben ein Gemenge aus Schwefel- und Phosphorsäure; zur völligen Neutralisation desselben sind an Bleioxyd genau 182,5 Gran erforderlich, und es werden dadurch 245 Gran eines Salzgemenges, aus schwefelsaurem und phosphorsaurem Bleioxyde bestehend, erhalten. Es ist auch bekannt, daſs 36 Gran Phosphorsäure sich mit 112 Gran Bleioxyds, und 120 Gran Schwefelsäure sich mit 336 Gran Bleioxyds verbinden. Es soll nun berechnet werden: wieviel Schwefelsäure und wieviel Phosphorsäure im gegebenen Gemenge vorhanden war.

Hier ist A Bleioxyd, B Schwefelsäure und C Phosphorsäure; $a = 182{,}5$; $s = 245$; $b = 120$; $c = 36$; $a^{I} = 336$; $a^{II} = 112$; also nach

$$120 : 336 = 1 : \alpha^{I}$$

ist $\alpha^{I} = 2{,}8$; und nach

$$36 : 112 = 1 : \alpha^{I}$$

ist $\alpha^{II} = 3{,}111\ldots$

Da sich nun mit einem Grane Schwefelsäure 2,8 Gran Bleioxyd, und mit einem Grane Phosphorsäure sich 3,111 Gran Bleioxyd verbinden: so müssen sich mit x Gran Schwefelsäure nach $x \times 2{,}8$ Gran Bleioxyd, und mit y Gran Phosphorsäure auch $y \times 3{,}111$ Gran Bleioxyd verbinden. Die erste Gleichung ist also

$$\text{I. } 2{,}8 \times x + 3{,}111 \times y = 182{,}5.$$

Das Gewicht des Salzgemenges also s ist = 245, folglich haben wir

$$\text{II. } x + y + 182{,}5 = 245 \text{ schwefelsauren und phosphorsauren Bleioxyds;}$$

oder wenn wir das Bleioxyd zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens subtrahiren:

$$x + y = 245 - 185{,}5 = 62{,}5 \text{ Schwefelsäure und Phosphorsäure;}$$

und wenn wir zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens die Schwefelsäure subtrahiren:

$$\text{III. } y = 62{,}5 - x;$$

substituiren wir dann den hier in III gefundenen Werth für y in I: so haben wir

$$2{,}8 \times x + 3{,}111 \times (62{,}5 - x) = 182{,}5$$

woraus x gefunden werden kann. Man erhält

$$2{,}8 \times x + 3{,}111 \times 62{,}5 - 3{,}111 \times x = 182{,}5$$

wenn man in die Klammern multiplicirt. Aendert man dann, um die negativen Gröſsen zu vermeiden, zu beiden Seiten die Vorzeichen: so bekömmt man

$$-2{,}8 \times x - 3{,}111 \times 62{,}5 + 3{,}111\, x = -182{,}5$$

oder

$$3{,}111 \times x - 2{,}8 \times x = 3{,}111 \times 62{,}5 - 182{,}5$$

oder

$$(3{,}111 - 2{,}8) \times x = 3{,}111 \times 62{,}5 - 182{,}5$$

also

$$0{,}311 \times x = 11{,}9375$$

folglich

$$x = \frac{11,9375}{0,311} = 38,38 \text{ Gran Schwefelsäure;}$$

folglich

$$y = 62,5 - 38,38 = 24,12 \text{ Gran Phosphorsäure.}$$

Es sind hier die Werthe für x und y auf die weitläufigste Art (der Uebung wegen) gesucht worden; leichter und kürzer hätten wir denselben Zweck, nach den im vorigen §. entwickelten Formeln erreicht. Nämlich nach

$$x = \frac{a - \alpha^{II}(s - a)}{\alpha^{I} - \alpha^{II}}$$

ist

$$x = \frac{182,5 - 3,111 \times (245 - 182,5)}{2,8 - 3,111}$$

oder

$$x = \frac{(\alpha^{II} \times (s - a)) - a}{\alpha^{II} - \alpha^{II}}$$

oder

$$x = \frac{3,111 \times (245 - 182,5) - 182,5}{3,111 - 2,8}$$

$$= 38,38 \text{ Gran Schwefelsäure u. s. w.}$$

Oder: man hat ein Gemenge aus Kali und Natron, und gebraucht zu dessen völliger Neutralisation genau 357 Gran absoluter Essigsäure, wodurch 607,9 Gran trocknen essigsauren Kalis und Natrons erhalten werden. Man weifs ferner: dafs 51 Gran Essigsäure zur Neutralisation 31,3 Gran Natrons, und 255 Gran Essigsäure 236 Gran Kalis erfordern. Man will wissen: aus wieviel Kali und Natron das Gemenge bestand.

Hier ist B Kali, C Natron, A Essigsäure; $a = 357$; $s = 607,9$; $b = 236$; $a^{I} = 255$; $c = 31,3$; $a^{II} = 51$; mithin $\alpha^{I} = \frac{255}{236} = 1,0805$, und $\alpha^{II} = \frac{51}{31} = 1,6293$; also ist

$$x = \frac{1{,}6293 \times (607{,}9 - 357) - 357}{1{,}6293 - 1{,}0805}$$
$$= 94{,}4 \text{ Gran Kalis;}$$

folglich ist

$$y = 607{,}9 - 357 - 94{,}4 = 156{,}5 \text{ Gran Natrons.}$$

Kapitel XX.

Bestimmung der Anzahl möglicher Verbindungen zwischen einer gegebenen Anzahl verschiedener Substanzen.

§. 57. Auf die Frage, wie sich die Affinitäten der verschiedenen Substanzen verhalten werden, wenn mehrere Substanzen von ähnlicher Wirksamkeit mit gewissen andern, ihnen verwandten, zu gleicher Zeit in Berührung kommen: kann im Allgemeinen nur geantwortet werden, daſs diejenigen Substanzen zu einer Mischung zusammentreten, welche die gröſste Verwandtschaft zu einander haben. Auſserdem aber verdient diesem noch Folgendes beigefügt zu werden.

Es ist hierbei zu bemerken:

1) Die Anzahl der in gemeinschaftliche Berührung kommenden Substanzen.
2) Die daraus hervorgehende mögliche Anzahl chemischer Verbindungen.
3) Der, nach Maaſsgabe der specifischen Dichtigkeiten, Cohärenzen und Wärmen, eintretende Erfolg.

Wir wollen annehmen, es sei die Anzahl der in gemeinschaftliche Berührung zu bringenden Substanzen gegeben, und es sollen hiernach die andern beiden Punkte bestimmt werden.

§. 58. Annahme: es kommen drei heterogene Substanzen in gemeinschaftliche Berührung. Diese Substanzen werden bezeichnet durch A, B, C.

1) Es sind hier sechs chemische Verbindungen möglich, nämlich: A : B, A : C, B : C, A + B : C, A + C : B und B + C : A.

2) Der Erfolg ist dreifach.

a) Entweder verbinden sich A und B, unter Ausschluſs von C (oder A und C unter Ausschluſs von B, oder B und C unter Ausschluſs von A), und dann betrachtet die Bergmannsche Schule den Fall als Wirkung der einfachen Wahlverwandtschaft: z. B. Talkerde, Schwefelsäure und Kohlensäure: während die erstern beiden zu schwefelsaurer Talkerde sich verbinden, bleibt die Kohlensäure ausgeschlossen.

b) Oder alle drei Substanzen verbinden sich zum Gemisch A + B + C, ein Fall, der die zusammensetzende Verwandtschaft genannt wird; z. B. Schwefelsäure, Wasser und Kalk verbinden sich zu krystallisirtem wasserhaltigem schwefelsauren Kalk; hingegen die annähernde, anneigende oder vorbereitende Verwandtschaft zu heiſsen pflegt, wenn zwischen den zu verbindenden Substanzen nur zwei Verwandtschaften statt finden, z. B. Oel, Kali und Wasser - oder Quecksilberoxyd, Salpetersäure und Wasser; und von Einigen die neuerzeigende Verwandtschaft genannt wird, wenn zwischen den drei Substanzen nur Eine Verwandtschaft wirkt: z. B. Kalium eint sich weder mit dem Kohlenstoffe noch mit dem Stickstoffe, wohl aber mit dem Stickstoffkohlenstoffe, d. h. mit beiden, wenn beide zugegen sind, oder vielmehr,

wenn beide sich zuvor zu Cyanogen verbunden haben.

c) Oder endlich, es theilen sich zwei der Substanzen in der dritten, um damit eine gemeinschaftliche Mischung zu erzeugen: z. B. Schwefel, Blei und Sauerstoff (oder Schwefelblei und Sauerstoff) bilden Schwefelsäure und Bleioxyd, welche zu schwefelsaurem Bleioxyde zusammentreten.

§. 59. Annahme: Es kommen vier heterogene Substanzen zur chemischen Wirkung. Diese Substanzen werden bezeichnet durch A, B, C und D.

1) Hier sind 1 bis 26 Verwandtschaften möglich, nämlich: A : B, A : C, A : D, B : C, B : D, C : D, A : B + C, A : B + D, A : C + D, B : A + C, B : A + D, B : C + D, C : A + B, C : A + D, C : B + D, D : A + B, D : A + C, D : C + B, A + B : C + D, A + C : B + D, A + D : C + B, A + B + C : D, A + C + D : B, A + B + D : C, B + C + D : A, A + B + C + D.

2) Der Erfolg ist fünffach, nämlich:

a) Es verbinden sich zwei Substanzen, während die beiden andern unverbunden ausgeschieden werden; hieher gehört die sogenannte zerlegende Verwandtschaft: z. B. die Auflösung des Terpentinöls in Weingeist werde gemischt mit der Lösung des Salpeters in Wasser: während Wasser und Weingeist sich verbinden, werden Terpentinöl (oben schwimmend) und Salpeter (zu Boden fallend) einzeln und unverbunden ausgeschieden.

b) Oder: es verbinden sich je zwei und zwei der Substanzen, so daſs zwei Verbindungen erzeugt werden; hieher gehörige Erscheinungen füh-

ren in der Bergmannschen Schule den Namen der doppelten Wahlverwandtschaft, die in dem eben angegebenen Falle nur verbindend, beim Zusammentreffen zweier Gemische aber, deren jedes aus zwei Substanzen besteht, hingegen zersetzend und wieder verbindend wirkt. Für die blos verbindende Wirkung möge folgendes Beispiel dienen: Baryt, Wasser, Schwefelsäure und Kohlensäure werden gleichzeitig zur wechselseitigen Berührung gebracht: es bildet sich schwefelsaurer Baryt und kohlensaures Wasser.

c) Oder: es verbinden sich drei Substanzen, unter Ausscheidung der vierten, z. B. salpetersaures Quecksilberoxyd, also Salpetersäure, Oxygen und Quecksilber werden mit Kupfer in Berührung gebracht: es entsteht salpetersaures Kupferoxyd, während das Quecksilber regulinisch ausgeschieden wird.

d) Oder: es verbinden sich alle vier Substanzen zu einem Mischungsganzen, z. B. Schwefelkalium und Wasser (letzteres ist Sauerstoff-Wasserstoff) geben Schwefelwasserstoff und Kaliumsauerstoff (d. i. Kali), welche verbunden das Schwefelwasserstoff-Kali als einziges Ganzes darstellen.

e) Oder endlich: drei der sich verbindenden Stoffe theilen sich vor ihrem Zusammentreten gemeinschaftlich in den vierten; z. B. Mangan, Eisen, Kupfer und Sauerstoff geben (bei gehöriger Hitze) manganoxyd- kupferoxydhaltiges Eisenoxyd (welches z. B. in Schwefelsäure aufgelöst, Manganoxyd und kupferoxydhaltiges schwefelsaures Eisenoxyd, oder einen

mit Mangan und Kupfer verunreinten sogenannten Eisenvitriol darstellt).

§. 60. Annahme: es kommen mehr als vier chemisch-wirksame Substanzen zur Berührung.

Im Verhältnifs wie hier die Zahl der Substanzen wächst, nehmen auch die möglichen Verwandtschaften zu, die indefs häufig auf die vorhergehenden Fälle können zurückgebracht werden, weil in den meisten hieher gehörigen Fällen sich je eine und eine, oder je zwei und zwei, oder je drei und drei, oder zwei und eine, oder drei und eine u. s. w. zuvor mischen, bevor sie weitere, zusammengesetztere Verbindungen darstellen. Sie schreiten hiebei aus einer tiefern, einfachern Ordnung der Mischung in eine höhere, zusammengesetztere vor. Oftmals folgt dabei auch Theilung eines oder einiger Stoffe zu Gunsten einiger oder sämmtlicher übrigen. Bergmanns Schule nennt hieher gehörige Fälle: Erscheinungen der mehrfachen Wahlverwandtschaft. Beispiele gewähren folgende Fälle: schwefelsaures Eisenoxyd und Schwefelwasserstoff-Kali geben schwefelsaures Kali und Schwefeleisen und Wasser; Zink, Wasser und Schwefelsauerstoff, oder Zink und koncentrirte Schwefelsäure geben schwefelsaures Zinkoxyd und Schwefelwasserstoff; indem nämlich das Zink der Schwefelsäure aus dem Wasser gleichzeitig Sauerstoff entzieht, macht es aus einem Theil der ersteren, Schwefel, und aus dem Wasser Wasserstoff frei (in wiefern sich hiebei auch eine Verbindung von Wasserstoff mit Zink, und bei vermindertem Wasser und vermehrtem Zink auch etwas schwefliche Säure erzeugen könne, bedarf der weitern Untersuchung); Kali, Wasser (d. i. Sauerstoff-Wasserstoff) und Phos-

phor bilden durch Theilung des Phosphors: Phosphorsauerstoff (d. i. Phosphorsäure) und Phosphorwasserstoffgas, letzteres theils frei (ausgeschieden), theils mit einem Theile des Kali verbunden, während der andere Theil des Kalis mit der entstandenen Phosphorsäure phosphorsaures Kali herstellt.

Kapitel XXI.

Bestimmung des cubischen Inhalts der Gefäſse.

§. 61. Die Ermittelung des cubischen Inhalts der Gefäſse, welche Körper von der verschiedenartigsten am häufigsten irregulären Gestalt bilden, würde mittelst rein wissenschaftlicher stereometrischer Berechnung in den meisten Fällen mit so vielen und bedeutenden Schwierigkeiten verbunden seyn, daſs man selbst bei der subtilsten Behandlung, Resultate erwarten dürfte, welche sich der Wahrheit doch nur einigermaſsen näherten. Dieserhalb ist es dem Pharmazeuten, als solchem, weit mehr anzurathen, sich zur Ermittelung des cubischen Inhalts der Gefäſse lieber einer, hier gleich anzugebenden Methode zu bedienen, welche, weil sie überall leicht und schnell ausführbar ist, und dann durchaus ganz genaue Resultate gewährt, mit vollem Rechte eine praktische genannt zu werden verdient.

Sind die ihrem cubischen Inhalte nach zu bestimmenden Gefäſse groſse Behälter, als Bottiche, Bütten, Tröge, Wannen, Fässer und dergl., welche man im leeren und gefüllten Zustande zu wägen nicht wohl vermag: so messe man sie aus mittelst Wassers oder eines andern sich eignenden Liqui-

dums, und mittelst eines andern als Hohlmafs zu gebrauchenden Gefäfses, dessen Raumesinhalt nach solchen cubischen Einheiten, durch welche der zu ermittelnde cubische Inhalt des grofsen Gefäfses ausgedrückt werden soll, bekannt ist. Multiplicirt man alsdann die Anzahl der cubischen Einheiten, welche das als Hohlmafs dienende Gefäfs enthält, mit der Anzahl Male, wie oft man dieses Gefäfs voll Liquidums in das auszumessende Gefäfs, bis zu seiner gänzlichen Anfüllung, oder bis zur Anfüllung auf dem Punkt, bis zu welchem der Inhalt gemessen werden soll, hat eingiefsen müssen: so gibt das Produkt den gesuchten Rauminhalt durch die verlangten cubischen Einheiten ausgedrückt.

Sind die dem Rauminhalte nach zu ermittelnden Gefäfse von solcher Gröfse, dafs sie leer und gefüllt bequem gewogen werden können: so bringe man sie auf einer Wage ins Gleichgewicht, fülle sie dann mit Wasser, ganz oder bis zu dem Punkte, bis zu welchem der Rauminhalt bestimmt werden soll, wäge sie dann wieder, ziehe die Tara von dem Brutto ab: so gibt die Differenz das Nettogewicht desjenigen Volumens Wasser, welches den zu bestimmenden Rauminhalt des Gefäfses erfüllt. Kennt man nun das absolute Gewicht solcher Wassermenge, welche dem Volumen nach solcher cubischen Einheit entspricht, durch welche der Rauminhalt des fraglichen Gefäfses ausgedrückt werden soll: so kann der cubische Inhalt des Gefäfses, welcher zu suchen ist, nach dem vorhergehenden Kapitel leicht gefunden werden. Vermag z. B. ein Gefäfs genau 8 Unzen Wasser zu fassen: so ist der Rauminhalt, v, dieses Gefäfses, in Cubikzollen

ausgedrückt nach dem vorigen Kapitel, da 1 Cubikzoll Wassers genau 368,11 Gran wiegt;

$$x = \frac{8\text{ Unzen} \times 1\text{ Cubikzoll}}{368{,}11\text{ Gran}} = \frac{384000}{36811} = v$$

$$= 10{,}442\text{ Cubikzoll.}$$

Kapitel XXII.

Vergleichung der gebräuchlichsten verschiedenen Thermometerscalen.

§. 62. Den zur consequenten Erklärung der Phänomene erforderlichen Wärmestoff auf unserer Erde können wir blos im Torricellischen-Vacuo als für sich bestehend annehmen; übrigens erkennen wir denselben einzig durch die Ausdehnung, welche er in allen Körpern hervorbringt.

Indem man die Intensität der Wärme der Ausdehnung der Körper proportional setzt, erhält man ein Mittel, die erstere zu messen. Die hiezu erforderlichen Werkzeuge sind Thermometer.

Die Hauptsache bei der Graduirung der Scale des Thermometers ist die Bestimmung zweier hinlänglich unterschiedener, unveränderlicher Punkte, oder des Fundamentalabstandes. Wird letzterer in gleich groſse Theile abgetheilt: so ist man im Stande, harmonirende Thermometer zu verfertigen. Allgemein nimmt man jetzt für die festen Punkte der Thermometerscale an: 1) die Temperatur des schmelzenden Eises, und 2) die Temperatur des siedenden Wassers. Den Abstand zwischen beiden Punkten theilt man nach Fahrenheit in 212 — 32 = 180 Grade; nach Celsius in 100 und nach Reaumur in 80 gleiche Theile oder sogenannte Grade. Das Verhältniſs der Grade dieser Scalen ist daher:

$$F : C : R = 180 : 100 : 80 = 9 : 5 : 4.$$

§. 63. Hieraus lassen sich zur Auflösung der häufig vorkommenden Aufgabe: n° der einen Scale durch eine äquivalente Menge von Graden einer andern Scale auszudrücken, leicht folgende praktische Regeln abstrahiren.

Es heiſse die gegebene Menge von Graden der einen Scale n°, die ihr äquivalente Menge von Graden der verlangten Scale x°.

1) Es sollen n°F in °R umges. werden: so $x°R = \frac{n° \times 4}{9}$

2) - - n°R in °F - - - - - - - $x°F = \frac{n° \times 9}{4}$

3) - - n°R in °C - - - - - - - $x°C = \frac{n° \times 5}{4}$

4) - - n°C in °R - - - - - - - $x°R = \frac{n° \times 4}{5}$

5) - - n°F in °C - - - - - - - $x°C = \frac{n° \times 5}{9}$

6) - - n°C in °F - - - - - - - $x°F = \frac{n° \times 9}{5}$

Beispiele.

1) Es sollen 29 Grade F. in Grade R. verwandelt werden: so sind

$$x°R = \frac{29 \times 4}{9} = 12°,88 \text{ R.}$$

Nota. Steht die Aufgabe so, daſs eine Anzahl Grade einer Scale auf Grade einer andern Scale reducirt werden sollen: so gelten allgemein die gegebenen Regeln zur Auflösung; steht aber die Aufgabe so, daſs man frägt: dem wievielsten Grade der verlangten Scale ein gewisser genannter Grad beobachteter Scale entspricht: so verfährt man ebenfalls nach den festgesetzten Regeln, wenn die Reductionen von C auf R, oder von R auf C zu machen sind; anders aber: wenn von C oder R auf F, oder von F auf R oder C reducirt werden soll. Im letzteren Falle sucht man die verlangten Grade auch nach den *resp.* Regeln, addirt aber zu dem gefundenen Resultate 32° hinzu, wenn von R oder C auf F reducirt wird, und subtrahirt

2) Das Fahrenheitsche Thermometer zeigt 58° Wärme: man will wissen, mit dem wievielsten Grade R. dieser Stand correspondire?

$$x^\circ R = \frac{(58 - 32) \times 4}{9} = 11^\circ{,}55 \ R.$$

3) Es sollen 42° R in ° F umgesetzt werden.

$$x^\circ F = \frac{42 \times 9}{4} = 94^\circ{,}5 \ F.$$

4) R Thermometer zeigt 17° Wärme: man will wissen mit dem wievielsten Grade F dieser Stand correspondirt?

Es ist $x^\circ F = \frac{17 \times 9}{4} + 32 = 70^\circ{,}25 \ F.$

5) Es sollen 30° R in ° C umgewandelt werden.

Es sind $x^\circ C = \frac{30 \times 5}{4} = 37^\circ{,}5 \ C.$

6) Es sollen 96° C auf ° R reducirt werden.

Es sind $x^\circ R = \frac{96 \times 4}{5} = 76^\circ{,}8 \ R.$

7) Es sollen 110° F auf ° C reducirt werden.

Es sind $x^\circ C = \frac{110 \times 5}{9} = 61^\circ{,}1 \ldots C.$

8) Das Fahrenheitsche Thermometer zeigt 100° Wärme: man will wissen, mit dem wievielsten Grade C dieser Stand gleich komme?

Es ist $x^\circ C = \frac{(100 - 32) \times 5}{9} = 37^\circ{,}7 \ldots C.$

9) Es sollen 97° C in Grade F umgesetzt werden.

Es sind $x^\circ F = \frac{97 \times 9}{5} = 174^\circ{,}6 \ F.$

dagegen von den auf R oder C zu reducirenden F zuvor 32°, ehe die Reduction nach den Regeln vorgenommen wird. Es rührt dieses daher, dafs der 0 Punkt von C oder R mit dem 32° F correspondirt.

10) Die Centesimalscale oder das Celsius'sche Thermometer steht auf 35° Wärme: den wievielsten Grad mufs in derselben Temperatur Fahrenheitsscale zeigen?

$$x^0 F = \frac{35 \times 9}{5} + 32 = 95^0 F.$$

11) Das Fahrenheitische Thermometer steht auf 18°, man will den hiemit correspondirenden Stand des Reaumurschen Thermometers wissen.

$$x^0 R = \frac{(18 - 32) \times 4}{9} = - 6^0,2 \ldots R.$$

12) Das Celsiussche Thermometer zeigt 10° unter Null, also — 10°: den wievielsten Grad zeigt bei derselben Temperatur F Scale?

$$x^0 F = \frac{-10 \times 9}{5} + 32 = + 14^0 F.$$

13) Das Fahrenheitsche Thermometer steht auf 3° unter Null, also auf — 3° F: welchen Stand zeigt bei derselben Temperatur Celsius's Scale?

$$x^0 C = \frac{(-3 - (+32))1 \times 5}{9} = -18^0,88 \ldots C.$$

14) Es soll der Stand des R Thermometers berechnet werden, welcher bei der Temperatur von — 15° C stattfinden mufs.

$$x^0 R = \frac{-15 \times 4}{5} = - 12^0 R.$$

Kapitel XXIII.

Regel zur Correction des Barometerstandes.

§. 64. Da das Barometer dazu dienen soll, den jedesmaligen Druck der Atmosphäre, nach den Gesetzen des Standes, ungleich schwerer Flüssigkeiten in communicirenden Röhren zu messen, alle

Substanzen aber, hinsichtlich ihres Volumens durch Temperatur-Aenderungen modificirt werden: so muſs auch der Stand der zum Barometer angewendeten Flüssigkeit, bei verschiedenen Thermometerständen, unter übrigens gleichen Umständen, dennoch Aenderungen erleiden, und folglich muſs bei einem und demselben Luftdrucke das Barometer steigen, wenn das Thermometer steigt; und fallen, wenn die Temperatur geringer wird.

Bei sehr genauen Untersuchungen ist es deshalb nothwendig, den Barometerstand, mittelst des Thermometerstandes zu corrigiren. Gemeiniglich pflegt man diejenige Höhe des Quecksilberstandes zu berechnen, welche das Barometer bei 0° R. (oder 0° C., oder 32° F.) zeigen würde. Für diesen Fall muſs man also zu der beobachteten Höhe des Barometerstandes etwas hinzu addiren, wenn die Temperatur unter 0° R. ist; und etwas subtrahiren, wenn die Temperatur über 0° R. ist. Das Addendum oder das Subtrahendum ist in jedem Falle das Produkt aus der Höhe des beobachteten Barometerstandes in einem Bruch, dessen Zähler die Anzahl der Grade, welche das Thermometer über oder unter 0° R. steht, und dessen Nenner eine Summe ist aus der Anzahl der Grade des beobachteten Thermometerstandes und einer durch Versuche zu bestimmenden Zahl, die der Divisor derjenigen Einheit ist, durch welche die Ausdehnung des Quecksilbers ausgedrückt wird, wenn man es um 1° R. erhitzt.

§. 65. Die Ausdehnung des Quecksilbers ist oft untersucht. Am bekanntesten ist die Angabe von Lavoisier und Laplace $= \frac{1}{5412}$; genauer die der Londoner Societät $= \frac{1}{5424}$; am genauesten die

von Dulong und Petit $= \frac{1}{5550}$ bis 100°, $= \frac{1}{5425}$ bis 200°, $= \frac{1}{5300}$ bis 300° C.

Dehnt sich das Quecksilber für jeden Centesimalgrad um $\frac{1}{5550}$ des Volumens, welches es bei 0° hat: so erhalten wir die Ausdehnung für 1° R. $= \frac{5}{5550 \times 4} = \frac{5}{22200} = \frac{1}{4440}$. Es ist also für $\mp$ n° R. die Ausdehnung des Quecksilbers $= \mp n \times \frac{1}{4440} = \frac{\mp n}{4440}$.

Es sei nun der Raum, den das Quecksilber bei 0° R. einnimmt $= V$; derjenige, den es bei $\mp$ n° R. einnimmt $= V'$; die bei $\mp$ n° R. beobachtete Höhe des Barometerstandes sei h'; die durch Rechnung zu findende heiſse h: so heben, wirnach der Erwägung, daſs die Volumina sich wie die Höhen verhalten:

$$V : V' = h : h',$$

ferner:

$$V' = V + V \times \frac{n}{4440} = V\left(1 + \frac{n}{4440}\right);$$

demnach können wir setzen:

$$h' = h\left(1 + \frac{n}{4440}\right)$$

und daraus

$$h = \frac{h'}{1 + \frac{n}{4440}} = \frac{4440\,h'}{4440 + n};$$

oder setzen wir h' als ersten Theil einer Differenz, so erhalten wir:

$$h = h' - \frac{n \times h'}{4440 + n}.$$

§. 66. Zahlenbeispiele. Das Barometer steht auf 29 Zoll, der gleichzeitige Thermometerstand ist 13° R. Es frägt sich, welchen Stand das Baro-

meter, unter übrigens gleichen Umständen, bei 0° R. würde gezeigt haben?

Hier ist $n = 13$; $h^I = 29$; $h = x$; und also

$$x = 29 - \frac{13 \times 29}{4440 + 13} = 28{,}9154 \text{ Zoll.}$$

Oder: bei einer Temperatur von — 15° R. steht das Barometer auf 27 Zoll: man verlangt aber diesen Barometerstand auf die Temperatur 0° R. reducirt.

Hier ist $n = -15$; $h^I = 27$; $h = x$; und also

$$x = h = 27 - \frac{-15 \times 27}{4440 - 15}$$
$$= 27 + 0{,}0915 = 27{,}0915 \text{ Zoll.}$$

Oder: das Thermometer steht auf + 20°,5 C., das Barometer bei dieser Temperatur auf 28,52 Zoll: der Barometerstand soll aber reducirt werden auf den Thermometerstand von 0° R.

Hier ist $n = \frac{20{,}5 \times 4}{5}$; $h^I = 28{,}52$; $h = x$; also

$$x = h = 28{,}52 - \frac{\frac{20{,}5 \times 4}{5} \times 28{,}52}{4440 + \frac{20{,}5 \times 4}{5}}$$

$$= 28{,}52 - \frac{16{,}4 \times 28{,}52}{4440 + 16{,}4} = 28{,}52 - \frac{20{,}5 \times 28{,}52}{5550 + 20{,}5}$$
$$= 28{,}52 - 0{,}1048 = 28{,}4152 \text{ Zoll.}$$

Oder: ein Barometerstand von 27,2 Zoll bei der Temperatur von — 18°,5 C., soll reducirt werden auf die Temperatur des Celsius'schen oder Reaumurschen Nullpunktes.

Hier ist $n = \frac{-18{,}5 \times 4}{5}$; $h^I = 27{,}2$; $h = x$; also

$$x = h = 27{,}2 - \frac{\frac{-18{,}5 \times 4}{5} \times 27{,}2}{4440 - \frac{18{,}5 \times 4}{5}}$$

$$= 27{,}2 - \frac{-14{,}8 \times 27{,}2}{4440 - 14{,}8} = 27{,}2 - \frac{-18{,}5 \times 27{,}2}{5550 - 18{,}5}$$

$$= 27{,}2 - \frac{-402{,}56}{4425{,}2} = 27{,}2 - \frac{-503{,}20}{5531{,}5}$$

$$= 27{,}2 + \frac{402{,}56}{4425{,}2} = 27{,}2 + \frac{503{,}2}{5531{,}5}$$

$$= 27{,}2 + 0{,}0909 = 27{,}2909 \text{ Zoll.}$$

Oder: ein Barometerstand von 27,9 Zoll bei der Temperatur von 0° R. soll reducirt werden auf die Temperatur von 15° C.

Hier ist $n = \frac{15 \times 4}{5}$; $h' = 27{,}9$; $h = x$; also

$$x = h = 27{,}9 - \frac{\frac{-15 \times 4}{5} \times 27{,}9}{4440 - \frac{15 \times 4}{5}}$$

$$= 27{,}9 \frac{-15 \times 27{,}9}{5550 - 15} = 27{,}9 + \frac{12 \times 27{,}9}{4428}$$

$$= 27{,}9 + \frac{15 \times 27{,}9}{5535} = 27{,}9 + 0{,}0756$$

$$= 27{,}9756 \text{ Zoll.}$$

Kapitel XXIV.

Regel, um das Volumen der Gase auf eine mittlere Temperatur zu reduciren.

§. 67. Nach Dalton und Gay-Lussac dehnen sich die Expansibilien durch Wärmezunahme zwischen den beiden festen Punkten der Thermometerscale, für gleiche Wärmemengen, um gleiche

Gröſsen aus. Obgleich diese Behauptung von Muncke für die Dämpfe und feuchten Gasarten streitig gemacht ist: so wird sie doch von diesem und den übrigen Physikern als gültig angenommen für die trocknen permanent-elastischen Fluida.

§. 68. Nach Gay-Lussac sind nun 1000 Maſs Gas bei 0° C., = 1375 Maſs bei 100° C; es ist demnach 1,000 Maſs Gas bei 0° C. = 1,375 Maſs bei 100° C.; es dehnt sich also 1,000 Maſs Gas von 0° C., wenn es bis zu 100° C. erhitzt wird, aus um 0,375; folglich dehnt sich 1,000 Maſs Gas von 0° C. durch Erhitzen um 1° C. aus um 0,00375 = $= \frac{375}{100000} = \frac{1}{266\frac{2}{3}}$; folglich dehnen sich 266⅔ Maſs Gas von 0° C., wenn sie um 1° C. erhitzt werden, aus um 1 Maſs.

Fänden wir deshalb bei z. B. 20° C. den Umfang des zu messenden Gasses = 88 Maſs, und wollten wir diese auf das Volumen bei 0° C. reduciren: so hätten wir

$$88 : x = 286\tfrac{2}{3} : 266\tfrac{2}{3},$$

also

$$x = \frac{266\frac{2}{3} \times 88}{286\frac{2}{3}} = 82,\ldots \text{Maſs}.$$

Also allgemein: heiſst das Gasvolumen bei 0° C. V; dasjenige, welches bei irgend einer Temperatur beobachtet wurde, V_1, und t die beobachtete Temperatur, in Centesimalgraden ausgedrückt: so ist

$$V = x = \frac{V_1 \times 266\frac{2}{3}}{266\frac{2}{3} + t}.$$

Ist die Temperatur, bei welcher man miſst, unter 0° C.: so ist t, im Nenner, eine negative Gröſse, welche abgezogen werden muſs.

Zuweilen will man nun aber nicht auf 0°, sondern auf 12° oder 16° C., oder auf irgend eine andere Temperatur reduciren. Auch dieses ist sehr einfach. Es heiſse das Volumen des Gases bei derjenigen Temperatur, auf welche man reduciren will, $\mathfrak{V}$, und t^{I} sei die Anzahl der Thermometergrade, auf welche man das Volumen berechnen will: so ist

$$V^{I} : \mathfrak{V} = 266\tfrac{2}{3} + t : 266\tfrac{2}{3} + t^{I};$$

folglich:

$$\mathfrak{V} = x = \frac{V^{I} \times (266\tfrac{2}{3} + t^{I})}{266\tfrac{2}{3} + t}.$$

§. 69. Zahlenbeispiele. Man hat durch Glühen von Quecksilberoxyd Oxygengas dargestellt, und gefunden, daſs dieses bei einer Temperatur von 19° C. ein Volumen besitzt von 3,5 Cubikzoll: verlangt aber zu wissen, welches Volumen diese Gasquantität bei 0° C. einnehmen würde?

Hier ist $V^{I} = 3{,}5$; $t = 19$; $V = x$; und also

$$x = V = \frac{3{,}5 \times 266\tfrac{2}{3}}{266\tfrac{2}{3} + 19} = 3{,}26\ldots \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: Man hat bei einer Temperatur von — 11° C. 540 Cubikzoll Hydrogengases, und wünscht zu wissen, ein wie groſses Volumen diese Gasmenge bei 0° C. einnehmen würde?

Hier ist $V^{I} = 540$; $t = -11$; $V = x$; also

$$x = V = \frac{540 \times 266\tfrac{2}{3}}{266\tfrac{2}{3} - 11} = 557{,}4\ldots \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: man hat Kohlensäuregas gemessen und gefunden, daſs es 800 Cubikzoll sind; die Messung geschah bei 5° C.: man wünscht aber das Volumen zu wissen, welches die genannte Gasmenge bei 12° C. besitzen müsse?

Hier ist $\mathfrak{V} = x$; $t = 5$; $t^{I} = 12$; $V^{I} = 800$; also

$$\mathfrak{V} = x = \frac{800 \times (266\frac{2}{3} + 12)}{266\frac{2}{3} + 5} = 822,6 \text{ Cubikz.}$$

Oder: bei einer Temperatur von 0° C. hat man 100 Cubikzoll Kohlenoxydgas, verlangt aber zu wissen: wie groſs das Volumen dieser Gasmenge seyn würde bei einer Temperatur von 16° C.?

Hier ist $\mathfrak{V} = x$; $t = 0$; $t^{I} = 16$; $V^{I} = 100$; also

$$x = \mathfrak{V} = \frac{100 \times (266\frac{2}{3} + 16)}{266\frac{2}{3}} = 106 \text{ Cubikz.}$$

Oder: man will wissen, ein wie groſses Volumen Schwefelhydrogengas bei 12° C. zeigen wird, wenn es bei — 17° C. ein Volumen von 325 Cubikzollen einnimmt?

Hier ist $\mathfrak{V} = x$; $V^{I} = 325$; $t^{I} = 12$; $t = - 17°$; also

$$x = \mathfrak{V} = \frac{325 \times (266\frac{2}{3} + 12)}{266\frac{2}{3} - 17} = 362,7 \text{.. Cubikz.}$$

Oder: man hat bei einer Temperatur von — 11°,5 C. 48,25 Cubikzoll Kohlenhydrogengas, und will wissen, wie groſs dessen Volumen bei 0° C. seyn würde?

Hier ist $t = - 11°,5$; $V^{I} = 48,25$; $V = x$; also

$$x = V = \frac{48,25 \times 266\frac{2}{3}}{266\frac{2}{3} - 11°,5} = 50,3 \text{... Cubikzoll.}$$

Oder: bei einer Temperatur von 23°,5 C. hat man 500 Cubikzoll ölbildendes Gas, und verlangt das Volumen dieser Gasmenge zu kennen, welches dieselbe bei — 10° C. erfüllen würde?

Hier ist $t = 23,5$; $t^{I} = - 10$; $V^{I} = 500$; $\mathfrak{V} = x$; also

$$x = \mathfrak{V} = \frac{500 \times (266\frac{2}{3} - 10)}{266\frac{2}{3} + 23,5} = 442,2 \text{... Cubikz.}$$

Kapitel XXV.

Regeln, um die Volumina der Gase auf einen mittlern Druck zu reduciren.

§. 70. Eine ebenfalls sehr wichtige Correction, welche sehr häufig gemacht werden muſs, betrifft die Veränderungen des Druckes entweder der Atmosphäre oder des dadurch entstandenen Druckes, daſs das Gefäſs, in welchem das Gas enthalten ist, in irgend eine Flüssigkeit mehr oder weniger tief eingesenkt wurde. Da nach dem von Robert Boyle und Mariotte gleichzeitig aufgefundenem Gesetze, bei allen Expansibilien die Dichtigkeit, das Gewicht und die Elasticität der zusammendrückenden Kraft direkt, der Raum aber, den sie einnehmen, derselben umgekehrt proportionirt ist: so muſs das Volumen eines Gases doppelt so groſs werden, wenn der auf ihm haftende Druck um die Hälfte vermindert wird. Ueberhaupt: je mehr der Druck vermindert wird, um so mehr vergröſsert sich das Volumen; und umgekehrt: um so mehr der Druck verstärkt wird, um so geringer wird das Volumen des Gases. Man ist daher dahin überein gekommen: die Volumina der Gasarten bei einem solchen Drucke zu messen, den man als den mittlern annimmt; oder wenn solches nicht unmittelbar thunlich ist, aus dem bei einem andern Drucke beobachteten Volumen dasjenige durch Rechnung zu finden, welches der Gasquantität bei einem mittlern Drucke zukommen würde.

Als mittlern Druck nimmt man in der Regel den der Atmosphäre bei 28'' Barometer an. Es heiſse dieser Druck P, das Volumen des Gases bei diesem Drucke V; das bei einem andern Drucke p beobachtete Volumen heiſse v, und soll letzteres

auf ersteres reducirt werden: so haben wir eingedenk des Mariotteschen Gesetzes

$$P : p = v : V;$$

also, wenn $V = x$: so ist

$$x = V = \frac{p \times v}{P}$$

die allgemeine Formel für diese Correction.

Regel, um das Volumen eines Gases auf den mittlern Barometerstand zu reduciren.

§. 71. Die Correction wegen des Barometerstandes geschieht nach der Proportion: wie sich der mittlere Barometerstand zu dem beobachteten verhält: so das beobachtete Volumen des Gases zu dem Volumen bei dem mittlern Barometerstande.

Es heiſse der mittlere Barometerstand P, der beobachtete p, das beobachtete Volumen des Gases bei p heiſse v, das bei P zu berechnende heiſse V; also $x = V$: so ist

$$x = V = \frac{p \times v}{P}.$$

§. 72. Zahlenbeispiele. Man habe 300 Maſs einer Gasart bei einem Barometerstande von $27^{II}\ 8^{III}$: und wollte wissen, wieviel diese 300 Maſs bei dem, als mittlern Barometerstand von 28^{II}, angenommenen beträgt?

Hier ist $P = 28^{II}$; $p = 27^{II}\ 8^{III}$; $v = 300$; $V = x$; also ist

$$x = V = \frac{27^{II}\ 8^{III} \times 300}{28^{II}}$$

$$= \frac{((27 \times 12) + 8) \times 300}{28 \times 12}$$

$$= \frac{332^{III} \times 300}{336^{III}}$$

$$= 296\tfrac{3}{7} \text{ Maſs.}$$

Oder: man habe 100 Maſs Oxygengas bei einem Barometerstande von 28'' 6''', und wollte wissen: wie groſs das Volumen dieser Gasmenge sei bei dem mittlern Barometerstande?

Hier ist P = 28''; p = 28'' 6'''; v = 100; und V = x; also ist

$$x = V = \frac{28'' \; 6''' \times 100}{28''}$$

$$= \frac{28{,}5 \times 100}{28}$$

$$= 101\tfrac{11}{14} \text{ Maſs.}$$

Kapitel XXVI.

Correctionen der Aenderungen der Gasvolumina, welche bewirkt werden durch verschiedenen Stand der Sperrungsflüssigkeit.

§. 73. Die zweite Correction, die des Druckes wegen gemacht werden muſs, betrifft die den Gasmesser sperrende Flüssigkeit. Steht der das Gas enthaltende Cylinder auf dem Brete der pneumatischen Wanne, und steht die Sperrflüssigkeit in und auſser dem Cylinder gleich hoch: so leuchtet ein, daſs der Druck beider gleich, und von dem der Atmosphäre nicht verschieden seyn könne. Es kommen aber bei dergleichen Versuchen die Fälle vor, daſs man die Oberfläche der zur Sperrung dienenden Flüssigkeit in der pneumatischen Wanne mit der Oberfläche der im Meſsglase vorhandenen Flüssigkeit nicht in die horizontale Ebene bringen kann. Fällt nun aber die Oberfläche der Flüssigkeitssäule in der Meſsröhre nicht ins Niveau der äuſsern Sperrflüssigkeit, steht das Niveau der äussern Sperrflüssigkeit höher als das der innern: so

wird das Gas nicht allein von dem Drucke der Atmosphäre, sondern auch von dem Ueberschusse der Höhe, der äufsern Säule der Flüssigkeit, über die innere zusammengedrückt. Ist hingegen das Mefsglas nur einem Theile nach mit Gas, das übrige aber mit der Sperrungsflüssigkeit erfüllt: so ist klar, dafs diese Säuleflüssigkeit dem atmosphärischen Drucke entgegen wirkt und dafs der wirkliche Druck dem das eingeschlossene Gas ausgesetzt ist, gleich ist dem Drucke der Atmosphäre, weniger dem Gewichte der Säuleflüssigkeit in dem Mefsglase.

Diese Umstände müssen nothwendig berücksichtigt werden, wenn grobe Fehler vermieden werden sollen. Durch nachstehendes Verfahren läfst sich diese Berichtigung machen, und das bei dem Versuche sich ergebende Volumen auf das für einen bestimmten Druck reduciren.

A. Ist die Sperrungsflüssigkeit Quecksilber: und steht, wie in den meisten Fällen

a)

§. 74. die Merkursäule im Mefsglase höher als die äufsere: so ziehe man diese Höhe der Merkursäule in der Mefsröhre über dem äufsern Merkurspiegel von den beobachteten Barometerstande ab, multiplicire diese Differenz mit dem beobachteten Gasvolumen, und dividire das Produkt durch den beobachteten Barometerstand: so ist der Quotient gleich dem Volumen des Gases für den beobachteten Barometerstand.

Der beobachtete Barometerstand heifse p, die Höhe des innern Merkurspiegels über dem äufsern sei d: so ist der wirkliche Druck, dem das Gas im Cylinder ausgesetzt ist, $= p - d$, der hiebei

gemessene Raumumfang des Gases sei v^{I}: so ist der Raumumfang den das Gas unter dem Drucke p zeigen würde, also

$$x = v = \frac{v^{I} \times (p - d)}{p}$$

§. 75. Zahlenbeispiele. Gesetzt die Höhe der Merkursäule über dem Niveau der Wanne wäre 8^{II}, der beobachtete Barometerstand also $p = 29^{II}$: so ist der wirkliche Druck des Gases also $p - d = 29 - 8 = 21^{II}$; sei das hiebei gemessene Volumen des Gases also $v^{I} = 125$ Cubikzoll: so wäre das unbekannte Volumen des Gases bei 29^{II} Barometer also

$$x = v = \frac{125 \times (29 - 8)}{29}$$

$$= \frac{2625}{29}$$

$$= 90{,}5 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: die Höhe der Merkursäule über dem Niveau der Wanne sei $3^{II}\ 7^{III}$; der beobachtete Barometerstand aber $28^{II},5$: so wäre der wirkliche vom Gase erlittene Druck also $p - d = 28^{II},5 - (3^{II} + 7^{III})$; sei das hiebei gemessene Gasvolumen also $v^{I} = 89$ Cubikzoll: so wäre das unbekannte und zu berechnende Volumen des Gases bei $28^{II},5$ also

$$x = v = \frac{89 \times \left(28^{II},5 - (3^{II} + 7^{III})\right)}{28^{II},5}$$

$$= \frac{89 \times \left(28{,}5 \times 12 - ((3 \times 12) + 7)\right)}{28{,}5 \times 12}$$

$$= \frac{89 \times (342 - 43)}{342}$$

$$= \frac{26611}{342}$$

$$= 77{,}8 \text{ Cubikzoll.}$$

b)

§. 76. Fiele der Merkurspiegel in der Meſsröhre unter das Niveau der Wanne: so muſs nach dem Obigen die Differenz der Höhen zu dem beobachteten Barometerstande addirt, übrigens die Rechnung wie vorhin geführt werden.

Heiſst, wie unter a, die Differenz jener Höhen wieder d: so hat das gemessene Volumen Gas, nämlich v^1, den wirklichen Druck von $p + d$ zu leiden, es ist also

$$x = v = \frac{v^1 \times (p + d)}{p}.$$

§. 77. Zahlenbeispiele. Das Quecksilber stehe in der Wanne um 6^{II} höher als in der Meſsröhre, d also $= 6^{II}$; der beobachtete Barometerstand, also p, sei $= 28^{II},5$: so ist der Druck den das Gas erleidet, also $p + d = 28^{II},5 + 6^{II}$; das hiebei gemessene Volumen des Gases, also v^1, betrage 100 Cubikzoll: so ist

$$x = v = \frac{100 \times (28,5 + 6)}{28,5}$$
$$= 121,09 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: der Stand des Merkurs in der Wanne sei um $2^{II}\ 9^{III}$ höher als in der Meſsröhre, also d $= 2^{II}\ 9^{III}$; der beobachtete Barometerstand, also p, sei $27^{II}\ 11^{III}$: so ist der wirkliche Druck, den das Gas erleidet, also $p + d = 27^{II}\ 11^{III} + 2^{II}\ 9^{III}$. Das hiebei gemessene Volumen des Gases, also v^1, betrage 56,5 Cubikzolle, so ist

$$x = v = \frac{56,5 \times (27^{II} + 11^{III} + 2^{II} + 9^{III})}{27^{II} + 11^{III}}$$
$$= \frac{56,5 \times (29^{II} + 20^{III})}{27^{II} + 11^{III}}$$
$$= \frac{56,5 \times \big((29 \times 12) + 20\big)}{(27 \times 12) + 11}$$

$$= \frac{56,5 \times 368}{335}$$

$$= 62,06 \text{ Cubikzoll.}$$

B. Ist die Sperrungsflüssigkeit Wasser.

§. 78. Ist die Sperrungsflüssigkeit Wasser: so ist hier für beide Fälle, es mag in der Meſsröhre über oder unter dem Niveau der Wanne stehen, die Rechnung wie unter A, in a und b; mit dem einzigen Unterschiede, daſs man die Differenz der Höhen, also d, ehe man es von den beobachteten Quecksilber-Barometerstande subtrahirt, oder denselben hinzu addirt, durch das specifische Gewicht des Quecksilbers, also durch 13,5 dividirt; weil das Wasser um so viele Male leichter ist als Quecksilber, und folglich d hier 13,5 mal weniger drückt, als eine eben so lange Merkursäule.

§. 79. Zahlenbeispiele. a) die Höhe der Wassersäule über dem Niveau der Wanne sei $7''$, der beobachtete Barometerstand sei $28''\ 3'''$: so ist der wirkliche Druck, welchen das Gas zu leiden hat, also $p - \frac{d}{13,5} = 28''\ 3''' - \frac{7''}{13,5}$; sei das hiebei gemessene Volumen des Gases, also $v^1 = 115$ Cubikzoll: so wäre das zu suchende Volumen

$$x = v = \frac{115 \times \left(28'' + 3''' - \frac{7''}{13,5}\right)}{28'' + 3'''}$$

$$= \frac{115 \times \left((28 \times 12) + 3 - \frac{7 \times 12}{13,5}\right)}{(28 \times 12) + 3}$$

$$= \frac{115 \times (339 - 6,22)}{339}$$

$$= \frac{38269,70}{339}$$

$$= 112,88 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: b) der Wasserspiegel steht in der Wanne um $5''$ höher als in der Meſsröhre, es ist also d $= 5''$; der beobachtete Barometerstand, also p, ist $28''\ 2'''$: also ist der wirkliche Druck, welchen das Gas erleidet, oder $p + \frac{d}{13,5} = 28'' + 2''' + \frac{5''}{13,5}$; das hiebei beobachtete Volumen des Gases, also v^1, beträgt 32 Cubikzoll: es ist daher

$$x = v = \frac{32 \times \left(28'' + 2''' + \frac{5''}{13,5}\right)}{28'' + 2'''}$$

$$= \frac{32 \times \left((28 \times 12) + 2 + \frac{5 \times 12}{13,5}\right)}{(28 \times 12) + 2}$$

$$= \frac{32 \times (338 + 4,44)}{338}$$

$$= \frac{10958,08}{338}$$

$$= 32,45 \text{ Cubikzoll.}$$

§. 80. Ist nach A oder B, und den darunter begriffenen a und b, v aufgefunden: ist also p, v und P bekannt: so läſst sich durch eine einfache Proportion leicht die Formel zur Auffindung von V ersehen. Es ist nach §. 70.

$$P : p = v : V$$

und da nach a) §. 74.

$$v = \frac{v^1 \times (p - d)}{p}$$

so ist für diesen Fall

$$V = \frac{v \times p}{P}$$

$$= \frac{p \times \frac{v^1 (p - d)}{p}}{P}$$

$$= \frac{v^1 (p - d)}{P};$$

und da nach b) §. 76.

$$v = \frac{v^1 \times (p + d)}{p}:$$

so ist hiernach

$$V = \frac{p \times \frac{v^1 \times (p + d)}{p}}{P}$$

$$= \frac{v^1 \times (p + d)}{P}$$

und da nach B. a) §. 79.

$$v = \frac{v^1 \times \left(p - \frac{d}{13,5}\right)}{p}$$

so ist für diesen Fall

$$V = \frac{p \times \frac{v^1 \times \left(p - \frac{d}{13,5}\right)}{p}}{P}$$

$$= \frac{v^1 \times \left(p - \frac{d}{13,5}\right)}{P}$$

und da nach B. b) §. 79.

$$v = \frac{v^1 \times \left(p + \frac{d}{13,5}\right)}{p}$$

so ist für diesen Fall

$$V = \frac{p \times \frac{v^1 \times \left(p + \frac{d}{13,5}\right)}{p}}{P}$$

$$= \frac{v^1 \times \left(p + \frac{d}{13,5}\right)}{P}.$$

§. 81. Zahlenbeispiele. A. a) Es sei die Höhe der Quecksilbersäule über dem Niveau der Wanne 8'', der beobachtete Barometerstand 29'': so ist der wirkliche Druck des Gases also $p - d = 29 - 8 = 21''$; sei das hiebei gemessene Volumen des Gases, also $v' = 125$ Cubikzoll: so wäre das unbekannte Volumen des Gases, beim mittlern Barometerstande von 28'', also

$$x = V = \frac{125 \times (29 - 8)}{28}$$
$$= 93{,}7 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: A. b) das Merkur stehe in der Wanne um 6'' höher, als in dem Meſsglase; der beobachtete Barometerstand also p, sei $= 28'',5$: so ist der von dem Gase erlittene Druck also $p + d = 28'',5 + 6''$; das hiebei gemessene Gasvolumen betrage 100 Cubikzolle. Man will wissen: wie groſs daher das Volumen dieser Gasmenge bei dem mittlern Barometerstande von 28'' seyn müsse?

Es ist hier

$$x = V = \frac{100 \times (28'',5 + 6'')}{28}$$
$$= 123{,}2 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: B. a) in der Meſsröhre steht die Wassersäule um 10'' höher als in der Wanne; der beobachtete Barometerstand ist 28'' 2'''. Das unter diesen Umständen gemessene Gasvolumen beträgt 300 Cubikzoll. Man wünscht die Gröſse des Volumens zu kennen, welches dieselbe Gasmenge unter dem Drucke der Atmosphäre, beim mittlern Barometerstande einnehmen müſste.

Hier ist

$$x = V = \frac{300 \times \left(28'' + 2''' - \frac{10''}{13{,}5}\right)}{28}$$
$$= 293{,}7 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: B. b) in der Meſsröhre steht das Wasser um 9 Zoll tiefer als in der Wanne; der beobachtete Barometerstand ist 27'' 8'''. Das unter diesen Umständen gemessene Gasvolumen zeigt die Gröſse von 76 Cubikzoll: beim mittlern Barometerstande würden diese betragen

$$x = V = \frac{76 \times \left(27'' + 8''' + \frac{9''}{13,5}\right)}{28}$$

$$= 73,28 \text{ Cubikzoll.}$$

Kapitel XXVII.

Regel, um das Volumen feuchter Gase auf dasjenige zu reduciren, welches ihnen im trocknen Zustande angehört.

§. 82. Der Wasserdunst mengt sich, wie eine Gasart, mit den übrigen Gasen, die trocknen Gasarten werden deshalb durch Zutritt von Feuchtigkeit mehr expandirt. Drückt man den Raum, den ein von aller Feuchtigkeit freies Gas bei einer bestimmten Temperatur einnimmt, durch die Einheit aus; ist p der Druck, dem dasselbe ausgesetzt ist, und f die Spannung des Wasserdunstes bei dieser Temperatur im leeren Raume: so erfolgt, wenn man die Gasart mit dem Wasser in Berührung bringt, eine solche Ausdehnung, daſs das Volumen des Gases nun

$$= 1 + \frac{f}{p - f}$$

$$= \frac{f}{p - f}$$

wird.

In allen Fällen also, wo man über Wasser operirt, und die deshalb zu messenden Gasarten

durch Feuchtigkeit expandirter sind, bedarf es einer Correction, um ihre reellen Volumina zu finden.

Es sei V^1 der Raumumfang des nassen Gases, V der des trocknen: so ist nach der Formel von Dalton, da $1 + \frac{f}{p - f}$ nassen Gasses $= 1$ trocknen Gases ist

$$1 + \frac{f}{p - f} : 1 = \frac{p}{p - f} : 1 = V^1 : V$$

folglich

$$x = V = \frac{V^1 \times (p - f)}{p}.$$

§. 83. Hat man nun bei irgend einem Barometer- und Thermometerstande ein gewisses, durch Wasser gesperrtes, und also feuchtes Gas gemessen, sein Volumen $= V^1$ gefunden: so kömmt es nur noch darauf an, in der gegebenen Formel die allgemein bezeichneten Gröſsen durch die ihnen unter den obwaltenden Umständen correspondirenden Zahlen auszudrücken, um dasjenige Volumen berechnen zu können, welches der Gasquantität im trocknen Zustande zukommen würde. V^1 ist der beobachlete Raumumfang des nassen Gases; p der beobachtete Barometerstand; f aber, welches die Gröſse der Spannkraft des Wasserdunstes bedeutet, ist für verschiedene Grade der Temperatur eine veränderliche Gröſse, welche aus den von Betancourt, oder von Schmidt, oder von Dalton, zu diesem Zwecke gegebenen Tabellen (vid. Tab. XXV.) gefunden werden kann. In allen Fällen wird f ausgedrückt durch die Höhe einer Merkursäule, welche, bei der stattfindenden Temperatur, der Elasticität des Wasserdunstes das Gleichgewicht hält.

§. 84. Zahlenbeispiel. Nach der eben erwähnten Tabelle von Dalton, ist bei einer Temperatur von 54°,5 F. die Spannkraft des Wasserdunstes, also f, in englichen Zollen ausgedrückt, = 0,435. Hätte man nun bei dieser Temperatur und einem Barometerstande von 29'',8''' englisch, das über dem Wasser stehende Gasvolumen, also V^1 = 205,5 Cubikzoll englisch gefunden, und man wollte wissen, wieviel dieses im trocknen Zustande betragen würde: so wäre

$$x = V = \frac{205{,}5 \times (29{,}8 - 0{,}435)}{29{,}8}$$

$$= 195{,}9\ldots \text{Cubikzoll.}$$

Kapitel XXVIII.

Bestimmung des specifischen Gewichts der Körper.

§. 85. Wenn man zwei Körper rücksichtlich ihres absoluten Gewichts gegen einander vergleicht, und ein gewisses bestimmtes Volumen zum Grunde der Vergleichung setzt, oder ihre Volumina bei gleichem absoluten Gewichte mit einander vergleicht: so erhält man den Begriff von dem eigenthümlichen oder specifischen Gewichte. Das eigenthümliche Gewicht eines Körpers bezeichnet also das Verhältnifs der Quantität der schweren Materie eines Körpers zu einem andern, die in gleich grossen Inbegriffen enthalten sind.

§. 86. Zur Vergleichung des specifischen Gewichts mehrerer Körper unter einander mufs man das specifische Gewicht irgend eines Körpers zur Einheit annehmen. Man wählt dazu am bequemsten reines destillirtes Wasser, dessen Temperatur man aber nothwendig, so wie der andern zu un-

tersuchenden Körper bestimmen mufs, weil sich die Dichtigkeit der Körper nach der verschiedenen Temperatur sehr verändert. Der befsern Uebereinstimmung wegen in den Angaben ist man dahin überein gekommen, diejenige Temperatur als Norm anzunehmen, bei welcher das Wasser auf dem Punkt der gröfsten Dichtigkeit sich befindet. Wird daher ein Versuch zur Bestimmung des specifischen Gewichts bei einer andern Temperatur vorgenommen: so mufs auf die Normaltemperatur corrigirt werden.

Bestimmung des specifischen Gewichts der festen Körper.

§. 87. Um das specifische Gewicht fester Körper gegen das Wasser zu vergleichen: so bringe man den Körper zuerst in der Luft ins Gleichgewicht, und bestimme dann genau den Verlust, den er, ins Wasser versenkt, erleidet. Sein absolutes Gewicht, durch das dividirt, das er im Wasser verliert, gibt das Verhältnifs seines specifischen Gewichts gegen das zur Einheit angenommene des Wassers.

Heifst daher das absolute Gewicht eines Körpers P, ist der Gewichtsverlust, welchen der Körper im Wasser leidet = p, und heifst das specifische Gewicht desselben Körpers p^1; so findet man

$$x = p^1 = \frac{P}{p}$$

§. 87. Zahlenbeispiele. Ein Stück Gold, dessen absolutes Gewicht 137 Gran beträgt, verliert bei seiner Wägung im Wasser 7,25 Gran. Welches ist demnach das specifische Gewicht des Goldes?

Hier ist P = 137, p = 7,25, $p^1 = x$, und also

$$x = p^1 = \frac{137}{7,25} = 18,896.$$

Oder: ein Stück Silber, 248 Gran schwer, verliert im Wasser von seinem Gewichte 24 Gran. Wie groſs ist das specifische Gewicht des Silbers?

Hier ist $P = 248$, $p = 24$, $p^{I} = x$, und also

$$x = p^{I} = \frac{248}{24}$$

$$= 10,333.$$

Wird also das specifische Gewicht des Wassers $= 1$ gesetzt: so ist das des Goldes $= 18,896$, das des Silbers $= 10,333$.

§. 89. Körper, welche sich im Wasser auflösen lassen, wiegt man entweder in Alkohol oder in Terpentinöl, oder in irgend einer andern sich eignenden Flüssigkeit ab, auf eben die Art, wie im Wasser. Kennt man nun das Verhältniſs des eigenthümlichen Gewichts dieser Flüssigkeiten gegen das eigenthümliche Gewicht des Wassers (das man nach §. 94. suchen kann), so kann man auch leicht das specifische Gewicht des festen Körpers, gegen das zur Einheit angenommene des Wassers, durch Rechnung finden.

Ist nämlich das absolute Gewicht eines Körpers $= P$, der Gewichtsverlust, welchen derselbe in einer Flüssigkeit, die nicht Wasser ist, erleidet, $= \pi$, das specifische Gewicht solcher Flüssigkeit $= d$, vorausgesetzt, daſs das des Wassers $= 1$ sei: so ist $\frac{P}{\pi}$ hier die Verhältniſszahl der Gewichte zwischen dem festen Körper und der Flüssigkeit: folglich ist für den festen Körper gegen Wasser die Verhältniſszahl

$$x = p^{I} = \frac{P \times d}{\pi}.$$

Zahlenbeispiel. Es hat ein Stück Steinsalz ein absolutes Gewicht von 100 Gran. Da diese Sub-

stanz im Wasser unauflöslich ist: so senkt man sie behufs Wägung, in Alkohol; es findet sich hiebei ein Gewichtsverlust von 40,41 Gran, folglich wäre hier die Verhältnifszahl $\frac{100}{40,41}$. Wird nun aber nach dem specifischen Gewichte des Steinsalzes gefragt, wenn das des Wassers zur Einheit angenommen wird: und ist unter letzterer Voraussetzung, das specifische Gewicht des benutzten Alkohols $= 0,866$: so ist hier $P = 100$; $\pi = 40,41$; $d = 0,866$; $p^1 = x$; und also

$$x = p^1 = \frac{100 \times 0,866}{40,41}$$
$$= 2,143.$$

§. 90. Um kleine Stücke oder ein grobes Pulver von einem Körper, dessen eigenthümliches Gewicht gröfser ist, als das des Wassers, in Rücksicht des Verhältnisses dieser specifischen Gewichte zu untersuchen, kann man folgendermaſsen verfahren.

1) Man bringe eine kleine gläserne Flasche, die recht trocken ist, an der hydrostatischen Wage ins Gleichgewicht, thue den festen Stoff hinein, bemerke sein absolutes Gewicht, fülle das Gefäſs mit destillirtem Wasser voll, bemerke das Gewicht von beiden zusammen, ziehe von der Summe das Gewicht des festen Körpers ab; der Rest gibt das Gewicht des Wassers an. Man leere die gläserne Flasche aus, reinige sie, fülle sie wieder mit destillirtem Wasser eben so hoch an, als vorher, und bestimme das Gewicht des Wassers. Dieses Gewicht des Wassers um das Gewicht des Wassers bei der ersten Operation vermindert, gibt im Reste das Gewicht des Wassers an, das vorher mit dem festen Körper einerlei Volumen einnahm. Das

absolute Gewicht des festen Körpers, durch das dividirt, das ein eben so groſser Wasserraum wiegt, gibt das Verhältniſs des specifischen Gewichts des festen Körpers gegen das zur Einheit angenommene des Wassers.

Es sei das absolute Gewicht des festen Körpers = P; der Inhalt der Flasche, bestehend aus der Summe des Gewichts des festen Körpers, und des Gewichts der neben letzterem darin Raum habenden Wasserquantität, habe das Gewicht S; der Inhalt der Flasche, in bloſsem Wasser bestehend, sei = A: so ist nach dem Bisherigen

$$A - (S - P) = p$$

und da

$$\frac{P}{p} = p^1$$

so ist auch

$$x = p^1 = \frac{P}{A - (S - P)}.$$

Zahlenbeispiel. Es soll das specifische Gewicht eines der chemischen Analyse zu unterwerfenden pulverförmigen Körpers bestimmt werden, nach der Art, wie sie so eben angegeben worden. 60 Gran von diesem Körper, werden in das auf der Wage ins Gleichgewicht gebrachte Fläschchen geschüttet, letzteres sodann mit destillirtem Wasser ganz angefüllt. Man findet jetzt das Gewicht des gemengten Inhalts zu 142,37 Gran. Es wird nun das Glas entleert, gereinigt und sodann wieder mit destillirtem Wasser gefüllt; man findet nun das Gewicht dieses letztern Inhalts zu 132,5 Gran. Aus diesen drei Datis soll das specifische Gewicht des in Rede stehenden Körpers bestimmt werden.

Hier ist $P = 60$; $S = 142,37$; $A = 132,5$; $p^1 = x$; also ist

$$x = p^1 = \frac{60}{132,5 - (142,37 - 60)}$$

$$= \frac{60}{50,13}$$

$$= 1,198.$$

2) Eine etwas andere Methode zur Erreichung desselben Zwecks ist folgende. Man bestimmt erst den Verlust eines kleinen gläsernen Eimers im Wasser, wiegt darauf den festen Körper darin ab, bemerkt sein absolutes Gewicht, versenkt den Eimer ins Wasser, bemerkt seinen Verlust, und zieht hiervon den Verlust des Gewichts des Eimers ab: so gibt der Rest den Verlust des festen Körpers allein an; und also, nach dem Vorhergehenden, leicht das Verhältniſs seines specifischen Gewichts gegen das Wasser.

Der Gewichtsverlust des Eimers allein sei $= e^1$; der Gewichtsverlust des mit dem zu bestimmenden Körper beschwerten Eimers sei $= e$; das absolute Gewicht des festen Körpers sei $= P$; dann ist $e - e^1 = p$; folglich

$$x = p^1 = \frac{P}{e - e^1}.$$

Zahlenbeispiel. Statt eines pulverförmigen Körpers wollen wir hier das Quecksilber wählen, dessen specifisches Gewicht gleichfalls auf diese Art zu bestimmen ist.

Der Gewichtsverlust des Eimerchen im Wasser allein, sei $= 30,508$ Gran; der Gewichtsverlust desselben, aber mit 100 Gran Quecksilbers beschwerten, Eimerchens betrage 39,2838 Gran. Wie groſs ist nun das specifische Gewicht des Quecksilbers?

Hier ist $P = 100$; $e = 39{,}2838$; $e^{I} = 30{,}508$; $p^{I} = x$; also ist

$$x = p^{I} = \frac{100}{39{,}2838 - 30{,}508}$$
$$= \frac{100}{8{,}7758}$$
$$= 13{,}674.$$

§. 91. Um feste Körper, welche specifisch leichter sind als Wasser, ihrem specifischen Gewichte nach gegen das Wasser zu vergleichen, kann man so verfahren, dafs man einen specifisch schweren damit verbindet, den Verlust beider im Wasser bemerkt, und den Verlust des schweren allein nachher von dem Verluste des Ganzen zusammen abzieht: so wird der Rest angeben, wieviel das Wasser wiegt, das mit dem leichtern einerlei Raum erfüllt. Das absolute Gewicht des leichtern, durch das Gewicht dieses gleich grofsen Volumens vom Wasser dividirt, gibt alsdann das Verhältnifs des specifischen Gewichts des leichtern festen Körpers gegen das zur Einheit angenommene des Wassers.

Das absolute Gewicht eines solchen specifisch-leichtern Körpers sei $= P$; der Gewichtsverlust, welchen ein damit zu verbindender specifisch schwererer Körper erleidet, sei $= s^{1}$, der Gewichtsverlust welchen beide mit einander verbundene Körper im Wasser erleiden $= s$; dann ist $s - s^{1} = p$, folglich

$$x = p^{1} = \frac{P}{s - s^{1}}$$

Zahlenbeispiel. Es soll das specifische Gewicht des weifsen Wachses bestimmt werden. Diese Substanz ist specifisch leichter als Wasser und würde deshalb auf dem letztern schwimmen. Es wird

daher ein Stück weifsen Wachses, dessen absolutes Gewicht 130 Gran beträgt, an einem Stücke Zinn, dessen Gewichtsverlust im Wasser früher bestimmt und = 26,605 Gran befunden, befestigt; wird dies Ganze jetzt im Wasser versenkt: so bemerkt man einen Gewichtsverlust von 161,077 Gran. Wie grofs ist nun das specifische Gewicht des weissen Wachses?

Hier ist $P = 130$; $p^1 = x$; $s = 161{,}077$; $s^1 = 26{,}605$; und also ist das specifische Gewicht des Wachses

$$x = p^1 = \frac{130}{161{,}077 - 26{,}605}$$
$$= \frac{130000}{134472}$$
$$= 0{,}966.$$

§. 92. In allen bisher angeführten Formeln für die Berechnung des specifischen Gewichts liegt stets nur $p^1 = \frac{P}{p}$ zum Grunde. Es gibt dies auch hinreichende Genauigkeit, wenn die Abwägung bei mittlerem Barometerstande und einer Temperatur von etwa 15° C. geschieht. Zur vollkommenen Genauigkeit aber mufs

1) das Wasser auf den Punkt der gröfsten Dichkeit corrigirt werden. Heifst demnach der Coëfficient für die Ausdehnung des Wassers durch Wärme λ: so ist

$$p^1 = \frac{P}{p\frac{1}{\lambda}}$$
$$= \frac{P}{p^{11}}.$$

2) Da der Körper bei der Bestimmung seines absoluten Gewichts in der atmosphärischen Luft

gewogen wird: so ist p^{I} zu klein, und mufs daher, wenn der Coëfficient des Dichtigkeitsverhältnisses von Luft zu Wasser = w ist

$$p^{\mathrm{I}} = \frac{P}{p^{\mathrm{II}}}(1 + w)$$

seyn.

3) Weil auch der feste Körper durch Wärme ausgedehnt wird: so müfste hiernach P corrigirt werden, wenn nicht diese Gröfse als verschwindend zu betrachten wäre.

4) Der Draht, am besten von Platin, woran der Körper aufgehangen ist, mufs hinsichtlich seines absoluten Gewichts und seines Gewichtsverlustes im Wasser, tarirt werden.

§. 93. Zahlenbeispiel. Bei einer Temperatur von 0° R. zeigen 100 Gran Cobalt, ins Wasser versenkt, einen Gewichtsverlust von 12,82 Gran. Es soll das specifische Gewicht des Cobalts berechnet werden, bei der Berechnung aber auch auf die Correctionen für λ und w Rücksicht genommen werden. Es sei für diesen Fall w = 0,00128308; und λ = 0,99993, und da P = 100; p = 12,82; p^{I} = x: so ist

$$x = p^{\mathrm{I}} = \frac{100}{12{,}82 \times \frac{1}{0{,}99993}}(1 + 0{,}00128308)$$

$$= \frac{100{,}128308 \times 0{,}99993}{12{,}82}$$

$$= \frac{10011{,}829901844}{12{,}82}$$

$$= 7{,}809.$$

Kapitel XXIX.

Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper.

§. 94. Um das Verhältniſs des specifischen Gewichts verschiedener flüssiger Körper gegen reines Wasser zu finden, bringt man einen festen Körper (einen solchen, der von Flüssigkeiten nicht angegriffen oder aufgelöst wird, am besten eine massive Glaskugel) erst an der hydrostatischen Wage hängend, ins genaueste Gleichgewicht; versenkt ihn dann in das Wasser, merkt genau den Verlust, welchen er an seinem absoluten Gewichte erleidet, trocknet ihn dann wieder gehörig ab, und bestimmt mit gleicher Sorgfalt, welchen er in den andern zu untersuchenden Flüssigkeiten erleidet. Das Gewicht das ein und ebenderselbe feste Körper in einer jeden andern flüssigen Materie verliert, durch das dividirt, was er im Wasser verliert, gibt das specifische Gewicht der flüssigen Materie gegen das zur Einheit angenommene specifische Gewicht des reinen Wassers. Man findet nämlich durch dieses Verfahren das absolute Gewicht der verschiedenen Flüssigkeiten und des reinen Wassers, bei gleichem Volumen, nämlich bei dem Volumen des eingetauchten festen Körpers; oder der Verlust desselben an seinem absoluten Gewichte in den Flüssigkeiten, ist das Gewicht dieser Flüssigkeiten bei seinem Volumen. Die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten verhalten sich folglich wie diese absoluten Gewichte, oder wie der Verlust des festen Körpers in denselben.

Heiſst also der Gewichtsverlust des festen Körpers in der Flüssigkeit, welche untersucht werden soll, P; der Gewichtsverlust desselben Körpers im

Wasser p; und das specifische Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit p^{I}: so ist

$$p^{I} = \frac{P}{p}.$$

Zahlenbeispiel. Der Gewichtsverlust einer in Wasser gesenkten Glaskugel beträgt 639 Gran; der Gewichtsverlust derselben Kugel in Alkohol versenkt, beträgt 553 Gran: wie groſs ist das specifische Gewicht des erwähnten Alkohols?

Hier ist $P = 553$; $p = 639$; $p^{I} = x$; und also

$$p^{I} = \frac{553}{639}$$
$$= 0{,}8653.$$

§. 95. Es gibt hinlängliche Genauigkeit, wenn jene Abwägungen in der oben genannten mittlern Temperatur geschehen. Nimmt man aber auf die ungleichen Ausdehnungen der Flüssigkeiten Rücksicht: so wird

$$p^{I} = \frac{P\,\lambda}{p\,\lambda^{I}},$$

wenn λ^{I} den Dichtigkeits-Coëfficienten der untersuchten Flüssigkeit bezeichnet. Indeſs ist λ^{I} für die wenigsten Flüssigkeiten schon jetzt mit Genauigkeit aufgefunden.

Kapitel XXX.

Bestimmung des specifischen Gewichts der elastischen Fluida.

§. 96. Um die specifischen Gewichte der elastischen Fluida unter sich vergleichbar zu machen, nimmt man entweder das specifische Gewicht irgend einer elastischen Flüssigkeit oder das eines tropfbar-flüssigen Körpers zur Einheit an. Die

Annahme des specifischen Gewichts eines Liquidums zur Einheit ist erforderlich, wenn man die specifischen Gewichte der elastischen Fluida auch mit denen der Materien anderer Aggregatzustände vergleichen will. Es wird also bald bei Bestimmungen der specifischen Gewichte der elastischen Flüssigkeiten das specifische Gewicht des Quecksilbers, oder des Wassers, bald das der atmosphärischen Luft, des Hydrogengases, des Oxygengases oder des Wassergases zur Einheit angenommen.

Das specifische Gewicht einer elastischen Flüssigkeit wird gefunden durch Vergleichung des absoluten Gewichts irgend eines gewissen Volumens solcher Fluida mit dem absoluten Gewichte eines eben so groſsen Volumens derjenigen Materie, deren specifisches Gewicht als Einheit angenommen werden soll.

Heiſst das absolute Gewicht eines Volumens irgend einer zu bestimmenden elastischen Flüssigkeit P; das absolute Gewicht eines eben so grossen Volumens derjenigen Materie, von welcher man das specifische Gewicht zur Einheit annehmen will, p; ist das specifische Gewicht der zu bestimmenden Materie p': so ist

$$x = p' = \frac{P}{p}.$$

§. 97. Zahlenbeispiele. Man hat gefunden, daſs 10 Cubikzoll Kohlenhydrogengas 1,941 Gran, dagegen 10 Cubikzoll atmosphärischer Luft 3,495 Gran wiegen. Wird nun das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt: wie groſs ist denn das specifische Gewicht des Kohlenhydrogengases?

Hier ist $P = 1{,}941$; $p = 3{,}495$; $p^{\text{I}} = x$; also ist

$$x = p^{\text{I}} = \frac{1{,}941}{3{,}495}$$
$$= 0{,}5555.$$

Oder: das specifische Gewicht des Hydrogengases soll als Einheit angenommen, und das des Ammoniakgases bestimmt werden. Man weiſs, daſs 10 Cubikzoll Hydrogengas ein Gewicht von 0,242 Gran, und daſs 10 Cubikzoll Ammonikgas 2,066 Gran wiegen. Wie groſs ist das specifische Gewicht des Ammoniakgases?

Hier ist $P = 2{,}066$; $p = 0{,}242$; $p^{\text{I}} = x$; also ist

$$x = p^{\text{I}} = \frac{2{,}066}{0{,}242}$$
$$= 8{,}53.$$

§. 98. Wird bei den elastisch-flüssigen Substanzen das specifische Gewicht des Wassers als Einheit zum Grunde gelegt, und soll auf die ungleiche Ausdehnung der elastischen Flüssigkeiten und des Wassers Rücksicht genommen werden: so ist

$$p^{\text{I}} = \frac{P\,\lambda}{p\,\lambda^{\text{II}}}$$

wenn λ^{II} den Dichtigkeits-Coëfficienten der untersuchten Gasart bezeichnet.

* * *

§. 99. Um den Dichtigkeits-Coëfficienten des Wassers, also λ, zu finden.

1) Eitelwein findet die Dichtigkeit des Wassers bei 4°,35 C. = 1 gesetzt, für C. Grade = t

die Dichtigkeit des Wassers λ, allgemein nach Gilpins Versuchen:

$$\lambda = 0{,}9999793 + 0{,}000030144\,t - 0{,}00000726232\,t^2.$$

2) Biot findet, nach De Luc's Versuchen, wenn $t^I = (t - 3^0{,}42\ C.)$:

$$\lambda = 1 - 0{,}0000063475\,t^{I\,2}, + 0{,}00000013865\,t^{I\,3}.$$

3) Aus der Tafel XXIII., welche die durch verschiedene Temperaturen bewirkten Veränderungen der Volumina und Dichtigkeiten des Wassers darstellt, kann man λ für jeden Grad der Reaumur'schen Scale vom Thau bis zum Siedepunkte entnehmen. Es ist nämlich λ jedesmal der dann entstehende Quotient, wenn derjenige Decimalbruch, welcher unter der Rubrik „Dichtigkeit" neben derjenigen Zahl steht, durch welche die Temperatur ausgedrückt ist, dividirt wird durch 1,0000746.

Wäre also die Wägung z. B. bei 7°,5 C. vorgenommen, und wollte man reduciren auf den Punkt der gröfsten Dichtigkeit des Wassers: so würde man hier das behufs der vorzunehmenden Correction erforderliche λ finden, wenn man den bei 7°,5 C. = 6° R. unter der Rubrik „Dichtigkeit" stehenden Decimalbruch, nämlich 0,9999700, dividirt durch 1,0000746, und den Quotient

$$\frac{0{,}999970}{1{,}0000746} = \lambda$$

setzt: demnach wäre hier $\lambda = 0{,}9998954$.

Oder: sollte λ für 7°,5 C. nach der Biot'schen Formel gesucht werden: so hätten wir, da $t = 7{,}5$; und $t^I = 7{,}5 - 3{,}42$.

$$\lambda = 1 - 0{,}0000063475 \times 4{,}08 \times 4{,}08 + 0{,}00000013865 \times 4{,}08 \times 4{,}08 \times 4{,}08 = 0{,}99988379515.$$

Oder: nach Eitelwein fände man für 7°,5 C.

$$\lambda = 0{,}9999793 + (0{,}000030144 \times 7{,}5) - 0{,}00000726232 \times 7{,}5 \times 7{,}5 = 0{,}99979867018.$$

§. 100. Den Dichtigkeits-Coëfficienten der atmosphärischen Luft: Wasser, also w, zu finden.

Nehmen wir hiebei auf die Ausdehnung durch Wärme = t, in Centesimalgraden = x — 3°,42 Rücksicht; die Erhebung über die Meeresfläche = h; und den Unterschied der Breite = l: so ist das Gewicht irgend eines Volumens atmosphärischer Luft: Wasser = w; und dann

$$w = 0{,}00128308 \left(1 - \frac{2\,h}{R}\right) \times (1 - 0{,}002711 \cos. 2l) (1 - t\,0{,}00375). \left(\frac{h}{28''}\right).$$

Da in mäfsiger Höhe und mittlerer Breite bei 3°,42 C. und 28'' Barometer alle diese Coëfficienten wegfallen: so ist hier vor das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = w = 0,00128308.

Kapitel XXXI.

Berechnung der Volumina der Substanzen, wenn ihre absoluten und specifischen Gewichte bekannt sind.

§. 101. Um die Volumina gewisser Gewichtsmengen der Substanzen durch Rechnung finden zu können, ist es erforderlich, die specifischen Gewichte der Substanzen zu kennen, und zu wissen, wie grofs das Volumen irgend einer Gewichtseinheit, durch welche die Gewichtsmengen ausgedrückt worden, von derjenigen Substanz beträgt, deren specifisches Gewicht, bei Bestimmung der specifischen Gewichte der Substanzen, um sie unter einander vergleichbar zu machen, als Einheit angenommen worden ist. Bei Bestimmung der Zahlen, durch welche die specifischen Gewichte der Sub-

stanzen ausgedrückt werden, wird die Zahl des specifischen Gewichts des Wassers als vergleichende Einheit angenommen. Es ist also das Wasser diejenige Substanz, von welcher man das absolute Volumen kennen muſs, welches solcher Gewichtseinheit, durch welche die Gewichtsmenge der fraglichen Substanz ausgedrückt ist, zukömmt.

§. 102. Die fragliche Substanz werde bezeichnet durch S; das specifische Gewicht derselben durch d: die gegebene Gewichtsmenge derselben durch p; die Gewichtseinheit nach der p ausgedrückt worden, durch g; das Volumen, welches der Gewichtseinheit g Wassers, auf dem Punkte seiner gröſsten Dichtigkeit zukömmt, sei c^{I}; das zu suchende Volumen, welches der gegebenen Gewichtsmenge der fraglichen Substanz entsprechen muſs, werde durch v bezeichnet.

Man findet nun:

$$y = \frac{c^{I} \times p}{d} = v.$$

Oder kennt man das absolute Gewicht solcher cubischen Einheit Wassers, wodurch v ausgedrückt werden soll, ist dieses z. B. π: so wird zu suchendes Volumen der fraglichen Substanzen gefunden

$$y = \frac{c^{I} \times p}{d} = \frac{p}{\pi \times d} = v.$$

§. 103. Zahlenbeispiele. Wieviel betragen 5000 Pfund Quecksilbers in Cubikfuſsen? Das specifische Gewicht des Quecksilbers sei 13,674; 1 Pfund Wassers nehme ein Volumen von 0.01448 Cubikfuſs ein, weil 1 Cubikfuſs Wasser 69,015 Pfund wiegt.

Hier ist S Quecksilber; g = 1 Pfund; p = 5000; c^{I} = 0,01448; d = 13,674; π = 69,015; also ist

$$y = \frac{0,01448 \times 5000}{13,674}$$
$$= \frac{5000}{13,674 \times 0,01448}$$
$$= v = 5,2947 \text{ Cubikfuſs.}$$

Oder: wieviel Cubikzoll betragen 56 Gran Oxygengas? das specifische Gewicht des Oxygengases sei = 0,001342; ein Cubikzoll Wassers wiegt 368,11 Gran.

Hier ist S Oxygengas; p = 56; d = 0,001342; π = 368,11; also ist

$$y = \frac{56}{0,001342 \times 368,11}$$
$$= v = 113,3 \ldots \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: wieviel Cubikfuſs nehmen 586 Pfund Eis ein? das specifische Gewicht des Eises sei 0,916; ein Cubikfuſs Wassers wiegt 69,015 Pfund.

Hier ist S Eis; p = 586; π = 69,015; d = 0,916; also ist

$$y = \frac{586}{69,015 \times 0,916}$$
$$= v = 9,28 \ldots \text{ Cubikfuſs.}$$

Oder: wieviel Cubikfuſs nehmen 65348 Pfund Gyps ein? das specifische Gewicht desselben sei 1,9; ein Cubikfuſs Wasser wiegt 69,015 Pfund.

Hier ist S Gyps; p = 65348; π = 69,015; d = 1,9; also ist

$$y = \frac{65348}{1,9 \times 69,015}$$
$$= v = 498,8 \ldots$$

Oder: wieviel Cubikzoll nehmen 3 Pfund Alkohol ein? das specifische Gewicht desselben sei 0,791; ein Cubikzoll Wasser wiegt 368,11 Gran.

Hier ist S Alkohol; $p = 3$; $d = 0,791$; $\pi = \frac{368,11}{7681} = 0,04792$; also ist

$$y = \frac{3}{0,791 \times 0,04792}$$
$$= v = 78,8 \text{ Cubikzoll.}$$

Oder: wieviel beträgt das Volumen von 19 Pfund Silber in Cubikzollen? das specifische Gewicht des Silbers beträgt 10,5; das Volumen eines Pfundes Wassers nimmt 20,84 Cubikzoll ein.

Hier ist S Silber; $p = 19$; $c^1 = 20,84$; $d = 10,5$; also ist

$$y = \frac{19 \times 20,84}{10,5}$$
$$= v = 37,6 \text{ Cubikzoll.}$$

Kapitel XXXII.

Berechnung der absoluten Gewichte der Substanzen, wenn ihre absoluten Volumina und specifischen Gewichte bekannt sind.

§. 104. Sehr häufig ist es der Fall, daſs man die Mengen mancher Substanzen dem Volumen nach kennt, nicht aber dem Gewichte nach; daſs es aber doch sehr darauf ankommt, ihr absolutes Gewicht genau anzugeben; daſs man jedoch eine unmittelbare Wägung nicht anstellen will oder kann, sondern es vorzieht, das Verlangte auf dem Wege der Rechnung zu finden. Eben so häufig, oder noch häufiger, kömmt der Fall vor, daſs man die Menge irgend einer Substanz ihrem absoluten Gewichte, nicht aber ihrem Volumen nach kennt, daſs man zwar die unmittelbare Messung nicht vornehmen will oder kann; daſs es demohngeachtet aber dar-

auf ankömmt, die in Rede stehende Gewichtsmenge ihrem Volumen nach genau zu kennen, und man letzteres also auf dem Wege der Rechnung zu bestimmen genöthigt ist.

Der eben angeführte zweite Fall ist gerade der umgekehrte von dem zuerst erwähnten. Der erste Fall soll Gegenstand dieses Kapitels, der zweite dagegen der Gegenstand des folgenden Kapitels seyn.

§. 105. Um die absoluten Gewichte gewisser Volumina der Substanzen durch Rechnung finden zu können: ist es erforderlich, die specifischen Gewichte der Substanzen zu kennen, und zu wissen, wieviel das absolute Gewicht irgend einer cubischen Einheit, nach denen die Volumina ausgedrückt worden sind, von derjenigen Substanz beträgt, deren specifisches Gewicht bei Bestimmung der specifischen Gewichte der Substanzen, um sie unter einander vergleichbar zu machen, als Einheit angenommen worden ist. Am gewöhnlichsten nimmt man, wie bekannt, bei Bestimmung der Zahlen, durch welche die specifischen Gewichte der Substanzen ausgedrückt werden, die Zahl des specifischen Gewichts des Wassers (im *maximo* seiner Dichtigkeit) als vergleichende Einheit an. Es wäre also das Wasser diejenige Substanz, von welcher man das absolute Gewicht kennen müſste, welches solcher cubischen Einheit, durch welche das Volumen der fraglichen Substanz ausgedrückt worden ist, zukömmt.

§. 106. Die fragliche Substanz werde bezeichnet durch S, das specifische Gewicht derselben durch d; das gegebene Volumen derselben durch v; die cubische Einheit, nach der v ausgedrückt worden, sei c; das absolute Gewicht, welches der

das Volumen c erfüllenden Quantität des Wassers auf dem Punkte seiner gröſsten Dichtigkeit zukömmt, sei π; das zu suchende absolute Gewicht, welches die das Volumen v erfüllende Menge der fraglichen Substanz S besitzen muſs, werde bezeichnet durch p.

Man findet nun

$$x = \pi \times v \times d = p.$$

§. 107. Zahlenbeispiele. Wieviel wiegen 5 Cubikfuſs Quecksilber? das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt, ist das des Quecksilbers 13,674; ein Cubikfuſs Wasser wiegt 69,015 Pfund.

Hier ist S Quecksilber; d = 13,674; c = 1 Cubikfuſs; v = 5 Cubikfuſs; π = 69,015; also ist

$$x = 69{,}015 \times 5 \times 13{,}674$$
$$= p = 4718{,}55555 \text{ Pfund.}$$

Oder: wieviel wiegen 10 Cubikfuſs Schwefeläther? das specifische Gewicht desselben sei 0,716.

Hier ist S Schwefeläther; c = 1 Cubikfuſs; d = 0,716; π = 69,015; v = 10; also ist

$$x = 0{,}716 \times 10 \times 69{,}015$$
$$= p = 494{,}1474 \text{ Pfund.}$$

Oder: wieviel wiegen 3 Cubikfuſs Blei? das specifische Gewicht des Blei's sei 11,352.

Hier ist S Blei; v = 3; d = 11,352; π = = 69,015; also ist

$$x = 11{,}352 \times 3 \times 69{,}015$$
$$= p = 2350{,}37484 \text{ Pfund.}$$

Oder: wieviel wiegen 25 Cubikfuſs Wasserstoffgas? das specifische Gewicht des Wasserstoffgases sei 0,000084.

Hier ist S Wasserstoffgas; v = 25; d = = 0,000084; π = 69,015; also ist

$$x = 25 \times 0{,}000084 \times 69{,}015$$
$$= p = 0{,}1449315 \text{ Pfund.}$$

Oder: wiewiel wiegen $2\frac{1}{2}$ Cubikzoll Platin? das specifische Gewicht des Platins ist 21,061; 1 Cubikzoll Wasser wiegt 368,11 Gran.

Hier ist S Platin; $v = 2,5$; $c = 1$ Cubikzoll; $\pi = 368,11$; $d = 21,061$; also ist

$$x = 21,061 \times 2,5 \times 368,11$$
$$= p = 19336,908025 \text{ Gran.}$$

Oder: wieviel wiegen 4 Cubikzoll Vitriolöls? das specifische Gewicht desselben sei 1,877.

Hier ist S Vitriolöl; $v = 4$; $d = 1,877$; $\pi = 368,11$; also ist

$$x = 4 \times 1,877 \times 368,11$$
$$= p = 2763,76988 \text{ Gran.}$$

Kapitel XXXIII.

Vergleichung der gebräuchlichsten verschiedenen Areometerscalen.

§. 108. Der Areometer gründet sich darauf, dafs ein in die Flüssigkeit getauchter Körper einen Theil seines Gewichts verliere, der dem Volumen der Flüssigkeit, das er aus dem Wege treibt, gleich ist. Es folgt nun daraus, dafs wenn der Körper leichter ist, als dies Volumen der Flüssigkeit: so wird er zum Theil daraus hervorstehen; aber wenn der eingetauchte Theil von der Art ist, dafs ein ähnliches Volumen Wassers genau eben so viel wiegt als der ganze Körper: so wird er, weil die Kraft, die ihn hebt, seinem Gewichte gleich ist, im Gleichgewicht bleiben, und ein solches ist der Areometer. Solches Instrument wird, je leichter die Flüssigkeit ist, desto tiefer einsinken; denn in allen Fällen mufs das Volumen der aus dem Wege getriebenen Flüssigkeit ein gleiches Gewicht haben,

wie das Instrument, und so folgt hieraus, daſs man sich dieses Instruments bedienen könne, um das specifische Gewicht der Flüssigkeiten damit zu bestimmen. Man pflegt die Grade der Areometer gleich zu machen, woraus folgt, daſs das Volumen der aus dem Wege getriebenen Flüssigkeit im Verhältniſs der Zahl der Grade zunehme; von diesem mehr oder minder groſsen Volumen hängt das specifische Gewicht der Flüssigkeit ab; aber sie ist ihm nicht proportional, so daſs ein Areometer mit gleichen Graden das specifische Gewicht nicht direkt anzeigen kann, aber es läſst sich leicht daraus ableiten.

Es sind mehrere verschiedene Areometer im Gebrauche, sie beruhen aber alle auf denselben Grundsätzen und sind nur durch ihre Graduirung verschieden.

So gibt man z. B. einem Areometer den Namen des hunderttheiligen, wenn genau jeder Grad ein Hunderttheilchen des Volumens des bei 0° Temperatur ins Wasser sich tauchenden Theils des Instruments angibt. An dem Punkte, bis zu welchem das Instrument dann einsinken würde, wäre 0; dann 1; 2; 3 etc. Grade, entweder ober- oder unterhalb. Es würde hieraus folgen, daſs die Grade oberhalb direkt anzeigen würden, wieviel Hunderttheilchen mehr als eine cubische Einheit eine gewisse Gewichtsmenge der Flüssigkeit enthalte, und die Grade unter 0, wieviel Hunderttheilchen weniger.

Der Areometer nach Cartier zeigt, ins Wasser gesenkt, 10 Grade, und jeder Grad darüber entspricht 0,0082 des eingetauchten Volumens bei 10°.

Der Areometer nach Gay-Lussac ist so construirt, daſs seine Scale die Hunderttheilchen Al-

kohols angibt, die in einer Flüssigkeit sind, deren Temperatur 15° C. ist; bei jeder andern Temperatur als 15° C. mufs man Verbesserungen vornehmen.

Der Areometer von Beaumé wird zu denjenigen Flüssigkeiten gebraucht, die schwerer sind als Wasser. Im Wasser zeigt er 0, und jeder Grad entspricht 0,007 des ins Wasser getauchten Volumens.

Jeder Grad des hunderttheiligen Areometers ist also gleich $\frac{50}{41}$ Cartier und $\frac{10}{7}$ Beaumé. Jeder Grad Cartier ist gleich $\frac{82}{100}$ Grad des hunderttheiligen und $\frac{82}{70}$ Beaumé. Jeder Grad nach Beaumé ist gleich $\frac{7}{10}$ Grad des hunderttheiligen und $\frac{70}{82}$ Cartier. Was aber den Areometer von Gay-Lussac betrifft: so kann dessen Vergleichung wegen der Ungleichheit seiner Grade nicht durch eine so einfache Rechnung bestimmt werden. Man findet in der dritten Abtheilung dieses Buches eine Tabelle, aus welcher die Vergleichung des Areometers von Gay-Lussac mit den übrigen Areometern leicht wird.

Bei Vergleichungen der Areometergrade mufs man hinsichtlich der Cartier'schen erinnern, dafs der Areometer von Cartier im Wasser 10 zeigt, indefs die andern 0 zeigen; so dafs, wenn man den einen auf den andern reduciren will, man stets die Grade Cartiers bei 10 und nicht bei 0 vergleichen mufs.

§. 109. Es sind also:

$+ n^0$ des hunderttb. Areom. $= ((n \times \frac{50}{41}) + 10)^0$ Cartier.

$- n^0$ - - - - - - - $= \left(\frac{n \times 10}{7}\right)^0$ Beaumé.

$+ n^0$ - Cartiers - - $= ((n - 10) \times \frac{41}{50})^0$ des hunderttheiligen.

— n^o des Cartiers Aereom. $= ((n - 10) \times \frac{41}{35})$ ° Beaumé.

— n^o - Beaumé - - $= \left(\frac{n \times 7}{10}\right)$ ° des hunderttheiligen unter 0°.

— n^o - - - - - - - $= ((n \times \frac{35}{41}) + 10)$ ° Cartier unter 0°.

Zahlenbeispiele.

1) Wieviel Grade des Cartier'schen Areometers sind 47° des hunderttheiligen Areometers entsprechend?

$$x = \frac{47 \times 50}{41} + 10 = 67°{,}317 \text{ Cartier's.}$$

2) Wieviel Grade des Beaumé'schen Areometers entsprechen 39° des hunderttheiligen Areometers unter Null?

$$x = \frac{39 \times 10}{7} = 55{,}7 \text{ Beaumé's.}$$

3) Wieviel Grade des hunderttheiligen Areometers entsprechen 35° des Cartier'schen?

$$x = (35 - 10) \times \tfrac{41}{50} = 20{,}5 \text{ des hundertth. Ar.}$$

4) Wieviel Grade des Beaumé'schen Areometers sind 40° (unter 0) des Cartier'schen entsprechend?

$$x = \frac{(40 - 10) \times 41}{35} = 35{,}14 \text{ Beaumè's.}$$

5) Wieviel Grade des hunderttheiligen Areometers sind 66° des Beaumé'schen correspondirend?

$$x = \frac{66 \times 7}{10} = -\,46°{,}2 \text{ des hundertth. Ar.}$$

6) Wieviel Grade Cartier'schen Areometers, unter 10, sind 71° des Beaumé'schen gleich?

$$x = \frac{71 \times 35}{41} + 10 = 70{,}6 \text{ Cartier's, unter}$$

10; (also 60,6 unter Null; wenn solche bezeichnet worden).

Kapitel XXXIV.

Berechnung des specifischen Gewichts der flüssigen Substanzen aus den bekannten Areometergraden.

§. 110. Kennt man den Grad, den irgend eine Flüssigkeit an irgend einem Areometer zeigt: so ist es leicht, das specifische Gewicht solcher Flüssigkeit zu bestimmen.

1) Eine Flüssigkeit L zeigt am hunderttheiligen Areometer n^0, und zwar

a) über 0^0: so ist das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt, das von L durch d bezeichnet

$$x = \frac{100}{100 + n} = d.$$

b) unter 0^0: so findet man

$$x = \frac{100}{100 - n} = d.$$

2) Die Flüssigkeit L zeige am Areometer nach Cartier n^0: so ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit

$$x = \frac{100}{100 + \frac{(n - 10) \times 41}{50}} = d.$$

3) Die Flüssigkeit L zeige am Beaumé'schen Areometer n^0: so ist das specifische Gewicht von L:

$$x = \frac{100}{100 - \frac{n \times 7}{10}} = d.$$

§. 111. Zahlenbeispiele. Wie groſs ist das specifische Gewicht einer weinhaltigen Flüssigkeit, welche am hunderttheiligen Areometer 27^0 bezeichnet?

Hier ist L weingeisthaltige Flüssigkeit; $n = 27$; also ist

$$x = \frac{100}{100 + 27} = \frac{100}{127}$$

$$= d = 0,7874.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht einer Salzsolution, welche am hunderttheiligen Areometer 7° unter Null zeigt?

Hier ist L Salzsolution, $n = -7$; also ist

$$x = \frac{100}{100 - 7} = \frac{100}{93}$$

$$= d = 1,0752.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht des Alkohols, der am Cartier'schen Areometer 42° zeigt?

Hier ist L Alkohol; $n = 42°$ Cartier; also ist

$$x = \frac{100}{100 + \frac{(42 - 10) \times 41}{50}}$$

$$= d = 0,7923.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht einer Salzsäure, die am Beaumé'schen Areometer 40° zeigt?

Hier ist L Salzsäure; $n = 40$ Beaumé; also ist

$$x = \frac{100}{100 - \frac{40 \times 7}{10}} = \frac{100}{72}$$

$$= d = 1,3888.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht des Schwefeläthers, wenn er am hunderttheiligen Aereometer 39° zeigt?

Hier ist L Aether; $n = 39$ Cent.; also ist

$$x = \frac{100}{100 + 39} = \frac{100}{139}$$

$$= d = 0,718.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht des Zimmtöls, welches am hunderttheiligen Areometer 4° unter 0 zeigt?

Hier ist L Zimmtöl; n = — 4 Cent.; also ist

$$x = \frac{100}{100 - 4} = \frac{100}{96}$$

$$= d = 1{,}043.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht des Champagnerweins, der am Cartier'schen Areometer 15° zeigt?

Hier ist L Champagner; n = 15 Cartier; also ist

$$x = \frac{100}{100 + \frac{(15 - 10) \times 41}{50}}$$

$$= d = 0{,}9606.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht der concentrirten Schwefelsäure, die am Beauméschen Areometer 66° zeigt?

Hier ist L concentrirte Schwefelsäure; n = 66 Beaumé; also ist

$$x = \frac{100}{100 - \frac{66 \times 7}{10}}$$

$$= \frac{100}{100 - 46{,}2}$$

$$= d = 1{,}858.$$

Oder: wie groſs ist das specifische Gewicht des flüssigen Ammoniaks, wenn dieses am Areometer nach Cartier 25° zeigt?

Hier ist L Salmiakgeist; n = 25° Cartier; also ist

$$x = \frac{100}{100 + \frac{(25 - 10) \times 41}{50}}$$

$$= d = 0{,}89 \ldots.$$

Kapitel XXXV.

Berechnung einer bestimmten Menge weingeisthaltiger Flüssigkeit, ihrem absoluten Gehalte nach, aus den bekannten Areometergraden.

§. 112. Hinsichtlich der weingeisthaltigen Flüssigkeiten ist es vom gröfsten Interesse, ihre Stärke und ihre Güte zu kennen, zu wissen, wieviel absoluten Alkohols eine gewisse Quantität davon enthalte, wieviel Wasser man zusetzen müsse, um sie auf diese oder jene Stärke u. s. w. zu bringen. Die Betrachtung der ersten drei Punkte soll den Gegenstand dieses Kapitels ausmachen, die Beantwortung der letzten jener vier Fragen aber dem folgenden Kapitel überlassen bleiben.

Die Stärke einer weingeisthaltigen Flüssigkeit ist der Grad, den sie nach dem Alkoholometer zeigt, wenn man sie auf diejenige Temperatur gebracht hat, für welche das Alkoholometer verfertigt worden, z. B. bei Anwendung des Alkoholometers von Gay-Lussac, das wir im Verlaufe dieses Kapitels vor Augen haben wollen, auf 15° C. Denn das Alkoholometer von Gay-Lussac ist, analog denen von Richter und Tralles, so eingerichtet, dafs seine Scale den Alkoholgehalt in 100 Theilen einer Flüssigkeit, deren Temperatur 15° C. hat, anzeigt. Es ist nämlich eine weingeisthaltige Flüssigkeit, die bei 15° C. z. B. 46 Grade des Alkoholometers zeigt, eine solche, die in 100 Mafs 46 Mafs Alkohols enthält. Hätte die zu prüfende Flüssigkeit jedoch eine andere Temperatur, als 15° C.: so müfste man wegen der Ausdehnung, die, weil durch Erhöhung der Temperatur um gleiche Gröfsen der Alkohol weit beträchtlicher sich ausdehnt als Wasser, nach der Stärke der weingeisthaltigen Flüssigkeit verschieden

ist, die Angabe des Alkoholometers einer Correction unterwerfen.

Die Güte einer weingeisthaltigen Flüssigkeit ist die Quantität absoluten Alkohols, die in einem Maſse der Flüssigkeit enthalten ist. Die Stärke und Güte einer weingeisthaltigen Flüssigkeit ist eins, wenn die Temperatur der Flüssigkeit auf 15° C. gebracht worden; bei jeder andern Temperatur aber ist dieses nicht so.

Hat man z. B. einen Weingeist, der bei einer Temperatur von 29° C., 51 Grade am Alkoholometer zeigt: so hat dieser als wirkliche Kraft nur 45,7 p. C., d. h. wenn man seine Temperatur auf 15° C. bringt: so würde er 45,7 Grade am Alkoholometer zeigen, oder er würde in 100 Maſs 45,7 Maſs absoluten Alkohol enthalten. Hieraus darf man aber nicht schlieſsen, daſs seine Güte 45,7 ist; denn 1000 Maſs bei der Temperatur von 29° C. auf die Temperatur von 15° C. reducirt, würden nur 990 Maſs bleiben, und diese 990 Maſs, die in 100 Maſs 45,7 Maſs Alkohol enthalten, schliessen im Ganzen an absoluten Alkohol in sich $45{,}7 \times \frac{990}{100} = 452$ Maſs ein. So enthalten also 1000 Maſs, die bei 29° C. 51 p. C. zeigen, nur 452 Maſs absoluten Alkohols bei 15° C., und deshalb sagt man, daſs seine Güte 452 in 1000, oder 45,2 in 100 sei: während seine wirkliche Stärke 45,7 und seine anscheinende 51 ist.

§. 113. Um die Stärke einer weingeisthaltigen Flüssigkeit zu finden, wenn sie auf die Temperatur von 15° C. versetzt worden, ist es genug, den Alkoholometer einzusenken, und zu sehen, bis auf welchen Grad er sinkt. Besitzt die zu prüfende Flüssigkeit nicht die Temperatur von 15° C., so ertheilt man ihr dieselbe dadurch, daſs man die

Probe, entweder mittelst Anhalten der Hand erwärmt, oder mittelst Brunnenwassers abkühlt.

§. 114. Hätte nun die zu prüfende weingeisthaltige Flüssigkeit, deren wirkliche Stärke durch 83 ausgedrückt wird, eine Temperatur von 25° C.: so würde dieselbe auf 15° C. gebracht, in einem Maſse 0,83 Maſs Alkohol und beinahe (nicht genau, wegen der Zusammenziehung) 0,17 Maſs Wasser enthalten. Es dehnen sich die 0,83 Maſs Alkohol für 1° C. um 0,00125 $\times$ 0,83 = 0,0010375 aus, und die 0,17 Maſs Wasser für 1° C. um 0,17 $\times$ 0,00014 = 0,0000238; was im Ganzen eine Veränderung des Volumens um 0,0010375 + 0,0000238 = 0,0010613 auf 1 Maſs für 1° C. ausmacht, und also für 10° C. 0,0010613 $\times$ 10 = 0,010613 beträgt, wodurch das Maſs auf 0,9894 gebracht wird, und da nur 0,83 Alkohol sind: so macht dies 0,9894 $\times$ 0,83 = 0,8212 Maſs. Die gegebene Flüssigkeit enthält also in einem Maſse 0,8212 Maſs Alkohol, oder in 1000 Maſs 821,2 Maſs Alkohol.

§. 115. Ist die Güte einer weingeisthaltigen Flüssigkeit berechnet oder bekannt: so ist durch eine einfache Multiplication leicht die Quantität Alkohol zu finden, welche in einer genannten Menge der weingeisthaltigen Flüssigkeit enthalten.

Es seien z. B. 5610 Maſs einer weingeisthaltigen Flüssigkeit bei 25° C. der Temperatur, und 83 Graden wirklicher Kraft gegeben, und man wollte wissen, wieviel absoluter Alkohol darin enthalten wäre? da diese Flüssigkeit nach dem eben Vorhergehenden, in einem Maſse 0,8212 Maſs Alkohol enthält: so würden 5610 Maſs derselben Flüssigkeit an absolutem Alkohol enthalten

5610 $\times$ 0,8212 = 4606,932 Maſs.

Kapitel XXXVI.

Berechnung der Wasserquantität, welche man einer bestimmten Menge weingeisthaltiger Flüssigkeit zuzusetzen hat, damit letztere einen verlangten Grad des Alkoholometers zeige, wenn der Alkoholometergrad bekannt ist, den sie jetzt zeigt.

§. 116. Sehr oft kömmt der Fall vor, daſs man mehrere Sorten weingeisthaltiger Liquida von verschiedener Kraft hat, und daraus eine oder mehrere andere Sorten von bestimmter Kraft zu mischen verlangt. Eben so oft, oder noch öfter kömmt aber auch der Fall vor, daſs man aus einer weingeisthaltigen Flüssigkeit von bekanntem Grade durch Zusatz von Wasser eine andere weingeisthaltige Flüssigkeit von verlangtem Grade zusammensetzen will. Die Aufgabe, das richtige Verhältniſs zu solcher Versetzung anzugeben, würde äuſserst leicht seyn; wenn sich die Mischung nicht zusammenzöge. Man würde sich aber sehr irren, wenn man glaubte, daſs ein Maſs Alkohol und ein Maſs Wasser genau zwei Maſs Mischung gäben; denn jedesmal, wenn Alkohol und Wasser zusammengemischt werden, verdichten sich beide mehr oder weniger mit einander, unter Freiwerdung von Wärmestoff, und das Volumen der Mischung fällt geringer aus als die Summe der Volumina der Mischungsbestandtheile. Durch dieses Zusammenziehen wird die erwähnte Aufgabe äuſserst verwickelt, so daſs man nur dann überzeugt seyn darf, die Auflösung richtig zu Stande zu bringen, wenn man die Quantität Wassers dem Volumen nach kennt, welche in einer gewissen Menge der gegebenen weingeisthaltigen Flüssigkeit enthalten ist; und diejenige Quantität Wasser dem Volumen nach, welche in einer gewissen Menge der durch Versetzung dar-

zustellenden weingeisthaltigen Flüssigkeit muſs enthalten seyn.

Wir wollen annehmen, es sollte eine weingeisthaltige Flüssigkeit von n^{I} Graden aus einer weingeisthaltigen Flüssigkeit von n Graden durch Versetzung mit Wasser dargestellt werden (wo also $n > n^{I}$), man wisse, daſs in einer weingeisthaltigen Flüssigkeit von n^{I} Graden ein Maſs Alkohol mit m^{I} Maſs Wasser gemischt ist, dagegen in einer weingeisthaltigen Flüssigkeit von n Graden 1 Maſs Alkohol mit m^{II} Maſs Wasser sich gemischt befindet. Weiſs man dieses: so erhellt, daſs man zu jedem Maſse der weingeisthaltigen Flüssigkeit von n Graden eine solche Quantität Wasser giessen müsse, welche dem Volumen nach durch die Differenz jener Wassermengen ausgedrückt wird: nämlich $m^{I} - m^{II}$ Maſs.

Die Menge der zu versetzenden weingeisthaltigen Flüssigkeit von n Graden, betrage μ Maſs: wieviel Wasser muſs zugesetzt werden, um die verlangte weingeisthaltige Flüssigkeit von n^{I} Graden zu erhalten?

Jene μ Maſs weingeisthaltiger Flüssigkeit von n Graden, enthalten unter obiger Voraussetzung $\mu \times \frac{n}{100} = \frac{\mu \times n}{100}$ Maſs Alkohol; man muſs also zusetzen $\frac{(m^{I} - m^{II}) \times (\mu \times n)}{100}$ Maſs Wasser; und das Volumen der Mischung wird nun nicht $\mu + \frac{(m^{I} - m^{II}) \times (\mu \times n)}{100}$; sondern wegen des Zusammenziehens $\mu \times \frac{n}{n^{I}}$: das Zusammenziehen beträgt also $\frac{100\,\mu + (m^{I} - m^{II})(\mu \times n)}{100} - \frac{\mu\,n}{n^{I}}$.

§. 117. Zahlenbeispiele. Es sollen 50 Maſs Weingeist von 75 Grad in Weingeist von 45 Grad, durch Versetzen mit Wasser, umgewandelt werden. Wieviel Maſs Wasser darf man zusetzen? Man weiſs nämlich, daſs Weingeist von 45 Grad auf 1 Maſs Alkohol 1,3026 Maſs Wasser; dagegen Weingeist von 75 Grad auf 1 Maſs Alkohol 0,3756 Maſs Wasser enthalte.

Hier ist $\mu = 50$; $n = 75$; $n^{\text{I}} = 45$; $m^{\text{II}} = 0,3756$; $m^{\text{I}} = 1,3026$: es ist also die Menge des zuzusetzenden Wassers x, und man findet

$$x = \frac{(1,3026 - 0,3756) \times (50 \times 75)}{100}$$

$$= 34,7625 \text{ Maſs Wasser.}$$

Man müſste also 34,7625 Maſs Wasser zusetzen; das Volumen der Mischung wird aber nicht 50 + 34,7625 = 84,7625 Maſs, sondern nur

$50 \times \frac{75}{45} = 83,3333$ Maſs und also die Zusammenziehung

$84,7625 - 83,3333 = 1,4292$ Maſs betragen.

Oder: man will 2000 Maſs Weingeist von 82 Grad in Weingeist von 38 Grad durch Zusatz von Wasser umändern. Man weiſs, daſs Weingeist von 82 Grad auf 1 Maſs Alkohol 0,2377 Maſs Wasser, und in Weingeist von 38 Graden auf 1 Maſs Alkohol 1,7695 Maſs Wasser enthalten sind. Wieviel Wasser darf man also zusetzen?

Hier ist $\mu = 2000$; $n = 82$; $n^{\text{I}} = 38$; $m^{\text{II}} = 0,2377$; $m^{\text{I}} = 1,7695$; also ist

$$x = \frac{(1,7695 - 0,2377) \times 2000 \times 82}{100}$$

$$= 2412,152 \text{ Maſs.}$$

Man müſste also 2412,152 Maſs Wasser zusetzen;

das Volumen der Mischung würde aber nicht 2412,152 $+ 2000 = 4412,152$ Maſs, sondern nur
$2000 \times \frac{82}{38} = 4315,789$ Maſs, und also die Zusammenziehung in diesem Falle
$4412,152 - 4315,789 = 96,363$ Maſs betragen.

Kapitel XXXVII.

Berechnung des Volumens einer Combination, wenn die Volumina der Bestandtheile und die specifischen Gewichte der Combination und der Bestandtheile bekannt sind.

§. 118. Es verbindet sich das Volumen v der Substanz A mit dem Volumen v^{I} der Substanz B; wodurch die Zusammensetzung C entsteht. Das specifische Gewicht von A ist $= d$, das von B ist $= d^{I}$, das von C ist $= d^{II}$. Es ist nun die Frage, in welchem Verhältnisse A und B bei ihrem Zusammentreten sich condensiren, oder welches das Volumen von C seyn muſs?

Hier ist $v^{II} = x$.

Die Berechnung des Werthes für x geschieht zufolge §. nach der Formel

$$x = v^{II} = \frac{d\,v + d^{I}v^{I}}{d^{II}}$$

§. 119. Zahlenbeispiele. 39 Cubikzoll Salpeterstoffgas verbinden sich mit 117 Cubikzoll Hydrogengas zu Ammoniakgas. Das specifische Gewicht des Salpeterstoffgases ist $= 0,9722$; das des Hydrogengases $= 0,0694$; das des Ammoniakgases $= 0,5902$. Wie groſs ist demnach das Volumen des erzeugten Ammoniakgases?

Hier ist A Salpeterstoffgas; B Hydrogengas; C Ammoniakgas; $v = 39$; $v^{I} = 117$; $d = 0,9722$; $d^{I} = 0,0694$; $d^{II} = 0,5902$; $v^{II} = x$; also

$$x = v^{II} = \frac{(0,9722 \times 39) + (0,0694 \times 117)}{0,5902}$$
$$= 78 \text{ Cubikzoll.}$$

Also 39 Cubikzoll Salpeterstoff verbinden sich mit 117 Cubikzoll Hydrogengas, und dadurch entstehen 78 Cubikzoll Ammoniakgas; mithin erfolgt die Condensation der Ammoniak bildenden Bestandtheile in dem Verhältnisse wie 39 + 117 : 78 = 2 : 1 d. i. um die Hälfte des Volumens der Bestandtheile.

Oder: 100 Maſs Oxygengas verbinden sich mit 50 Maſs Hydrogengas zu Wassergas. Das specifische Gewicht des Oxygengases = 0,001342; das des Hydrogengases = 0,000084; das des Wassergases = 0,000755. Wieviel Maſs Wassergas werden durch die genannten Volumina Oxygengas und Hydrogengas erzeugt werden?

Hier ist A Oxygengas; B Hydrogengas; C Wassergas; $v = 50$; $v^{I} = 100$; $v^{II} = x$; $d = 0,001342$; $d^{I} = 0,000084$; $d^{II} = 0,000755$; also ist

$$x = v^{II} = \frac{(0,001342 \times 50) + (0,000084 \times 100)}{0,000755}$$
$$= 100 \text{ Maſs Wassergas.}$$

Also 100 Maſs Hydrogengas verdichten sich mit 50 Maſs Oxygengas zu 100 Maſs Wassergas; oder die Verdichtung erfolgt in dem Verhältnisse von 100 + 50 : 100 = $1\frac{1}{2}$: 1 = 3 : 2.

Oder: das specifische Gewicht des Salpeterstoffgases ist 0,9722; das des Oxygengases = 1,1111; das der atmosphärischen Luft = 1,0000. Da mit 40 Cubikzoll Salpeterstoffgas 100 Cubikzoll Oxygengas vermischt werden müssen, um atmosphärische Luft zu bilden: so frägt sich, wieviel Cubikzoll atmosphärischer Luft dadurch erzeugt worden,

oder in welchem Verhältnisse die Condensation des Salpeterstoffgases und Oxygengases stattfinde, wenn diese sich zu atmosphärischer Luft verbinden?

Hier ist A Salpeterstoffgas; B Oxygengas; C atmosphärische Luft; $d = 0,9722$; $d^{I} = 1,1111$; $d^{II} = 1,0000$; $v = 400$; $v^{I} = 100$; $v^{II} = x$; und also

$$x = v^{II} = \frac{(0,9722 \times 400) + (1,1111 \times 100)}{1,0000}$$

$$= 499,99 \ldots. (= 500) \text{ Cubikzoll.}$$

Also 400 Cubikzoll Salpeterstoffgas geben mit 100 Cubikzoll Oxygengas 500 Cubikzoll atmosphärischer Luft; also ist das Verhältniſs der Condensation $= 400 + 100 : 500 = 1 : 1$; d. h. es findet gar keine Verdichtung statt.

Oder: das specifische Gewicht des Oxygengases $= 1,1111$ ist das des Kohlenoxydgases $= 0,9722$; das des Kohlensäuregases $= 1,5266$. Um Kohlensäure zu bilden, erfordern 500 Cubikzoll Kohlenoxydgas 250 Cubikzoll Oxygengas. Wie groſs wird das Volumen des erzeugten Kohlensäuregases seyn?

Hier ist A Oxygengas; B Kohlenoxydgas; C Kohlensäuregas; $v = 250$; $v^{I} = 500$; $v^{II} = x$; $d = 1,1111$; $d^{I} = 0,9722$; $d^{II} = 1,5266$; also ist

$$x = v^{II} = \frac{(1,1111 \times 250) + (0,9722 \times 500)}{1,5266}$$

$$= 500 \text{ Cubikzoll Kohlensäuregas.}$$

Also 500 Cubikzoll Kohlenoxydgas geben mit 250 Cubikzoll Oxygengas 500 Cubikzoll Kohlensäuregas; also erfolgt eine Condensation in dem Verhältnisse von $500 + 250 : 500 = 750 : 500 = 1,5 : 1 = 3 : 2$.

Kapitel XXXVIII.

Berechnung der Gewichtsverhältnisse, in denen die Substanzen sich verbinden, wenn die Verbindungsverhältnisse dem Volumen nach und die specifischen Gewichte der Substanzen bekannt sind.

§. 120. Die absoluten Gewichte der Körper müssen in demselben Verhältnisse wachsen, in welchem die Gröfsen der specifischen Gewichte und der Volumina zunehmen. Es verhalten sich die absoluten Gewichte solcher Substanzen, welche hinsichtlich der specifischen Gewichte gleich sind, wie die Volumina. Hat man von irgend einer Substanz zwei Volumina V und V^I, deren Gröfsen sich zu einander verhalten wie 1 : 5: so mufs begreiflich das absolute Gewicht von 5 V gerade so viel betragen wie 1 V^I. Sind dagegen die Volumina V und V^I hinsichtlich ihrer Gröfse gleich, rücksichtlich ihres substanziellen Inhalts und deren specifischen Dichtigkeiten verschieden, indem letztere sich z. B. wie 3 : 5 verhalten: so mufs das absolute Gwicht von 5 V = demjenigen seyn von 3 V^I. Folglich stehen die absoluten Gewichte der Substanzen in einem zusammengesetzten Verhältnisse: in dem direkten ihrer Volumina und Dichtigkeiten.

Setzen wir also von zwei Substanzen, die sich mit einander verbinden zu einem dritten zusammengesetzten Körper, als bekannt voraus, die Verhältnisse ihrer Volumina und ihrer absoluten und specifischen Gewichte; heifst die erste Substanz A, die zweite B, und die Combination beider C, ist

	Das absolute Gewicht.	Das specifische Gewicht.	Das Volumen.
von A	g	d	v
- B	g^I	d^I	v^I
- C	g^{II}	d^{II}	v^{II}

so mufs der eben in Worten ausgesprochene Satz durch Zeichen folgendermafsen ausgedrückt werden

$$g : g^{I} : g^{II} = d \times v : d \times v^{I} : d \times v^{II};$$

hierin stecken folgende drei Proportionen:

$$1)\ g : g^{I} = d \times v : d^{I} \times v^{I},$$
$$2)\ g : g^{II} = d \times v : d^{II} \times v^{II},$$
$$3)\ g^{I} : g^{II} = d^{I} \times v^{I} : d^{II} \times v^{II};$$

aufserdem haben wir die Bindungsgleichung

$$g^{II} = g + g^{I};$$

denn das absolute Gewicht des Ganzen ist die Summe der absoluten Gewichte der Theile.

§. 121. Aus den eben aufgestellten Proportionen lassen sich leicht andere, und aus der Gleichung in Verbindung mit den Proportionen andere Gleichungen deduciren.

Wenn nämlich

$$g : g^{I} = d \times v : d^{I} \times v^{I}:$$

so kann man setzen

$$\frac{g}{v} : \frac{g^{I}}{v^{I}} = d : d^{I},$$

und aus

$$g^{I} : g^{II} = d^{I} \times v^{I} : d^{II} \times v^{II}$$

wieder

$$\frac{g^{I}}{v^{I}} : \frac{g^{II}}{v^{II}} = d^{I} : d^{II}$$

oder zusammengezogen;

$$d : d^{I} : d^{II} = \frac{g}{v} : \frac{g^{I}}{v^{I}} : \frac{g^{II}}{v^{II}}:$$

d. h. die specifischen Dichtigkeiten verhalten sich, wie die Quotienten aus den absoluten Gewichten durch die Volumina.

Aus den einzeln gebliebenen Proportionen erhält man

$$d : d^{I} = v^{I} \times g : v \times g^{I}$$

und $$d^{I} : d^{II} = v^{II} \times g^{I} : v^{I} \times g^{II}$$

d. h. die Dichtigkeiten der Substanzen stehen im direkten Verhältnisse ihrer absoluten Gewichte, und im indirekten ihrer Volumina.

Eben so würden die Verhältnisse der Volumina zu deduciren seyn.

$$v : v^{I} : v^{II} = \frac{g}{d} : \frac{g^{I}}{d^{I}} : \frac{g^{II}}{d^{II}}.$$

In dieser zusammengezogenen Form werden die Proportionen zwar in praktischen Fällen nicht häufig gebraucht, hebt man sie aber einzeln hervor: so geben immer fünf, von den neun Gröſsen, die übrigen.

§. 122a. Die Entwicklung solcher Formeln aus in Rede stehenden Proportionen, daſs durch fünf der angegebenen Gröſsen immer eine sechste ausgedrückt erscheint, wäre folgende. Die Proportion, deren Richtigkeit allgemein einleuchtend ist, und auf welche die übrigen beruhen, ist

I. $g : g^{I} : g^{II} = dv : d^{I}v^{I} : d^{II}v^{II}$

und die Hauptgleichung, welche sich auch von von selbst versteht

II. $g^{II} = g + g^{I}$.

Aus diesem folgt

$$g : g^{I} = dv : d^{I}v^{I}$$

oder

$$g + g^{I} : g = dv + d^{I}v^{I} : dv$$

und weil

$$g + g^{I} = g^{II}$$

$$g^{II} : g = dv + d^{I}v^{I} : dv.$$

Es ist aber auch

$$g^{II} : g = d^{II}v^{II} : dv;$$

folglich

$$d^{II}v^{II} : dv = dv + d^{I}v^{I} : dv$$

also

$$d^{II}v^{II} = dv + d^{I}v^{I};$$

d. h. das Produkt aus der Dichtigkeit in das Volumen einer chemischen Verbindung ist als zusammengesetzt zu betrachten aus der Summe solcher Produkte ihrer nähern Bestandtheile.

Man findet aus diesem Satze, daſs d^{II} und v^{II} auf gleiche Weise aus den übrigen Gröſsen gefunden werden, nämlich:

$$1)\ d^{II} = \frac{dv + d^{I}v^{I}}{v^{II}},$$

$$2)\ v^{II} = \frac{dv + d^{I}v^{I}}{d^{II}}.$$

Diese Formeln setzen also voraus, daſs d, d^{I}, v, v^{I} und entweder v^{II} oder d^{II} bekannt sind, um daraus d^{II} oder v^{II} berechnen zu können, und daſs sich die Substanzen A und B in unveränderlichen Verhältnissen mit einander verbinden, um Combinationen einer Art C zu bilden.

Mittelst dieser beiden Formeln entwickeln sich nun leicht durch Transposition diejenigen, welche daraus folgen müssen. Es geht nämlich aus

$$d^{II}v^{II} = dv + d^{I}v^{I}$$

hervor

$$3)\ dv = d^{II}v^{II} - d^{I}v^{I},$$

oder was einerlei ist

$$d^{I}v^{I} = d^{II}v^{II} - dv;$$

hieraus also

$$d = \frac{d^{II}v^{II} - d^{I}v^{I}}{v};$$

$$v = \frac{d^{II}v^{II} - d^{I}v^{I}}{d};$$

$$d^{I} = \frac{d^{II}v^{II} - dv}{v^{I}};$$

$$v^{I} = \frac{d^{II}v^{II} - dv}{d^{I}}.$$

Die Entwickelung der übrigen Formeln aus der ursprünglichen Proportion ist noch einfacher. Denn man hat nur die ursprüngliche zusammengesetzte Proportion zu vereinzeln; es entstehen dann drei Proportionen, und jede dieser einzelnen liefert sechs Gleichungen: mithin erhält man achtzehn Gleichungen, die auf einer Seite immer fünf Grössen haben, welche als gegeben anzusehen sind; und auf der linken Seite Eine Gröſse, die man als unbekannt ansieht, und welche sich aus jenen berechnen läſst.

Nämlich aus

a) $g : g^{\mathrm{I}} = d v : d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}}$

erhalten wir:

$$1)\ g = \frac{g^{\mathrm{I}} \times d v}{d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}}},$$

$$2)\ g^{\mathrm{I}} = \frac{g \times d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}}}{d v},$$

$$3)\ d = \frac{d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}} \times g}{g^{\mathrm{I}} \times v},$$

$$4)\ d^{\mathrm{I}} = \frac{d v \times g^{\mathrm{I}}}{g \times v^{\mathrm{I}}},$$

$$5)\ v = \frac{d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}} \times g}{g^{\mathrm{I}} \times d},$$

$$6)\ v^{\mathrm{I}} = \frac{d v \times g^{\mathrm{I}}}{g \times d^{\mathrm{I}}};$$

aus

b) $g^{\mathrm{I}} : g^{\mathrm{II}} = d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}} : d^{\mathrm{II}} v^{\mathrm{II}}$:

$$7)\ g^{\mathrm{I}} = \frac{g^{\mathrm{II}} \times d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}}}{d^{\mathrm{II}} v^{\mathrm{II}}},$$

$$8)\ g^{\mathrm{II}} = \frac{d^{\mathrm{II}} v^{\mathrm{II}} \times g^{\mathrm{I}}}{d^{\mathrm{I}} v^{\mathrm{I}}},$$

$$9)\ d^{\mathrm{I}} = \frac{g^{\mathrm{I}} \times d^{\mathrm{II}} v^{\mathrm{II}}}{g^{\mathrm{II}} \times v^{\mathrm{I}}},$$

$$10)\ d^{II} = \frac{g^{II} \times d^{I} v^{I}}{g^{I} \times v^{II}},$$

$$11)\ v^{I} = \frac{d^{II} v^{II} \times g^{I}}{g^{II} \times d^{I}},$$

$$12)\ v^{II} = \frac{d^{I} v^{I} \times g^{II}}{g^{I} \times d^{II}};$$

und aus

$$c)\ g : g^{II} = d\,v : d^{II} v^{II}:$$

$$13)\ g = \frac{g^{II} \times d\,v}{d^{II} v^{II}},$$

$$14)\ g^{II} = \frac{d^{II} v^{II} \times g}{d\,v},$$

$$15)\ d = \frac{d^{II} v^{II} \times g}{g^{II} \times v},$$

$$16)\ d^{II} = \frac{d\,v \times g^{II}}{g \times v^{II}},$$

$$17)\ v = \frac{d^{II} v^{II} \times g}{d \times g^{II}},$$

$$18)\ v^{II} = \frac{d\,v \times g^{II}}{g \times d^{II}};$$

122b. Sind also die Verhältnisse, in welchem sich dem Volumen nach zwei Substanzen A und B zu der Combination C verbinden, so wie die specifischen Gewichte von A und B, bekannt: so läſst sich hieraus das Verbindungsverhältniſs zwischen A und B dem Gewichte nach berechnen. Es heiſse das specifische Gewicht von A, d; von B, d^{I}; es sei bekannt, daſs sich das Volumen v von A mit dem Volumen v^{I} von B verbinde.

Setzen wir nun $g = 1$ und $g^{I} = x$: so haben wir zufolge der vorhergehenden §. §. nach

$$g : g^{I} = d\,v : d^{I} v^{I}$$
$$1 : x = d\,v : d^{I} v^{I}$$

oder

$$d\,v : d^{I} v^{I} = 1 : x$$

folglich

$$x = g^1 = \frac{d^1 \times v^1}{d\,v}$$

§. 123. Zahlenbeispiele. Es sei bekannt, daſs sich 100 Maſstheile Kohlenoxydgas mit 50 Maſstheilen Oxygengas zu Kohlensäure verbinden. Die specifische Dichtigkeit des Kohlenoxydgases sei = = 14,0; das des Oxygengases = 16,0 (das des Hydrogengases = 1,0 gesetzt). Es wird gefragt nach dem Verhältnisse, in welehem sich beide Gase dem Gewichte nach verbinden?

Hier ist $v = 100$; $v^1 = 50$; $d = 14$; $d^1 = = 16$; sei nun $g = 1$ und $g^1 = x$: so ist nach

$$g^1 : g = d^1 v^1 : d\,v$$

oder nach

$$1 : x = 16 \times 50 : 14 : 100$$

oder nach

$$16 \times 50 : 14 \times 100 = 1 : x$$

also $$x = \frac{14 \times 100}{16 \times 50} = 1{,}75 \text{ Gewichtstheile.}$$

Also das Gewichtsverhältniſs in welchem sich Oxygengas mit Kohlenoxydgas verbindet ist, = 1 : 1,75; d. h. mit einem Gewichtstheile Oxygengas verbinden sich $1\frac{3}{4}$ Gewichtstheile Kohlenoxydgas. Wäre also die stöchiometrische Zahl des Oxygens = 1 angenommen: so wäre die des Kohlenoxydgases = 1,75. Setzt man dagegen die stöchiometrische Zahl des Oxygens = 8: so hätte man das Gewichtsverhältniſs $8 \times 1 : 8 \times 1{,}75 = 8 : 14$; d. h. dann wäre die stöchiometrische Zahl des Kohlenoxydgases = 14.

Oder 1000 Cubikzoll Hydrogengas verbinden sich mit 500 Cubikzoll Oxygengas zu Wassergas. Das specifische Gewicht des Hydrogengases = 0,0694;

das des Oxygengases = 1,1111 (das der atmosphärischen Luft = 1,0000); in welchem Gewichtsverhältnisse verbinden sich diesemnach Hydrogen und Oxygen zu Wasser?

Hier ist $v = 1000$; $v^{1} = 500$; $d = 0{,}0694$; $d^{1} = 1{,}1111$; $g = 1$; und $g^{1} = x$; also

$$x = g^{1} = \frac{1{,}1111 \times 500}{0{,}0694 \times 1000} = 8{,}00 \text{ Gewichtstheile.}$$

Also das Gewichtsverhältnifs in dem sich Hydrogen mit Oxygen zu Wasser verbinden, ist = 1 : 8; mit einem Gewichtstheile Hxydrogen verbinden sich 8 Gewichtstheile Oxygen. Ist die stöchiometrische Zahl des Hydrogens = 1: so ist die des Oxygens = 8.

Oder: 100 Cubikzoll Wasserdampf verbinden sich mit 100 Cubikzoll ölbildenden Gases zu Alkohol. Das specifische Gewicht des Wasserdampfes = 0,5625; das des ölbildenden Gases = 0,8750 (das des Oxygengases = 1,000). Wieviel ölbildendes Gas wird dem Gewichte nach von einer Drachme Wassergas verlangt, zur Bildung von Alkohol?

Hier ist $v = v^{1} = 100$; $d = 0{,}5625$; $d^{1} = 0{,}875$; $g = 1$; $g^{1} = x$; also nach

$$1 : x = 0{,}5625 \times 100 : 100 \times 0{,}875$$

$$x = \frac{0{,}875 \times 100}{0{,}5625 \times 100} = 0{,}7777 \text{ Drachmen.}$$

Wäre die stöchiometrische Zahl des Wassergases = 1: so wäre die des ölbildenden Gases = 0,7777. Mit einer Drachme Wassergas verbinden sich 0,7777 Drachmen ölbildendes Gas. Ist dagegen die stöchiometrische Zahl des Wassergases (wenn die des Hydrogengases = 1) = 9: so ist die des ölbildenden Gases = 9 × 0,7777 = 6,999 + ... (= 7).

Oder: verbinden sich mit 400 Maſs Salpetergas 100 Maſs Oxygengas zu untersalpeteriger Säure. Das specifische Gewicht des Oxygengases = 0,001342; das des Salpetergases = 0,001258. Wieviel Gran Salpetergas verbinden sich mit 8 Gran Oxygengas?

Hier ist $g = 8$; $g^{I} = x$; $v = 100$; $v^{I} = 400$; $d = 0{,}001342$; $d^{I} = 0{,}001258$; also ist nach

$$0{,}001342 \times 100 : 0{,}001258 \times 400 = 8 : x$$

$$x = g^{I} = \frac{0{,}001258 \times 400 \times 8}{0{,}001342 \times 100}$$

$$= 29{,}99 + \ldots . (= 30) \text{ Gran.}$$

Also mit 8 Gran Oxygengas verbinden sich 30 Gran Salpetergas zu untersalpeteriger Säure. Ist also die stöchiometrische Zahl des Oxygens = 8: so ist die des Salpetergases = 30, die der untersalpetrigen Säure also = 8 + 30 = 38.

Kapitel XXXIX.

Berechnung des specifischen Gewichts einer Combination, wenn die Volumina der Bestandtheile und der Combination und die specifischen Gewichte der Bestandtheile bekannt sind.

§. 124. Es sei bekannt, daſs sich das Volumen v der Substanz A mit dem Volumen v^{I} der Substanz B zur zusammengesetzten Substanz C verbindet; deren Menge dem Volumen nach $= v^{II}$ wird. Das specifische Gewicht von $A = d$; das von $B = d^{I}$. Es soll berechnet werden, wie groſs das specifische Gewicht von C seyn müsse.

Hier ist also $d^{II} = x$.

Nach §. 122a wird der Werth für $x = d^{II}$ gefunden nach

$$x = d^{II} = \frac{d v + d^{I} v^{I}}{v^{II}}.$$

§. 125. Zahlenbeispiele. Es verbinden sich 100 Maſs Kohlenoxydgas mit 100 Maſs Chlorgas und erzeugen dadurch 100 Phosgengas. Das specifische Gewicht (des Hydrogengases = 1 gesetzt) des Kohlenoxydgases = 14, das des Chlorgases = 35,54. Wie groſs wird das specifische Gewicht des Phosgengases seyn müssen?

Hier ist A Kohlenoxydgas; B Chlorgas; C Phosgengas; $d = 14$; $d^{I} = 35{,}54$; $d^{II} = x$; $v = 100$; $v^{I} = 100$; $v^{II} = 100$; also ist

$$x = d^{II} = \frac{(14 \times 100) + (35{,}54 \times 100)}{100}$$
$$= 14 + 35{,}54$$
$$= 49{,}54.$$

Wäre dagegen das specifische Gewicht (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) des Kohlenoxydgases also $d = 0{,}9722$: so ist das des Chlorgases also $d^{I} = 2{,}4582$, und dann wäre das des Phosgengases also

$$x = d^{II} = 0{,}9722 + 2{,}4582$$
$$= 3{,}4304.$$

Oder: es soll aus folgenden Datis das specifische Gewicht des Aetherdampfes berechnet werden. Man weiſs, daſs sich 200 Cubikzoll Wassergas mit 400 Cubikzoll ölbildendes Gas zu 200 Cubikzoll Aetherdampf verbinden. Das specifische Gewicht (das der atmosphärischen Luft = 1 genommen) des Wassergases = 0,6250; das des ölbildenden Gases = 0,9722.

Hier ist A Wassergas; B ölbildendes Gas; C Aetherdampf; $v = 200$; $v^{I} = 400$; $v^{II} = 200$; $d = 0{,}6250$; $d^{I} = 0{,}9722$; $d^{II} = x$; also ist

$$x = d^{II} = \frac{(0{,}625 \times 200) + (0{,}9722 \times 400)}{200}$$
$$= 0{,}625 + (0{,}9722 \times 2) = 2{,}5694.$$

Oder: ist das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1: so ist das des Oxygengases = 1,1111; das des Salpeterstoffgases = 0,9722. Es verbinden sich zwei Maſs Salpeterstoff mit einem Maſs Oxygengas und erzeugen dadurch zwei Maſs oxydulirtes Salpeterstoffgas. Wie groſs wird das specifische Gewicht des oxydulirten Salpeterstoffgases seyn müssen?

Hier ist A Oxygengas; B Salpeterstoffgas; C oxydulirtes Salpeterstoffgas; $d = 1{,}1111$; $d^{I} = 0{,}9722$; $d^{II} = x$; $v^{I} = v^{II} = 2$; $v = 1$; also ist

$$x = d^{II} = \frac{(1{,}1111 \times 1) + (2 \times 0{,}9722)}{2}$$

$$= 1{,}5277.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Ammoniakgases berechnet werden. Man wisse, daſs sich 150 Cubikzoll Hydrogengas mit 50 Cubikzoll Salpeterstoffgas verbinden, und dadurch 100 Cubikzoll Ammoniakgas erzeugen. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1, so ist das des Hydrogengases = 0,0694; das des Salpeterstoffgases = 0,9722.

Hier ist A Hydrogengas; B Salpeterstoffgas; C Ammoniakgas; $v = 150$; $v^{I} = 50$; $v^{II} = 100$; $d = 0{,}0694$; $d^{I} = 0{,}9722$; $d^{II} = x$; also

$$x = d^{II} = \frac{(0{,}0694 \times 150) + (0{,}9722 \times 50)}{100}$$

$$= 0{,}5902.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Kohlenhydrogengases zu berechnen seyn. 1000 Maſs Hydrogengas verbinden sich mit 500 Maſs Kohlengas und erzeugen 500 Maſs Kohlenhydrogengas. Ist das specifische Gewicht der atmosphärischen

Luft = 1; so ist das des Kohlengases = 0,4167; das des Hydrogengases = 0,0694.

Hier ist A Hydrogengas; B Kohlengas; C Kohlenhydrogengas; $v = 1000$; $v^{I} = v^{II} = 500$; $d = 0{,}0694$; $d^{I} = 0{,}4167$; $d^{II} = x$; also ist

$$x = \frac{(0{,}0694 \times 1000) + (0{,}4167 \times 500)}{500}$$
$$= (0{,}0694 \times 2) + 0{,}4167$$
$$= 0{,}5555.$$

Oder es soll das specifische Gewicht des Kohlensäuregases berechnet werden. Es verbinden sich 100 Maſs Kohlengas mit 100 Maſs Oxygengas und erzeugen 100 Maſs Kohlensäuregas. Ist das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1, so ist das des Oxygengases = 1,1111; das des Kohlengases = 0,4167.

Hier ist A Kohlengas; B Oxygengas; C Kohlensäuregas; $v = v^{I} = v^{II} = 100$; $d = 0{,}4167$; $d^{I} = 1{,}1111$; $d^{II} = x$; also ist

$$x = d^{II} = 0{,}4167 + 1{,}1111$$
$$= 1{,}5278.$$

Kapitel XL.

Berechnung des specifischen Gewichts des einen Bestandtheils irgend einer Combination, wenn bekannt sind: die Volumina der Bestandtheile und der Combination und das specifische Gewicht des andern Bestandtheils und der Combination.

§. 126. Es sei bekannt, daſs sich v Maſstheile der Substanz A mit v^{I} Maſstheilen der Substanz B zu v^{II} Maſstheilen der Combination C verbinden. Man wisse ferner, daſs das specifische Gewicht der Combination C = d^{II} sei, und kenne auch das specifische Gewicht von A oder B. Aus diesen Datis

soll dann das unbekannte specifische Gewicht von B oder A, also d^{I} oder d berechnet werden.

Ist d = x: so wird der Werth für x gefunden zufolge §. 122 a.

$$x = d = \frac{d^{II}v^{II} - d^{I}v^{I}}{v};$$

ist dagegen d^{I} = x: so findet man nach §. 122 a.

$$x = d^{I} = \frac{d^{II}v^{II} - d\,v}{v^{I}}.$$

§. 127. Zahlenbeispiele. Es soll das specifische Gewicht des Cyangases berechnet werden (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt). Es sei bekannt, daſs sich 100 Maſs Hydrogengas mit 100 Maſs Cyangas verbinden und dadurch 200 Maſs Hydrocyangas erzeugen; das specifische Gewicht des Hydrogengases = 0,0694; das des Hydrocyangases = 0,9375.

Hier ist A Hydrogengas; B Cyangas; C Hydrocyangas; $v = v^{I} = 100$; $v^{II} = 200$; $d = 0{,}0694$; $d^{I} = x$; $d^{II} = 0{,}9375$; also ist

$$x = d^{I} = \frac{(0{,}9375 \times 200) - (0{,}0694 \times 100)}{100}$$
$$= 0{,}9375 \times 2 - 0{,}0694$$
$$= 1{,}8056.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Kohlengases berechnet werden (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt). Es ist bekannt, daſs das specifische Gewicht des Oxygengases = 1,1111; das des Kohlenoxydgases = 0,9722 ist; es verbinden sich 200 Maſs Oxygengas mit 400 Maſs Kohlengas und bilden 400 Maſs Kohlenoxydgas.

Hier ist A Oxygengas; B Kohlengas; C Kohlenoxydgas; $v^{I} = v^{II} = 400$; $v = 200$; $d = 1{,}1111$; $d^{II} = 0{,}9722$; $d^{I} = x$; also ist

$$x = d^{1} = \frac{(0{,}9722 \times 400) - (1{,}1111 \times 200)}{400}$$
$$= 0{,}4166.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Schwefelgases berechnet werden (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt). Das specifische Gewicht des Hydrogengases = 0,0694; das des Schwefelhydrogens = 1,1798. Es verbinden sich 80 Cubikzoll Hydrogengas mit 80 Cubikzoll Schwefeldunst oder Schwefelgas, und erzeugen dadurch 80 Cubikzoll Schwefelhydrogengas.

Hier ist A Hydrogengas; B Schwefeldunst oder Schwefelgas; C Schwefelhydrogengas; $v = v^{1} = v^{11} = 80$; $d = 0{,}0694$; $d^{1} = x$; und $d^{11} = 1{,}1798$; also ist

$$x = d^{1} = 1{,}1798 - 0{,}0694$$
$$= 1{,}1104.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Fluorindunstes berechnet werden (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) aus dem Flufssäuregas. Das specifische Gewicht des letztern = 0,5937; das des Hydrogengases = 0,0694. Es verbindet sich ein Mafs Fluorindampf mit einem Mafs Hydrogengas und liefert zwei Mafs Flufssäuregas.

Hier ist A Hydrogengas; B Fluordampf; C Flufssäuredampf; $v = v^{1} = 1$; $v^{11} = 2$; $d = 0{,}0694$; $d^{1} = x$; $d^{11} = 0{,}5937$; also ist

$$x = d^{1} = \frac{0{,}5937 - 0{,}0694}{2}$$
$$= 0{,}2621.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Salpeterstoffgases (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) berechnet werden. Das specifische Gewicht des oxydirten Salpeterstoffgases = 1,0416; das des

Oxygengases = 1,1111. Es verbinden sich 50 Cubikzoll Oxygengas mit 50 Cubikzoll Salpeterstoffgas und erzeugen dadurch 100 Cubikzoll oxydirtes Salpeterstoffgas.

Hier ist A Oxygengas; B Salpeterstoffgas; C oxydirtes Salpeterstoffgas; $d = 1{,}1111$; $d^{\text{I}} = x$; $d^{\text{II}} = 1{,}0416$; $v = 50$; $v^{\text{I}} = 50$; $v^{\text{II}} = 100$. Es ist also

$$x = d^{\text{I}} = \frac{(1{,}0416 \times 100) - (1{,}1111 \times 50)}{50}$$
$$= 2 \times 1{,}0416 - 1{,}1111$$
$$= 0{,}9721 + \ldots . (= 0{,}9722).$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Hydrogengases berechnet werden. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 ist, so ist das des ölbildenden Gases = 0,9722; das des Kohlengases = 0,4167. Man wisse ferner, daſs sich 500 Cubikzoll Kohlengas mit eben soviel Hydrogengas verbinden, und dadurch 250 Cubikzoll ölbildendes Gas erzeugt werden.

Hier ist A Kohlengas; B Hydrogengas; C ölbildendes Gas; $v = v^{\text{I}} = 500$; $v^{\text{II}} = 250$; $d = 0{,}4167$; $d^{\text{I}} = x$; $d^{\text{II}} = 0{,}9722$; also ist

$$x = d^{\text{I}} = \frac{(0{,}9722 \times 250) - (0{,}4167 \times 500)}{500}$$
$$= 0{,}0694.$$

Kapitel XLI.

Berechnung des Volumens des einen Bestandtheils einer Combination, wenn bekannt sind die Volumina des andern Bestandtheils und der Combination und die specifischen Gewichte der Bestandtheile und der Combination.

§. 128. Es sei bekannt, daſs die Combination C aus den Substanzen A und B zusammengesetzt

ist; man kennt das specifische Gewicht von $C = d^{II}$; von $B = d^{I}$; von $A = d$; man weifs auch, dafs, um das Volumen v^{II} der Combination C zu erzeugen, von der Substanz A das Volumen v angewendet werden mufs: es ist aber unbekannt und zu suchen die Gröfse des erforderlichen Volumens von B.

Also $v^{I} = x$.

Man findet den Werth von x nach §. 122a. folgendermafsen.

$$x = v^{I} = \frac{d^{II} v^{II} - d v}{d^{I}}.$$

Wäre das zu v^{II} von C erforderliche Volumen von B, also v^{I} bekannt, und v oder das Volumen von A unbekannt und also $= x$: so fände man eben dieserhalb:

$$x = v = \frac{d^{II} v^{II} - d^{I} v^{I}}{d}.$$

§. 129. Zahlenbeispiele. Man weifs, dafs das Ammoniakgas aus Hydrogengas und Salpeterstoffgas zusammengesetzt sei, dafs um 1000 Mafs Ammoniakgas zu erzeugen: 500 Mafs Salpeterstoffgas erfordert werden, es ist aber unbekannt, wieviel Mafs Hydrogengas nöthig sind. Da das specifische Gewicht des Oxygengases = 1 gesetzt ist, so ist das des Ammoniakgases = 0,5312; das des Hydrogengases = 0,0625; das des Salpeterstoffgases = 0,8750.

Hier ist A Salpeterstoffgas; B Hydrogengas; C Ammoniakgas; $d = 0,875$; $d^{I} = 0,0625$; $d^{II} = 0,5312$; $v = 500$; $v^{I} = x$: $v^{II} = 100$; also ist

$$x = v^{I} = \frac{(0,5312 \times 1000) - (0,875 \times 500)}{0,0625}$$
$$= 1499 + \ldots (= 1500) \text{ Mafs.}$$

Also verbinden sich mit einem Maſse Salpeterstoffgas 3 Maſs Hydrogengas, um 2 Maſs Ammoniakgas zu bilden.

Oder: es soll die Anzahl Cubikzoll des Kohlengases ermittelt werden, welche sich mit 100 Cubikzoll Salpeterstoffgas zu 100 Cubikzoll Cyangas verbinden. Das specifische Gewicht des Cyangases ist $= 1,8056$; das des Salpeterstoffgases $= 0,9722$; das des Kohlengases $= 0,4166$.

Hier ist A Kohlengas; B Salpeterstoffgas; C Cyangas; $v = x$, $v^{I} = v^{II} = 100$; $d = 0,4166$; $d^{I} = 0,9722$; $d^{II} = 1,8056$; also ist

$$x = v = \frac{(1,8056 \times 100) - (0,9722 \times 100)}{0,4166}$$

$$= 200 \text{ Cubikzoll.}$$

Also verbindet sich 1 Volumen Salpeterstoffgas mit 2 Voluminibus Kohlengas, um 1 Volumen Cyangas zu bilden.

Oder: wenn das specifische Gewicht des Wassers $= 1$ gesetzt wird: so ist das des Wassergases $= 0,000755$; das des Hydrogengases $= 0,000084$; das des Oxygengases $= 0,001342$. Um 600 Maſs Wassergas zu erzeugen, sind 600 Maſs Hydrogengas erforderlich, und es soll die Menge Oxygengas ermittelt werden, welche, dem Volumen nach, nothwendig ist.

Hier ist A Hydrogengas; B Oxygengas; C Wassergas; $d^{II} = 0,000755$; $d^{I} = 0,001342$; $d = 0,000084$; $v = v^{II} = 600$; $v^{I} = x$, also ist

$$x = v^{I} = \frac{(0,000755 \times 600) - (0,000084 \times 600)}{0,001342}$$

$$= 300 \text{ Maſs.}$$

Kapitel XLII.

Berechnung des absoluten Gewichts eines gegebenen Volumens einer Combination, wenn bekannt das Volumen der darin enthaltenen Gewichtsmenge des einen Bestandtheils und das specifische Gewicht dieses Bestandtheils und der Combination.

§. 130. Die Substanz A verbindet sich mit der Substanz B, und liefert die Combination C. Um von letzterer das Volumen v^{u} zu erzeugen, mufs man von A das Gewicht g nehmen; diese erforderliche Menge von A hat ein Volumen $= v$; das specifische Gewicht von A ist $= d$; das von C aber $= d^{u}$. Aus diesen Datis soll das absolute Gewicht des Volumens v^{u} von C berechnet werden. Es ist also $g^{u} = x$.

Den Werth von x findet man nach §. 122 a.

$$x = g^{u} = \frac{d^{u} v^{u} \times g}{d v}.$$

§. 131. Zahlenbeispiele. Kohlengas und Hydrogengas verbinden sich zu Kohlenhydrogengas. Um 100 Mafs Kohlenhydrogengas zu erzeugen, sind 200 Mafs Hydrogengas erforderlich. Da das specifische Gewicht des Hydrogengases $= 1$ gesetzt ist, so ist das des Kohlenhydrogengases $= 8{,}0$; jene 200 Mafs Hydrogengas wiegen 5,25 Gran. Wieviel werden nun die erzeugten 100 Mafs Kohlenhydrogengas wiegen?

Hier ist A Hydrogengas; B Kohlengas; C Kohlenhydrogengas; $d = 1$; $d^{u} = 8$; $v = 200$; $v^{u} = 100$; $g = 5{,}25$; und $g^{u} = x$; also ist

$$x = g^{u} = \frac{8 \times 100 \times 5{,}25}{1 \times 200} = 21 \text{ Gran};$$

also jene 100 Mafs Kohlenhydrogengas wiegen 21 Gran.

Oder: man will wissen, wieviel Gran 36 Mafs Salpetergas wiegen. Es besteht aus Oxygengas und Salpeterstoffgas. Um die genannte Menge Salpetergas zu erzeugen, sind 18 Mafs Oxygengas nöthig, und diese haben ein Gewicht von 16 Gran. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 ist, so ist das des Oxygengases = 1,1111; und das des Salpetergases = 1,0416.

Hier ist A Oxygengas; B Salpeterstoffgas; C Salpetergas; $v = 18$; $v^{II} = 36$; $d = 1{,}1111$; $d^{II} = 1{,}0416$; $g = 16$; $g^{II} = x$; also ist

$$x = g^{II} = \frac{1{,}0416 \times 36 \times 16}{1{,}1111 \times 18} = 30 \text{ Gran.}$$

Oder: man weifs, dafs sich eine gewisse Menge Kohlengas mit 120 Cubikzoll Hydrogengas verbinden, und dafs dadurch 60 Cubikzoll ölbildendes Gas erzeugt werden; 120 Cubikzoll Hydrogengas wiegen 2,904 Gran. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 ist, so ist das des Hydrogengases = 0,0694; das des ölbildenden Gases = 0,9722. Es soll berechnet werden, wieviel Gran die erzeugte Menge ölbildendes Gas wiege?

Hier ist A Hydrogengas; B Kohlengas; C ölbildendes Gas; $v = 120$; $v^{II} = 60$; $d = 0{,}0694$; $d^{II} = 0{,}9722$; $g = 2{,}904$; $g^{II} = x$; also ist

$$x = g^{II} = \frac{0{,}9722 \times 60 \times 2{,}904}{0{,}0694 \times 120} = 20{,}34\,..\,\text{Gran.}$$

Also 60 Cubikzoll Hydrogengas wiegen 20,34 Gran.

Kapitel XLIII.

Berechnung der Gewichtsverhältnisse der Bestandtheile in einer vorgeschriebenen Menge der Combination, wenn bekannt sind: von letzterer und dem einen ihrer Bestandtheile Volumen und specifisches Gewicht.

§. 132. Die Combination C bestehe aus den Substanzen A und B. Die Gewichtsmenge g^{II} von

C ist dem Volumen nach $= v^{II}$; das specifische Gewicht von A ist d, das von C ist d^{II}. Um v^{II} von C, zu erzeugen ist von A, dem Volumen nach, v erforderlich. Aus diesen Datis soll das quantitative Mischungsverhältnifs in C, zwischen A und B ermittelt werden.

Man setze das Gewicht von v der Substanz A, also $g = x$; das Gewicht der erforderlichen Menge von B, also $g^{I} = y$. Man findet den Werth für x nach §. 122 a.

$$x = g = \frac{g^{II} \times d\,v}{d^{II}\,v^{II}};$$

dann ist

$$y = g^{I} = g^{II} - x.$$

§. 133. Zahlenbeispiele. Das Wassergas besteht aus Oxygengas und Hydrogengas. Da das specifische Gewicht des Wassers $= 1$ gesetzt ist, so ist das des Oxygengases $= 0{,}001342$; das des Wassergases $= 0{,}000755$. Um 100 Mafs Wassergas zu erzeugen, welche ein Gewicht von 45 Gran besitzen, sind 50 Mafs Oxygengas nöthig. Wieviel betragen diese 50 Mafs Oxygengas dem Gewichte nach, und wieviel Hydrogengas ist dem Gewichte nach erforderlich?

Hier ist A Oxygengas; B Hydrogengas; C Wassergas; $d = 0{,}001342$; $d^{II} = 0{,}000755$; $v = 50$; $v^{II} = 100$; $g^{II} = 45$; $g^{I} = y$; $g = x$; also ist

$$x = g = \frac{45 \times 0{,}001342 \times 50}{0{,}000755 \times 100}$$

$$= 39{,}99\ldots \text{Gran Oxygengas};$$

also

$$y = g^{I} = 45 - 39{,}99\ldots$$

$$= 5{,}111\ldots \text{Gran Hydrogengas.}$$

Oder: Blausäure besteht aus Cyanogen und Hydrogen. Das specifische Gewicht des Blausäuregases ist = 13,5; das des Hydrogengases = 1,0. Um 2000 Maſs Blausäuregas zu erzeugen, sind 1000 Maſs Hydrogengas erforderlich; und 1000 Maſs Blausäuregas wiegen 32 Gran. Wie ist nun die genannte Menge Blausäuregas dem Gewichte nach zusammengesetzt?

Hier ist C Blausäuregas; A Hydrogengas; B Cyanogengas; $d = 1{,}0$; $d^{II} = 13{,}5$; $v = 1000$; $v^{II} = 2000$; $g^{II} = 2 \times 32 = 64$; also ist

$$x = g = \frac{64 \times 1 \times 1000}{13{,}5 \times 2000} = 2{,}37\,.. \text{ Gran Hydrogengas.}$$

also

$$y = g^{I} = 64 - 2{,}37 = 61{,}63 \text{ Gran Cyanogengas.}$$

Also um 64 Gran Blausäuregas zu erzeugen, sind 61,64 Gran Cyanogengas und 2,37 Gran Hydrogengas erforderlich.

Oder: Ammoniakgas besteht aus Salpeterstoffgas und Hydrogengas. Es soll aus folgenden Datis das quantitative Mischungsverhältniſs der Bestandtheile des Ammoniaks dem Gewichte nach ermittelt werden. Das specifische Gewicht des Ammoniaks ist = 8,5; das des Hydrogengases = 1,0. Um 400 Volumina Ammoniakgas zu erzeugen, welche 34 Gran wiegen, sind 600 Volumina Hydrogengas nöthig.

Hier ist C Ammoniakgas; A Hydrogengas; B Salpeterstoffgas; $d^{II} = 8{,}5$; $d = 1{,}0$; $v = 600$; $v^{II} = 400$; $g^{II} = 34$; $g = x$; und $g^{I} = y = g^{II} - x$; also ist

$$x = g = \frac{34 \times 1 \times 600}{8,5 \times 400}$$
$$= 6 \text{ Gran Hydrogengas;}$$
und
$$y = g^{I} = 34 - 6$$
$$= 28 \text{ Gran Salpeterstoffgas;}$$
d. h. 6 Gran Hydrogengas bilden mit 28 Gran Salpeterstoffgas 34 Gran Ammoniakgas.

Kapitel XLIV.

Berechnung des Volumens derjenigen Gewichtsmenge einer Substanz von bekanntem specifischen Gewichte, welche in einer, dem Gewichte und dem Volumen nach, genannten Menge einer Combination von bekanntem specifischen Gewichte vorkömmt.

§. 134. In g^{II}, dem Gewichte nach, oder in v^{II}, dem Volumen nach, der Combination C, deren specifisches Gewicht $= d^{II}$ ist, ist von der Substanz A, dem Gewichte nach, die Menge g enthalten; das specifische Gewicht von A sei $= d$. Es soll durch Rechnung gefunden werden die Gröſse des Volumens, welches die Gewichtsmenge g der Substanz A einnimmt: es wird also $v = x$.

Man findet den Werth für x nach §. 122 a.

$$x = v = \frac{d^{II} v^{II} \times g}{d \times g^{II}}.$$

§. 135. Zahlenbeispiele. Es haben 206,6 Gran Ammoniakgas ein Volumen von 1000 Cubikzoll, und enthalten 169,9 Gran Salpeterstoffgas. Das specifische Gewicht des Ammoniakgases (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) ist 0,5902; das des Salpeterstoffgases = 0,9722. Es wird gefragt: wieviel Salpeterstoffgas dem Volumen nach in 1000 Cubikzoll Ammoniakgas enthalten sei?

Hier ist A Salpeterstoffgas; C Ammoniakgas; $v^{II} = 1000$; $v = x$; $d = 0{,}9722$; $d^{II} = 0{,}5902$; $g^{II} = 206{,}6$; $g = 169{,}9$; also ist

$$x = v = \frac{0{,}5902 \times 1000 \times 169{,}9}{0{,}9722 \times 206{,}6}$$
$$= 499{,}99 + \ldots (= 500).$$

Also sind in 206,6 Gran Ammoniakgas 500 Cubikzoll Salpeterstoffgas enthalten, und 500 Cubikzoll Salpeterstoffgas wiegen 169,9 Gran.

Oder: 200 Maſs Kohlenhydrogengas wiegen 24 Gran, und enthalten 6 Gran Hydrogengas. Das specifische Gewicht des Kohlenhydrogengases (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) ist = 0,5555; das des Hydrogengases = 0,0694. Es wird gefragt: wieviel Hydrogengas, dem Volumen nach, in 24 Gran Kohlenhydrogengas enthalten sei.

Hier ist A Hydrogengas; C Kohlenhydrogengas; $d = 0{,}0694$; $d^{II} = 0{,}5555$; $v^{II} = 200$; $v = x$; $g^{II} = 24$; $g = 6$; also ist

$$x = v = \frac{0{,}5555 \times 200 \times 6}{0{,}0694 \times 24}$$
$$= 400 \text{ Maſs}.$$

Also in 24 Gran Kohlenhydrogengas sind 400 Maſs Hydrogengas enthalten, und diese wiegen 6 Gran.

Kapitel XLV.

Berechnung des specifischen Gewichts einer Combination, wenn man weiſs: wieviel in einer, dem absoluten Gewichte und dem Volumen nach, genannten Menge derselben, von dem einen Bestandtheile, dessen specifisches Gewicht bekannt, dem Gewichte und dem Volumen nach, enthalten ist.

§. 136. Die Substanz A macht einen Bestandtheil der Combination C aus; das specifische Ge-

wicht von A ist $= d$; die Gewichtsmenge g^{II} von C hat ein Volumen $= v^{II}$; und enthält von der Substanz A, dem Gewichte nach, die Menge g, dem Volumen nach die Menge v. Es soll nun aus diesen Datis das specifische Gewicht der Combination C, also d^{II}, berechnet werden.

Hier ist $d^{II} = x$.

Man findet den Werth für x nach §. 122 a.

$$x = d^{II} = \frac{d\,v \times g^{II}}{g \times v^{II}}.$$

§. 137. Zahlenbeispiele. Es soll das specifische Gewicht des Hydrochloringases berechnet werden. 200 Maſs Hydrochloringas enthalten 100 Maſs Hydrogengas: erstere wiegen 72,8 Gran, letztere 2,0 Gran. Das specifische Gewicht (das der atmosphärischen Luft $= 1$ gesetzt) des Hydrogengases sei $= 0{,}0694$.

Hier ist A Hydrogengas; C Hydrochloringas; $v = 100$; $v^{II} = 200$; $d = 0{,}0694$; $g^{II} = 72{,}8$; $g = 2$; $d^{II} = x$; also ist

$$x = d^{II} = \frac{100 \times 0{,}0694 \times 72.8}{2 \times 200}$$

$$= 1{,}26308.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Hydriodinsäuregases berechnet werden. 600 Maſs Hydriodinsäuregas wiegen 252 Gran und enthalten 300 Maſs Hydrogengas, welche 2 Gran wiegen; das specifische Gewicht (das der atmosphärischen Luft $= 1$) des Hydrogengases $= 0{,}0694$.

Hier ist A Hydrogengas; C Hydriodinsäuregas; $v = 300$; $v^{II} = 600$; $d = 0{,}0694$; $d^{II} = x$; $g^{II} = 252$; $g = 2$; also ist

$$x = d^{II} = \frac{0{,}0694 \times 300 \times 252}{2 \times 600} = 4{,}3722.$$

Oder: 200 Maſs Schwefelkohlenstoffgas wiegen 114 Gran, und enthalten vom Schwefeldampfe, dem Volumen nach, 400 Maſs, dem Gewichte nach, 96 Gran; das specifische Gewicht des Schwefeldampfes (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) ist = 1,1111: es soll das specifische Gewicht des Schwefelkohlenstoffgases berechnet werden.

Hier ist A Schwefeldampf; C Schwefelkohlenstoffgas; $v = 400$; $v'' = 200$; $d = 1,1111$; $d'' = x$; $g'' = 114$; $g = 96$; also ist

$$x = d'' = \frac{400 \times 1,1111 \times 114}{200 \times 96}$$

$$= 2,6388.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des oxydulirten Chlorgases berechnet werden. 1000 Maſs Chloroxydulgas wiegen 434 Gran, und enthalten an Oxygengas 500 Maſs dem Volumen nach, oder 80 Gran dem Gewichte nach. Das specifische Gewicht (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) des Oxygengases ist = 1,1111.

Hier ist A Oxygengas; C Chloroxydulgas; $v = 500$; $v'' = 1000$; $d = 1,1111$; $d'' = x$; $g'' = = 434$; $g = 80$; also ist

$$x = d'' = \frac{1,1111 \times 500 \times 434}{1000 \times 80}$$

$$= 3,0138.$$

Kapitel XLIV.

Berechnung des specifischen Gewichts eines Bestandtheils einer Combination von bekanntem specifischen Gewichte, wenn man von ihm die Menge, dem Gewichte und dem Volumen nach, kennt, welche in einer, dem Gewichte und dem Volumen nach, bekannten Menge der Combination enthalten.

§. 138. Die Combination C hat das specifische Gewicht d'', und besteht aus den Substanzen A und B.

Eine gegebene Menge von C, deren Volumen v^{II}, und deren Gewicht g^{II} ist, enthält von der Substanz A, dem Gewichte nach, die Quantität g; diese Menge von A hat ein Volumen = v. Aus diesen Datis soll das specifische Gewicht von A, also d, durch Rechnung gefunden werden.

Es ist also d = x.

Der Werth für x wird gefunden nach §. 122a.

$$x = d = \frac{d^{II} v^{II} \times g}{g^{II} \times v}.$$

§. 139. Zahlenbeispiele. Es soll das specifische Gewicht des Cyanogengases aus folgenden Datis berechnet werden: Hydrocyansäure besteht aus Cyanogen und Hydrogen. 200 Maſs Hydrocyansäuregas enthalten 100 Maſs Cyangas. Das specifische Gewicht des Hydrocyansäuregases (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) ist = 0,9375; 100 Maſs Cyangas wiegen 52 Gran; 200 Maſs Hydrocyansäuregas wiegen 54 Gran.

Hier ist A Cyangas; C Hydrocyansäuregas; B Hydrogengas; $d^{II} = 0{,}9375$; d = x; $g^{II} = 54$; g = 52; v = 100; $v^{II} = 200$; also ist

$$x = d = \frac{0{,}9375 \times 200 \times 52}{100 \times 54}$$
$$= 1{,}8055\ldots.$$

Oder: in 100 Maſs Fluſssäuregas sind 50 Maſs Fluorindampf enthalten; die genannte Menge Fluſssäuregas wiegt 80 Gran; die genannte Menge Fluorindampf wiegt 76 Gran; das specifische Gewicht des Fluſssäuregases (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) ist = 0,6596. Es soll aus diesen Datis das specifische Gewicht des Fluorindampfes berechnet werden.

Hier ist A Fluorindampf; B Hydrogengas; C Flufssäuregas; $d^{II} = 0{,}6596$; $d = x$; $v = 50$; $v^{II} = 100$; $g^{II} = 80$; $g = 76$; also ist

$$x = d = \frac{0{,}6596 \times 100 \times 76}{80 \times 50}$$
$$= 1{,}25324.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Schwefeldunstes berechnet werden. 400 Mafs Schwefelhydrogengas enthalten 400 Mafs Schwefeldunst; die genannte Menge Schwefelhydrogengas wiegt 68 Gran; die genannte Menge Schwefeldunst wiegt 64 Gran; das specifische Gewicht des Schwefelhydrogengases ist = 1,18.

Hier ist A Schwefeldunst; B Hydrogengas; C Schwefelhydrogengas; $v = v^{II} = 400$; $d^{II} = 1{,}18$; $d = x$; $g^{II} = 68$; $g = 64$; also ist

$$x = d = \frac{400 \times 1{,}18 \times 64}{68 \times 400}$$
$$= 1{,}1111.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Hydrogengases berechnet werden. 100 Cubikzoll Hydrogengas wiegen 2,42 Gran, und verbinden sich mit der erforderlichen Menge Oxygengas zu 100 Cubikzoll Wassergas, dessen absolutes Gewicht = = 21,84 und dessen specifisches Gewicht (das der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt) = 0,6258.

Hier ist A Hydrogengas; B Oxygengas; C Wassergas; $v = v^{II} = 100$; $d^{II} = 0{,}6258$; $d = x$; $g^{II} = 21{,}84$; $g = 2{,}42$; also ist

$$x = d = \frac{100 \times 0{,}6258 \times 2{,}42}{100 \times 21{,}84}$$
$$= 0{,}0694.$$

Kapitel XLVII.

Berechnung des specifischen Gewichts der Substanzen, wenn ihre Verbindungsverhältnisse, dem Volumen und dem Gewichte nach, bekannt sind.

§. 140. Es heiſsen zwei Substanzen, die sich mit einander zu einer dritten verbinden können, A und B; es verbinde sich das Volumen v von A mit dem Volumen v^{I} von B; dem Gewichte nach verbinde sich g von A mit g^{I} von B. Das specifische Gewicht von A oder B sei d oder d^{I}, gegeben oder angenommen: so wird unter dieser Angabe oder Annahme das specifische Gewicht d^{I} oder d, für B oder A durch Rechnung leicht gefunden.

Nach §. 122a. ist

$$x = d^{I} = \frac{g^{I} \times d v}{g \times v^{I}}$$

und also auch

$$x = d = \frac{d^{I} v^{I} \times g}{g^{I} \times v}.$$

§. 141. Zahlenbeispiele. Die stöchiometrische Zahl des Hydrogens = 1; die des Oxygengases = 8. Dem Volumen nach verbindet sich 1 Maſs Oxygengas mit 2 Maſs Hydrogengas; das specifische Gewicht des Hydrogengases sei = 1. Wie groſs ist das specifische Gewicht des Oxygengases?

Hier ist A Hydrogengas; B Oxygengas; v = 2; v^{I} = 1; d = 1; d^{I} = x; g = 1; g^{I} = 8; also ist

$$x = d^{I} = \frac{8 \times 2 \times 1}{1 \times 1}$$
$$= 16.$$

Also wenn das specifische Gewicht des Hydrogengases = 1 angenommen wird: ist das des Oxygengases = 16; d. i. das Oxygengas ist 16mal schwerer als das Hydrogengas.

Unter Beibehaltung der übrigen Voraussetzungen sei das specifische Gewicht des Hydrogengases = 0,0625 (welche Zahl ihm zukömmt, wenn die des Oxygengases = 1 angenommen wird); also d = 0,0625; dann ist

$$x = d^{\prime} = \frac{8 \times 2 \times 0{,}0625}{1 \times 1}$$
$$= 1{,}000.$$

Wird das specifische Gewicht des Wassers = 1 angenommen: so ist das des Hydrogengases, also d, = 0,000084; alsdann ist

$$x = d^{\prime} = 16 \times 0{,}000084 = 0{,}001344.$$

Wird das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 angenommen: so ist das des Hydrogengases, oder d, = 0,0694; alsdann ist

$$x = d^{\prime} = 16 \times 0{,}0694 = 1{,}1104.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht der gasförmigen Chlorine berechnet werden. Es ist bekannt, daſs sich 3 Cubikzoll Chloringas mit 3 Cubikzoll ölbildendem Gas, oder daſs 177 Gran Chloringas mit 70 Gran ölbildendem Gas zu Salzäther verbinden. Wird das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1,0 angenommen: so wäre das des ölbildenden Gases = 0,9722.

Hier ist A Chlorgas; B ölbildendes Gas; g = 177; $g^{\prime}$ = 70; v = $v^{\prime}$ = 3; $d^{\prime}$ = 0,9722; d = x; also ist

$$x = d = \frac{0{,}9722 \times 177 \times 3}{35 \times 3} = 2{,}4582.$$

Wird das specifische Gewicht des Hydrogengases = 1 angenommen: so ist das des ölbildenden Gases, also $d^{\prime}$ = 14; alsdann wird

$$x = d = \frac{14 \times 177}{70}$$
$$= 35{,}54.$$

Oder: es soll das specifische Gewicht des Salpeterstoffgases berechnet werden. Das Ammoniakgas bestehe dem Volumen nach aus 3 Mafs Hydrogengas und 1 Mafs Salpeterstoffgas; dem Gewichte nach aus 17,464 Hydrogengas und 82,536 Salpeterstoffgas. Wird das specifische Gewicht des Hydrogengases, also d, = 1 genommen: so ist hier A Hydrogengas; B Salpeterstoffgas; $g = 17{,}464$; $g^{\prime} = 82{,}536$; $v = 3$; $v^{\prime} = 1$; $d^{\prime} = x$; alsdann ist

$$x = d^{\prime} = \frac{82{,}536 \times 3 \times 1}{17{,}464 \times 1}$$

$$= 14{,}2.$$

Wird das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt: so ist das des Hydrogengases, also d, = 0,0694; alsdann ist

$$x = d^{\prime} = \frac{82{,}536 \times 3 \times 0{,}0694}{17{,}464}$$

$$= 0{,}9827.$$

Oder: es verbinden sich, dem Gewichte nach, 62½ Gran Joddampf mit ½ Gran Hydrogengas, dem Volumen nach in dem Verhältnisse von 5 Cubikzoll Joddampf auf 5 Cubikzoll Hydrogengas. Es soll die Dichtigkeit des Joddampfes berechnet werden.

Wird die Dichtigkeit des Wassers = 1 gesetzt: so ist die des Hydrogengases = 0,000084. Es ist hier also A Joddampf; B Hydrogengas; $v = v^{\prime} = 5$; $g = 62\frac{1}{2}$; $g^{\prime} = \frac{1}{2}$; $d^{\prime} = 0{,}000084$; $d = x$; also ist

$$x = d = \frac{0{,}000084 \times 62{,}5}{0{,}5} = 0{,}0105.$$

Wird die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt: so ist die des Hydrogengases, oder $d^{\prime} = 0{,}0694$; alsdann ist

$$x = d = \frac{0{,}0694 \times 62{,}5}{0{,}5} = 8{,}675.$$

Ist die Dichtigkeit des Hydrogengases, also $d^{I} = 1$: so ist

$$x = d = \frac{62,5}{0,5} = 125.$$

Wird die Dichtigkeit des Oxygengases = 1 gesetzt: so ist die des Hydrogengases = 0,0625; alsdann ist

$$x = d = \frac{0,0625 \times 62,5}{0,5} = 7,8125.$$

Kapitel XLVIII.

Berechnung des Verbindungsverhältnisses dem Volumen nach, wenn bekannt sind: die Verbindungsverhältnisse dem Gewichte nach, und die specifischen Gewichte der Substanzen.

§. 142. Zwei Substanzen A und B verbinden sich dergestalt, daſs g Gewichtstheile von A mit g^{I} Gewichtstheilen von B zusammentreten. Das specifische Gewicht von A heiſse d, das von B aber d^{I}. Es soll berechnet werden das Verhältniſs, in welchem sich A mit B dem Volumen nach verbindet. Ist die Gröſse des Volumens v oder v^{I} von A oder B vorgeschrieben oder angenommen: so ist dann v^{I} oder v von B oder A zu suchen.

Nach §. 122a. haben wir

$$x = v = \frac{g \times d^{I} v^{I}}{g^{I} \times d}$$

und

$$x = v^{I} = \frac{g^{I} \times d v}{g \times d^{I}}.$$

§. 143. Zahlenbeispiele. Es verbinden sich 10 Gran Hydrogengas mit 354 Gran Chlorgas zu Salzsäure. Das specifische Gewicht des Hydrogengases = 0,0694: ist das der gasförmigen Chlorine = 2,4582.

Wie groſs ist die Anzahl der Maſse Chlorgas, welche sich mit einem Maſs Hydrogengas verbindet?

Hier ist A Hydrogengas; B Chlorgas; $g = 10$; $g^{I} = 354$; $d = 0{,}0694$; $d^{I} = 2{,}4582$; $v = 1$; $v^{I} = x$; also ist

$$x = v^{I} = \frac{354 \times 1 \times 0{,}0694}{2{,}4582 \times 10}$$
$$= 0{,}999 \ldots . (= 1) \text{ Maſs.}$$

Es verbindet sich also ein Maſs Hydrogengas mit einem Maſs Chlorgas zu Salzsäure.

Oder: 56 Gran Kohlenoxydgas verbinden sich mit 32 Gran Oxygengas zu Kohlensäure. Das specifische Gewicht des Kohlenoxydgases sei $= 0{,}9722$; das des Oxygengases $= 1{,}1111$. Wieviel Oxygengas wird dem Volumen nach erfordert, um 58 Cubikzoll Kohlenoxydgas in Kohlensäure zu verwandeln?

Hier ist A Kohlenoxydgas; B Oxygengas; $g = 56$; $g^{I} = 32$; $d = 0{,}9722$; $d^{I} = 1{,}1111$; $v = 58$; $v^{I} = x$; also ist

$$x = v^{I} = \frac{32 \times 58 \times 0{,}9722}{1{,}1111 \times 56}$$
$$= 28{,}999 \ldots (= 29) \text{ Cubikzoll.}$$

Kapitel XLIX.

Berechnung des Volumens einer genannten Gewichtsmenge einer Combination von bekanntem specifischen Gewichte, wenn man die darin enthaltenen Quantitäten ihres einen Bestandtheils von bekanntem specifischen Gewichte, dem Volumen und Gewichte nach, kennt.

§. 144. Es seien in g^{II} Gewichtstheilen der Combination C, deren specifisches Gewicht $= d^{II}$

von der Substanz A, deren specifisches Gewicht $= d$, enthalten, dem Gewichte nach, g Theile, dem Volumen nach v Theile: und es soll aus diesen Datis das Volumen berechnet werden, welches g^{II} Gewichtstheile von der Combination C einnehmen müssen.

Es ist also $v^{II} = x$.

Man findet das verlangte Volumen, oder den für x zu suchenden Werth, nach §. 122a.

$$x = v^{II} = \frac{dv \times g^{II}}{g \times d^{II}}.$$

§. 145. Zahlenbeispiele. Es enthalten 33,98 Gran ölbildendes Gas 200 Cubikzoll Hydrogengas. 200 Cubikzoll Hydrogengas wiegen 4,84 Gran. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft $= 1$: so ist das des Hydrogengases $= 0,0694$; das des ölbildenden Gases $= 0,9722$. Man wünscht zu wissen: wieviel jene 33,98 Gran ölbildendes Gas, dem Volumen nach, in Cubikzoll betragen würden?

Hier ist A Hydrogengas; C ölbildendes Gas; $v = 200$; $v^{II} = x$; $d = 0,0694$; $d^{II} = 0,9722$; $g^{II} = 33,98$; $g = 4,84$; also ist

$$x = v^{II} = \frac{0,0694 \times 200 \times 33,98}{4,84 \times 0,9722}$$

$$= 100 \text{ Cubikzoll.}$$

Also 100 Cubikzoll ölbildendes Gas wiegen 33,98 Gran.

Oder: 3,278 Gran Hydrocyansäuregas enthalten 5 Cubikzoll dem Volumen nach, oder 0,121 Gran dem Gewichte nach, Hydrogengas. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft $= 1$: so ist das des Hydrocyansäuregases $= 0,9375$; das des Hydrogengases $= 0,0694$. Wieviel müssen jene 3,278 Gran Hydrocyansäuregas dem Volumen nach, in Cubikzollen betragen?

Hier ist A Hydrogengas; C Hydrocyansäuregas; $v = 5$; $v^{II} = x$; $d = 0,0694$; $d^{II} = 0,9375$; $g^{II} = 3,278$; $g = 0,121$; also ist

$$x = v^{II} = \frac{0,0694 \times 5 \times 3,278}{0,121 \times 0,9375}$$
$$= 10 \text{ Cubikzoll.}$$

Also 10 Cubikzoll Hydrocyansäuregas haben ein Gewicht von 3,278 Gran.

Oder: 67,96 Gran Kohlenoxydgas enthalten 38,83 Gran Oxygengas; letztere nehmen ein Volumen von 100 Cubikzoll ein. Da das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1: so ist das des Kohlenoxydgases = 0,9722; das des Oxygengases = 1,1111. Wieviel müssen diesemnach jene 67,96 Gran Kohlenoxydgas in Cubikzollen betragen?

Hier ist A Oxygengas; C Kohlenoxydgas; $v = 100$; $v^{II} = x$; $d = 1,1111$; $d^{II} = 0,9722$; $g^{II} = 67,96$; $g = 38,83$; also ist

$$x = v^{II} = \frac{1,1111 \times 100 \times 67,96}{38,83 \times 0,9722}$$
$$= 200 \text{ Cubikzoll.}$$

Kapitel L.

Bestimmung der specifischen Wärme der Substanzen.

§. 146. Werden heterogene Substanzen von verschiedenen Temperaturen mit einander vermengt: so vertheilt sich der Ueberschuſs des Wärmern nicht nach Verhältniſs der Gewichte dieser Substanzen, sondern es sind vielmehr ungleiche Quantitäten des freien Wärmestoffs nöthig, um in gleichen Gewichten gleiche Veränderungen der Tem-

peratur zuwege zu bringen. Wenn z. B. irgend eine Gewichtsmenge Quecksilber und eine eben so grofse Menge Wasser, welches letztere eine höhere Temperatur hat als jenes, vermengt werden: so wird die Wärme des Gemenges allezeit gröfser seyn als das arithmetische Mittel der vorigen Temperaturen; wenn aber das Quecksilber heifser ist, als das Wasser: so wird die Temperatur kleiner seyn, als das arithmetische Mittel. Wenn z. B. 1 Pfund Quecksilber von 110° F. und 1 Pfund Wasser von 44° F. mit einander vermengt werden: so müfste die Temperatur des Gemenges, als arithmetisches Mittel 77° F. werden: sie wird aber nur 47° F.; und wenn das Quecksilber 44° F. und das Wasser 110° F. hat: so wird sie 107° F. Wenn also das Pfund Quecksilber 63° F. durch Vertheilung verliert: so gewinnt das Wasser nur 3° F., und wenn dagegen das Wasser 3° F. verliert: so gewinnt dadurch das Quecksilber 63° F.

§. 147. Wenn also die Temperatur eines Körpers A um n Grade wächst oder vermindert wird, während die Temperatur des damit vermengten Körpers B, von gleichem Gewichte, um m Grade vermindert wird oder wächst: so kann man schliessen: dafs soviel Wärmestoff, als den Körper A um n° wärmer machen kann, ein eben so grofses Gewicht von B um m° erwärmt, und dafs, wenn A und B bei gleichem Gewichte gleiche Temperatur haben, die Quantitäten des freien Wärmestoffs darin sich verhalten, wie m : n.

Weil in dem vorhergehenden Beispiele die Wärme des Wassers bei der Vermengung mit gleichviel Quecksilber um 1° wächst oder vermindert wird, während die des Quecksilbers um 21° vermindert wird oder wächst: so schliefst man, dafs

soviel Wärmestoff, als das Wasser um 1° wärmer machen kann, ein eben so grofses Gewicht Quecksilber um 21° erwärme. Wenn also Wasser und Quecksilber bei gleichen Gewichten gleiche Temperatur haben: so mufs der freie Wärmestoff in jenem sich zu dem in diesem verhalten wie 21 : 1. Dieses Verhältnifs der Quantitäten freien Wärmestoffs in heterogenen Körpern bei gleicher Temperatur und gleichem Gewichte nennt man die specifische Wärme, comparative Wärme oder die Wärmecapacität der Substanzen.

§. 148. Man bestimmt die specifische Wärme der Substanzen aus den Veränderungen der Temperaturen, die sie zeigen, wenn sie in verschiedenen Temperaturen vermengt worden und nachher auf eine gemeinschaftliche gebracht worden sind.

Wenn die Gewichte der Substanzen A und B gleich sind: so verhalten sich die specifischen Wärmen m und n, umgekehrt wie die Veränderungen m^1 und n^1 der Temperaturen, nachdem sie auf eine gemeinschaftliche gebracht worden sind; oder es ist

$$m : n = n^1 : m^1,$$

folglich

$$m = \frac{n \times n^1}{m^1}.$$

Wenn die Gewichte P und p der zu vermengenden Substanzen ungleich sind: so verhalten sich die specifischen Wärmen m und n, umgekehrt, wie die Produkte aus den Veränderungen m^1 und n^1 der Temperaturen in die Gewichte; oder es ist

$$m : n = n^1 \times p : m^1 \times P,$$

folglich

$$m = \frac{n \times n^1 \times p}{m^1 \times P}.$$

Um die specifischen Wärmen der verschiedenen Substanzen unter einander vergleichbar zu machen, ist es auch hier nöthig, daſs man die specifische Wärme irgend einer Substanz, z. B. des Wassers, der atmosphärischen Luft, des Hydrogen- oder Oxygengases, zur Einheit annimmt.

Zahlenbeispiele. Ein Pfund Quecksilber von 110° F. mit einem Pfunde Wasser von 44° F. vermengt, gibt eine Temperatur von 47° F. Wie groſs ist die specifische Wärme des Quecksilbers, wenn die des Wassers als Einheit zum Grunde gelegt wird?

Hier ist die Veränderung der Temperatur des Quecksilbers oder $m^{\prime} = 110 - 47 = 63$; die des Wassers oder $n^{\prime} = 44 - 47 = 3$; es ist $P = p$; $n = 1$; $m = x$; und da

$$3 : 63 = x : 1$$

so ist

$$x = x = \frac{3 \times 1}{63}$$
$$= \frac{1}{21}$$
$$= 0{,}047619.$$

Oder: Wenn 14 Pfund Quecksilber von 100° F. mit einem Pfunde Wasser von 50° F. vermengt werden: so wird vermöge der Erfahrung die gleichförmige Temperatur nach der gehörigen Vertheilung der Wärme 70° F. Wie groſs ist demnach die specifische Wärme des Quecksilbers (die des Wassers $= 1$ gesetzt)?

Hier ist $P = 14$; $p = 1$; $m^{\prime} = 100 - 70 = 30$; $n^{\prime} = 70 - 50 = 20$; $m = x$; $n = 1$; also ist die specifische Wärme des Quecksilbers nach

$$m : n = p \times n^{\prime} : P \times m^{\prime}$$

oder

$$x : 1 = 1 \times 20 : 14 \times 30$$

wie vorher

$$x = m = \frac{1 \times 1 \times 20}{14 \times 30}$$

$$= \tfrac{20}{420}.$$

$$= 0{,}047619.$$

Oder: Es sei die specifische Wärme des Oels zu bestimmen, wenn die des Wassers = 1 angenommen wird. Man vermengt 1 Pfund des Oels von 60° C. mit 4 Pfunden Wassers von 8° C., und findet die Temperatur des Gemenges = 13°,777 C.

Hier ist $P = 1$; $p = 4$; $m = x$; $n = 1$; $m^{\text{I}} = 60 - 13{,}777 = 46{,}223$; $n^{\text{I}} = 13{,}777 - 8 = 5{,}777$; also ist die specifische Wärme des Oels

$$x = m = \frac{1 \times 5{,}777 \times 4}{46{,}223 \times 1}$$

$$= \frac{23{,}108}{46{,}223}$$

$$= 0{,}4999\ldots.(= 0{,}5).$$

Oder: es soll die specifische Wärme des Blei's bestimmt werden, die des Wassers = 1 angenommen.

Man legt in 2 Pfund Wasser von 11°,5 C. 1 Pfund Blei von 100° C. und findet, daſs hiernach die gemeinschaftliche Temperatur des Blei's und Wassers = 12°,73 C. werde.

Hier ist $P = 1$; $p = 2$; $m = x$; $n = 1$; $m^{\text{I}} = 100 - 12{,}73 = 87{,}27$; $n^{\text{I}} = 12{,}73 - 11{,}5 = 1{,}23$; also ist

$$x = m = \frac{1 \times 1{,}23 \times 2}{87{,}27 \times 1}$$

$$= \frac{2{,}46}{87{,}27}$$

$$= 0{,}02819.$$

Nota. Um die specifische Wärme der Gasarten zu bestimmen: läſst man eine gewisse Menge derselben von bekannter Temperatur durch das mit einer bekannten Menge Wasser von bekannter Temperatur gefüllte Calorimeter, d. i. ein mit einem Canale von dünnem Metall, das im Innern mehrere Umgänge macht, versehenes Gefäſs, strömen; bemerkt sodann die Temperaturen des ausströmenden Gases und des Wassers, findet hieraus die Veränderungen der anfänglichen Temperaturen und dann auf dieselbe Weise wie bei festen und flüssigen Körpern, die specifische Wärme der zu untersuchenden Gasart.

Zahlenbeispiel. Im Calorimeter befinden sich 3 Gewichtseinheiten Wasser von 1° R.; man läſst von derjenigen Gasart, deren specifische Wärme bestimmt werden soll, hindurch strömen 0,4375 Gewichtseinheiten; die Temperatur des einströmenden Gases ist 25° R., die des ausströmenden Gases aber nur 5° R., und die Temperatur des Wassers im Calorimeter ist eben so hoch gestiegen, also jetzt = 5°. Wird die specifische Wärme des Wassers = 1 angenommen: wie groſs ist dann die der zu untersuchenden Gasart?

Hier ist $P = 0{,}4375$; $p = 3$; $m = x = n = 1$; $m^{\text{I}} = 25 - 5 = 20$; $n^{\text{I}} = 5 - 1 = 4$; also ist die specifische Wärme jener Gasart

$$x = m = \frac{1 \times 4 \times 3}{20 \times 0{,}4375} = \frac{12}{8{,}750}$$
$$= 1{,}373.$$

Kapitel LI.

Berechnung der Temperatur einer Mischung aus homogenen Bestandtheilen, wenn letztere ihren Mengen und Temperaturen nach bekannt sind.

§. 149. So lange zwei Substanzen gleichartig bleiben: kann es gar keinem Zweifel unterworfen seyn, daſs, wenn die Temperaturen derselben gleich sind, die absoluten Quantitäten des freien Wärmestoffs sich darin verhalten wie die Massen oder Volumina. Der Wärmestoff mag darin Abänderungen seiner Expansivkraft erleiden oder nicht: so wird im erstern Falle dies immer auf gleiche Art geschehen.

Es folgt hieraus, daſs, wenn zwei homogene Substanzen von ungleichen Temperaturen mit einander gleichförmig vermengt werden, sich die Wärmemenge beider zusammen gleichförmig durch das ganze Gemenge ausbreitet, und die Vertheilung des Ueberschusses des freien Wärmestoffs den Voluminibus oder Massen derselben proportional seyn müsse.

Die Erfahrung bestätigt diese Regel vollkommen, wenn man das zugleich in Anschlag bringt, was von der Wärme während des Zusammenmischens an die umgebende Luft oder an das Gefäſs, worin die Mischung vorgenommen wird, tritt.

Wenn also T und t die verschiedenen Grade der Temperatur der zu vermengenden Substanzen; M und m ihre Massen oder Volumina anzeigen, so ist die Temperatur nach der Vermengung, oder

$$x = \frac{T \times M + t \times m}{M + m};$$

wenn M = m ist: so ist

$$x = \frac{T + t}{2}.$$

Zahlenbeispiel. Es werde ein Pfund heifses Wasser von 180° F. mit einem Pfunde Wasser von 40° F. vermengt: wie grofs wird die Temperatur des Gemenges seyn?

Hier ist $M = m = 1$; $T = 180$; $t = 40$; und also die Temperatur des Gemenges oder

$$x = \frac{180 + 40}{2} = 110^{\circ}\text{ F.};$$

oder der Ueberschufs, 140° in dem einen Pfunde, wird sich unter beide Pfunde gleichförmig vertheilen: so dafs das wärmere Pfund $\frac{140}{2} = 70^{\circ}$ verliert, und das kältere dagegen $\frac{140}{2} = 70^{\circ}$ erlangt.

Oder: Wenn 10 Pfund Wasser von 180° F. mit 6 Pfund Wasser von 40° F. vermengt werden: wie hoch wird dann die Temperatur des Gemenges ausfallen?

Hier ist $M = 10$; $m = 6$; $T = 180$; $t = 40$; und also die Temperatur des Gemenges, oder

$$x = \frac{180 \times 10 + 40 \times 6}{10 \times 6}$$
$$= 127^{\circ},5\text{ F.}$$

Kapitel LII.

Berechnung des Verhältnisses der Mengen homogener Substanzen von verschiedenen Temperaturen, nach welchem die Mischung zur Hervorbringung einer bestimmten Temperatur einzurichten ist.

§. 150. Aus der in §. 149. aufgestellten Formel $x = \frac{T \times M + t \times m}{T + t}$, folgt, dafs

$$M : m = x - t : T - x;$$

und man kann daraus finden, wie grofs die Mengen zweier homogener Substanzen, deren verschiedene Temperaturen gegeben sind, seyn müssen:

um aus ihrer Vermengung eine verlangte Temperatur herauszubringen.

Sind die Temperaturen der zu vermengenden Substanzen T und t; ist die zu schaffende Temperatur $\mathfrak{T}$; das Verhältnifs der Mengen der zu vermischenden Substanzen also $M : m = y : z$: so erhält man

$$y : z = \mathfrak{T} - t : T - \mathfrak{T} = M : m.$$

Zahlenbeispiel. Man hat Wasser von 60° F. und Wasser von 180° F.; wieviel mufs man von jeder Sorte nehmen, um eine Temperatur von 96° F. des Gemischten hervorzubringen?

Hier ist $t = 60$; $T = 180$; $\mathfrak{T} = 96$; $M = y$; $m = z$; also ist

$$\begin{aligned} y : z = M : n &= 96 - 60 : 180 - 96 \\ &= 36 : 84 \\ &= 3 : 7 \\ &= 1 : 1{,}5; \end{aligned}$$

d. h. um die Temperatur von 96° hervorzubringen, mufs man von demjenigen Wasser, welches die Temperatur von 60° hat, 1,5 Theile, und dagegen von dem Wasser, das eine Temperatur von 180° hat nur einen Theil, oder von ersterem 7 und von letzterem 3 Theile nehmen.

Oder: man hat zwei Sorten Wasser, die beide mit einander so vermischt werden sollen, dafs die Mischung eine Temperatur von 80° C. besitze. Die eine Wassersorte hat eine Temperatur von 100° C., die andere aber eine Temperatur von 15° C. Wieviel mufs von jeder Sorte genommen werden?

Hier ist $\mathfrak{T} = 80$; $T = 100$; $t = 15$; $M = y$; $m = z$; also das Verhältnifs

$$\begin{aligned} y : z = M : m &= 80 - 15 : 100 - 80 \\ &= 65 : 20 \\ &= 3{,}25 : 1; \end{aligned}$$

d. h. man mufs auf einen Theil desjenigen Wassers, welches die Temperatur von 15° C. besitzt, $3\frac{1}{4}$ Theil nehmen von demjenigen, welches die Temperatur von 80° besitzt.

Kapitel LIII.

Berechnung der Temperatur, welche durch Vermischung gegebener Mengen heterogener Substanzen von bekannten verschiedenen Temperaturen und Wärmecapacitäten hervorgebracht wird.

§. 151. Um die Temperatur zu berechnen, welche durch Vermischung gegebener Mengen heterogener Substanzen hervorgebracht wird: ist es erforderlich, die Temperatur und die Wärmecapacität jeder der zu vermischenden Substanzen zu kennen.

Es werden die zu vermischenden Substanzen bezeichnet durch A und B; die Temperatur von A durch t, die von B durch t^1; die Wärmecapacität von A durch s, die von B durch s^1. Wird nun von A die Menge p vermischt mit der Menge p^1 von B, und soll berechnet werden, welche Temperatur die Mischung erhalten müsse, und wird diese Temperatur durch F bezeichnet: so findet man

$$x = \frac{(s \times p \times t) + (s^1 \times p^1 \times t^1)}{(s^1 \times p^1) + (s \times p)} = T.$$

§. 152. Zahlenbeispiele. Wäre die Wärmecapacität des Alkohols 0,76, die des Wassers aber 1, wollte man 32 Unzen Alkohol mit 15 Unzen Wasser vermischen, wo der Alkohol eine Temperatur von 5° C., das Wasser aber eine Temperatur von 30° C. hätte, und sollte die Temperatur vorher

berechnet werden, welche die Mischung besitzen würde: so hätte man hier

A = Alkohol; B = Wasser; p = 32; p^1 = = 15; s = 0,76; s^1 = 1; t = s; t^1 = 30: man fände also

$$x = \frac{(0{,}76 \times 32 \times 5) + (1 \times 15 \times 30)}{(1 \times 15) + (0{,}76 \times 32)}$$

$$= T = 14{,}5.$$

Unter den vorausgesetzten Verhältnissen würde also die Mischung eine Temperatur von 14°,5 C. zeigen.

Oder: Es sollen 3 Pfund Schwefelsäure von 12° C. mit einem Pfund Wasser von 15° C. vermischt werden: wie groſs wird die Temperatur der Mischung ausfallen? Die specifische Wärme der Schwefelsäure sei 0,35; die des Wassers 1.

Hier ist A Schwefelsäure; B Wasser; p = 3; p^1 = 1; t = 12; t^1 = 15; s = 0,35; s^1 = 1; also ist

$$x = \frac{(0{,}35 \times 3 \times 12) + (1 \times 1 \times 15)}{(0{,}35 \times 3) + (1 \times 1)}$$

$$= T = 13{,}4.$$

Es würde also die Temperatur der Mischung 13°,4 C. betragen.

Oder: 15 Pfund Quecksilber von 45° C., werden vermengt mit 12 Pfund Wasser von 100° C. Welches wird die Temperatur der Mischung seyn? Die specifische Wärme des Quecksilbers sei 0,05, die des Wassers aber 1.

Hier ist A Quecksilber; B Wasser; p = 15; p^1 = 12; t = 45; t^1 = 100; s = 0,05; s^1 = 1; also ist

$$x = T = \frac{0{,}05 \times 15 \times 45 + 1 \times 12 \times 100}{0{,}05 \times 15 + 1 \times 12}$$

$$= 96{,}7.$$

Das Gemenge würde also die Temperatur von 96°,7 C. äuſsern.

Oder: es werden 14 Pfund Quecksilber von 100° C. mit einem Pfunde Wasser von 50° C. vermengt: welches wird die Temperatur des Gemenges seyn? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die des Quecksilbers = 0,05.

Hier ist wieder A Quecksilber; B Wasser; $p = 14$; $p^1 = 1$; $s = 0,05$; $s^1 = 1$; $t = 100$; $t^1 = 50$; also ist

$$x = \frac{(0,05 \times 14 \times 100) + (1 \times 50 \times 1)}{(0,05 \times 14) + (1 \times 1)}$$
$$= T = 70,5;$$

also würde das Gemenge eine Temperatur von 70°,5 C. besitzen.

Oder: es soll ein Pfund Quecksilber von 110° C. mit einem Pfunde Wasser von 44° C. vermengt werden: welches wird die Temperatur des Gemenges seyn? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die des Quecksilbers 0,05.

Hier ist A Quecksilber; B Wasser; $p = p^1 = 1$; $s = 0,05$; $s^1 = 1$; $t = 110$; $t^1 = 44$; also ist

$$x = T = \frac{(0,05 \times 1 \times 110) + (1 \times 1 \times 44)}{(0,05 \times 1) + (1 \times 1)}$$
$$= 47,1;$$

also wäre die Temperatur des Gemenges 47°,1 C.

Oder: 18 Unzen Salzsäure von 5° C. werden mit 35 Unzen Alkohol von 7° C. zusammengegossen: wie groſs wird die Temperatur der Mischung ausfallen? Die specifische Wärme der Salzsäure sei 0,6, die des Alkohols 0,76.

Hier ist A Salzsäure; B Alkohol; $p = 18$; $p^1 = 35$; $t = s$; $t^1 = 7$; $s = 0,6$; $s^1 = 0,76$; also ist

$$x = T = \frac{(0{,}6 \times 5 \times 18) + (0{,}76 \times 35 \times 7)}{(0{,}6 \times 18) + (0{,}76 \times 35)}$$

$$= 6{,}4;$$

also die Temperatur der Mischung würde $6^0{,}4$ C. seyn*).

Kapitel LIV.

Berechnung des Mengenverhältnisses heterogener Substanzen von bekannten verschiedenen Wärmecapacitäten und Temperaturen, nach welchem man diese zusammenbringen mufs, um eine bestimmte Temperatur zu erzeugen.

§. 153. Um das Verhältnifs der Mengen zu berechnen, nach denen man gewisse heterogene Substanzen zusammenbringen müsse, damit die zusammengebrachten eine vorgeschriebene bestimmte Temperatur besitzen: ist es nothwendig, die Wärmecapacitäten und die Temperaturen der zusammenzubringenden Substanzen zu kennen.

Es werde die eine Substanz durch A, die andere durch B bezeichnet; die Temperatur von A sei $= t$, die von B aber $= t^1$; die durch Zusammenbringen Beider zu erzeugende Temperatur sei $= T$; die Wärmecapacität von A sei $= s$, die von B aber $= s^1$. Die Menge, welche von A mufs genommen werden, wollen wir durch p, die von B zu nehmende Menge durch p^1 bezeichnen. Bei der Berechnung setzen wir vorläufig p oder $p^1 = 1$,

*) Fast in allen Fällen, wo die in Berührung gebrachten Substanzen sich chemisch mit einander verbinden, wird man in der Wirklichkeit die Temperatur der Mischung nicht mit derjenigen übereinstimmend finden, welche der Theorie nach berechnet worden: hievon ist die Ursache eine Verdichtung der in Berührung gebrachten Substanzen, in Folge welcher Wärmestoff frei wird, und also keinesweges Schuld der Berechnung oder der Theorie überhaupt.

und dann ist p^1 oder $p = x^1$ oder x: also zu suchen.

Man findet:

$$x = \frac{s^1 \times (T - t^1) \times p^1}{s(t - T)} = p;$$

oder

$$x^1 = \frac{s \times (t - T) \times p}{s^1 (T - t^1)} = p^1.$$

§. 154. Zahlenbeispiele. Wieviel kochendes Wasser wird man zu 14 Unzen Milch von 4° C. gieſsen müssen, damit das Gemisch eine Temperatur von 30° C. besitze? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die der Milch = 0,98.

Hier ist A Wasser; B Milch; $p^1 = x^1$; $p = 14$; $t = 100$; $t^1 = 4$; $T = 30$; $s = 1$; $s^1 = 0{,}98$; also ist

$$x^1 = \frac{1 \times (100 - 30) \times 14}{0{,}98 \times (30 - 4)}$$
$$= p^1 = 34{,}5.$$

Also 34,5 Unzen Wasser müſste man, um das Geforderte zu erfüllen, zusetzen.

Oder: man hat Quecksilber von 3° C., wieviel siedendes Wasser wird man darauf gieſsen, damit Wasser und Quecksilber eine Temperatur von 15° C. zeigen? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die des Quecksilbers = 0,05.

Hier ist A Quecksilber; B Wasser; p sei = 1; $p^1 = x^1$; $t = 3$; $T = 15$; $t^1 = 100$; $s = 0{,}05$; $s^1 = 1$; also ist

$$x^1 = \frac{0{,}05\,(3 - 15) \times 1}{1 \times (15 - 100)}$$
$$= 0{,}007\ldots$$

Also hätte man zu einem Pfunde Quecksilber nur 0,007 Pfund Wasser zuzusetzen nöthig.

Oder: wieviel Quecksilber von 100° C. müfste man auf ein Pfund Wasser von 3° C. zusetzen, damit beides die Temperatur von 15° C. annehme?

Hier ist A Quecksilber; B Wasser; $p = x$; $p^1 = 1$; $t = 100$; $t^1 = 3$; $s = 0{,}05$; $s^1 = 1$; $T = 15$; also ist

$$x = \frac{1 \times (15 - 3) \times 1}{0{,}05 \times (100 - 15)}$$
$$= p = 2{,}8235.$$

Man müfste also einem Pfunde Wasser unter den vorausgesetzten Umständen 2,8235 Pfund Quecksilber zusetzen.

Oder: wieviel Wasser von 0° müfste man auf 36 Pfund Eisen von 130° C. giefsen, damit alles die Temperatur von 45° C. annähme? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die des Eisens = 0,13.

Hier ist A Wasser; B Eisen; $p = x$; $p^1 = 36$; $s = 1$; $s^1 = 0{,}13$; $t = 0$; $t^1 = 130°$; $T = 45$; also ist

$$x = \frac{0{,}13 \times (45 - 130) \times 36}{1 \times (0 - 45)}$$
$$= p = 8{,}84.$$

Also 8,84 Pfund Wasser müfste man dazu verwenden.

Oder: wieviel Wasser von 100° C. müfste man zu 3 Pfund Terpentinöl mengen, welches bereits eine Temperatur von 5° C. hat, aber bis auf 30° dadurch erwärmt werden soll? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt, so sei die des Terpentinöls = 0,47.

Hier ist A Wasser; B Terpentinöl; $t = 100$; $t^1 = 5$; $T = 30$; $p = x$; $p^1 = 3$; $s = 1$; $s^1 = 0{,}47$; also ist

$$x = p = \frac{0,47 \times (30 - 5) \times 3}{1 \times (100 - 30)}$$
$$= 0,503 \text{ Pfund.}$$

Also ohngefähr ein halbes Pfund Wasser müfste man zugiefsen.

Oder: wieviel Leinöl von 56° C. mufs man zu 13 Pfund Terpentinöl von 10° C. mengen, damit das Gemenge eine Temperatur von 38° C. besitze? Die specifische Wärme des Leinöls sei 0,52; die des Terpentinöls 0,47.

Hier ist A Leinöl; B Terpentinöl; $t = 56$; $t^1 = 10$; $p = x$; $p^1 = 13$; $T = 38$; $s = 0,52$; $s^1 = 0,47$; also ist

$$x = p = \frac{0,47 \times (38 - 10) \times 13}{0,52 \times (56 - 38)}$$
$$= 18,277 \text{ Pfund.}$$

Kapitel LV.

Berechnung der Temperaturen, welche gegebene Mengen heterogener Substanzen von bekannter Wärmecapacität besitzen müssen, um eine bestimmte Temperatur hervorzubringen, wenn die Temperatur irgend einer der beiden Substanzen bekannt ist.

§. 155. Es sollen zwei heterogene Substanzen A und B in dem quantitativen Verhältnisse von $p : p^1$ zusammengebracht werden, die specifische Wärme von A sei s, die von B sei s^1; das Gemisch oder Gemenge soll die Temperatur T besitzen: wie grofs mufs die Temperatur von A oder B seyn, wenn die von B oder A gegeben und $= t^1$ oder t ist? Es ist hier also $t = x$; oder $t^1 = x^1$ und zu suchen.

Man findet dem Obigen zufolge

$$x = \frac{s^1 \times (T - t^1) \times p^1}{s \times p} + T = t$$

oder

$$x^{1} = T - \frac{s \times (t - T) \times p}{s^{1} \times p^{1}}.$$

§. 156. Zahlenbeispiele. Es sollen 4 Pfund Wasser mit 3 Pfund Alkohol zusammengebracht werden; das Wasser hat eine Temperatur von 80° C.: wie hoch mufs die Temperatur das Alkohols seyn, wenn beide gemengt eine Temperatur von 50° C. besitzen sollen? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt, so sei die des Alkohols = 0,65.

Hier ist A Alkohol; B Wasser; $p = 3$; $p^{1} = 4$; $t = x$; $t^{1} = 80$; $T = 50$; $s = 0{,}65$; $s^{1} = 1$; also ist

$$x = \frac{1 \times (50 - 80) \times 4}{0{,}65 \times 3} + 50$$
$$= t = -11^{0}\ C.$$

Oder: man will Quecksilber mit Wasser zusammenbringen: es sollen vom Quecksilber 16 Unzen und vom Wasser 32 Unzen genommen werden: die gemeinschaftliche Temperatur des Gemenges soll 32° C. werden; da nun die Temperatur des Quecksilbers 74° C. beträgt: so frägt es sich, wie hoch die Temperatur des Wassers seyn müsse? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt ist, so ist die des Quecksilbers = 0,05.

Hier ist A Quecksilber; B Wasser; $p = 16$; $p^{1} = 32$; $t = 74$; $t^{1} = x^{1}$; $T = 32$; $s = 0{,}05$; $s^{1} = 1$; also ist

$$x = 32 - \frac{0{,}05.\ (74 - 32).\ 16}{1 \times 32}$$
$$= 30^{0}{,}95\ C.$$

Oder: zu 5 Pfund Salzsäure sollen 2,5 Pfund Wasser gemischt werden: die Salzsäure hat eine Temperatur von 10° C.; das Gemisch soll eine

Temperatur von 26° C. haben: wie groſs muſs die Temperatur des Waſsers seyn? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt, so sei die der Salzsäure = 0,6.

Hier ist A Wasser; B Salzsäure; p = 2,5; p^1 = 5; t = x; t^1 = 10; T = 26; s = 1; s^1 = 0,6; also ist

$$x = \frac{0,6 \times (26 - 10) \times 5}{2,5} + 26$$
$$= t = 45°,2\ C.$$

Oder: 25 Pfund Leinöl sollen mit 50 Pfund Terpentinöl versetzt werden; die Temperatur des Terpentinöls ist 13° C.; die des Gemenges soll 17° C. betragen, wie groſs muſs die des Leinöls seyn? Die specifische Wärme des Terpentinöls sei 0,47, die des Leinöls 0,52.

Hier ist A Leinöl; B Terpentinöl; p = 25; p^1 = 50; t = x; t^1 = 13; T = 17; s = 0,52; s^1 = 0,47; also ist

$$x = \frac{0,47 \times (17 - 13) \times 50}{0,52 \times 25} + 17$$
$$= t = 24°,23\ C.$$

Oder: 20 Unzen Wasser sollen mit 16 Unzen einer Salzsolution versetzt werden; das Gemisch soll die Temperatur von — 2° C. zeigen; da nun das Wasser eine Temperatur von 6° C. besitzt: so frägt sich's, wie die Temperatur der Salzsolution müsse beschaffen seyn? Da die specifische Wärme des Wassers = 1 gesetzt, so sei die der Salzsolution = 0,77.

Hier ist A Wasser; B Salzsolution; p = 20; p^1 = 16; t = 6; t^1 = x^1; T = — 2; s = 1; s^1 = 0,77; also ist

$$x^1 = -2 - \frac{(6 + 2) \times 20}{0,77 \times 16}$$
$$= t^1 = -14°,98\ C.$$

Oder: 16 Pfund Aether sollen mit 30 Pfund Alkohol vermengt werden; das Gemenge soll eine Temperatur von 5° C. zeigen, und da der Aether bereits eine Temperatur von 3° C. besitzt: so frägt es sich, wie groſs die Temperatur des Alkohols seyn dürfe? Die specifische Wärme des Aethers sei 0,66, die des Alkohols 0,7.

Hier ist A Aether; B Alkohol; $p = 16$; $p^1 = 30$; $T = 5$; $t = 3$; $t^1 = x$; $s = 0{,}66$; $s^1 = 0{,}7$; also ist

$$x^1 = 5 - \frac{0{,}66 \times (3 - 5) \times 16}{0{,}7 \times 30}$$

$$= t^1 = 6^\circ \text{ C.}$$

Kapitel LVI.

Berechnung der Menge eines brennbaren Körpers, welche nöthig ist, die erforderliche Wärmemenge hervorzubringen, um eine gegebene Quantität einer Substanz von bekannter Temperatur bis zu einem verlangten Grad zu erhitzen.

§. 157. Nennt man diejenige Menge Wärme, welche erfordert wird, um 1 Pfund oder 16 Unzen Wasser um 1° C. zu erwärmen, ein Maſs Wärme, und ist bekannt, wieviel solche Maſse Wärme durch das Verbrennen eines brennbaren Körpers erzeugt werden: so sieht man die Möglichkeit ein, berechnen zu können, wie groſs die Quantität dieses Brennmaterials seyn müsse, um durch dessen Verbrennen, irgend eine gegebene Wassermenge von bekannter Temperatur bis zu einem verlangten Grade zu erhitzen.

Es heiſse die Anzahl der Maſse Wärme, welche ein Pfund eines Brennmaterials während des Verbrennens producirt, die innere Wärme desselben Brennmaterials. Man wisse, daſs des Brennmate-

rials A innere Wärme = c sei; die Anzahl der Pfunde Wasser, welche erhitzt werden sollen, = = p; die Temperatur dieses Wassers = t; die Temperatur, auf welche es gebracht werden soll, = t^1. Wie grofs mufs die Quantität von A seyn, welche durch ihr Verbrennen die genannte Wassermenge zur verlangten Temperatur erheben kann. Heifst die Gröfse der zu suchenden Wasserquantität q: so ist hier q = x.

Das Wasser besitzt bereits die Temperatur = t, und da es auf die Temperatur t^1 soll gebracht werden: so mufs man es um $t^1 - t$ Grade erhitzen. Um 1 Pfund Wasser um 1^0 zu erhitzen, ist 1 Mafs Wärme erforderlich: also um p Pfund um 1^0 zu erhitzen, sind p Mafs Wärme nöthig. Um p Pfund Wasser um 1^0 zu erheben, sind p Mafs Wärme nöthig: folglich um p Pfund Wasser um $t^1 - t$ Grad zu erheben, sind $p(t^1 - t)$ Mafs Wärme erforderlich. Erzeugt 1 Pfund von A durch Verbrennen c Mafs Wärme: so ist um $p(t^1 - t)$ Mafs Wärme hervorzubringen, von A erforderlich x, und es ist

$$x = \frac{p(t^1 - t)}{c} = q.$$

§. 158. Zahlenbeispiele. 25 Pfund Wasser sollen bis zum Siedepunkte erhitzt werden; das Wasser hat bereits eine Temperatur von 11^0 C. Wieviel Holz wird nöthig seyn, um die erforderliche Wärmemenge zu produciren, wenn die innere Wärme dieses Holzes = 3000 ist.

Hier ist A Holz; die erforderliche Wärmemenge q = x; p = 25, c = 3000; t^1 = 100; t = 11; folglich ist

$$x = q = \frac{25 \times (100 - 11)}{3000} = 0{,}7416.$$

Also um 25 Pfund Wasser von 11° C. bis zum Kochen zu erhitzen, wären hiernach 0,7416 Pfund (= 11 Unzen und *circa* 7 Drachmen) Holz erforderlich.

Oder: die innere Wärme der Holzkohle sei = 7050, es sollen 18 Unzen Wasser von 0° zum Kochen erhitzt werden: wieviel Kohlen sind nöthig, um die erforderliche Wärmemenge zu produciren?

Hier ist A Holzkohle; c = 7050; p = $1\frac{1}{8}$ = 1,125; t' = 100; t = 0; q = x; folglich ist

$$x = q = \frac{1,125 \times 100}{7050} = \frac{1125}{7050}$$
$$= 0,1595.$$

Also um 18 Unzen Wasser von 0° bis zum Kochen zu erhitzen, wären 0,1595 Pfund (= 2 Unzen und *circa* $4\frac{1}{2}$ Drachme) Holzkohlen erforderlich.

Oder: Es sollen mittelst Torf 54 Pfund Wasser von 3° C. bis zu 100° C. erhitzt werden. Die innere Wärme des Torfes = 1125. Wieviel Torf ist nöthig, um die erforderliche Wärme zu erzeugen?

Hier ist A Torf; c = 1125; p = 54; t' = = 100; t = 3; also ist

$$x = q = \frac{54 \times (100 - 3)}{1125}$$
$$= 4,656.$$

Also um 54 Pfund Wasser von 3° C. bis zu zu 100° C. zu erhitzen: wären 4656 Pfund (= 4 Pfund, 10 Unzen und *circa* 4 Drachmen) Torf erforderlich.

Oder: es sollen mittelst Alkohol 8 Unzen Wasser von 5° C. bis zum Kochen erhitzt werden; die innere Wärme des Alkohols ist = 6195. Wieviel Alkohol würde man verbrennen müssen, um die erforderliche Wärmemenge hervorzubringen?

Hier ist A Alkohol; $c = 6195$; $p = 0{,}5$; $t' = 100$; $t = s$; also ist

$$x = q = \frac{0{,}5 \times (100 - 5)}{6195}$$
$$= 0{,}00766.$$

Also wären erforderlich 0,00766 Pfund (= *circa* 1 Drachme) Alkohol.

Nota. Wenn man in der Wirklichkeit mit den berechneten Quantitäten der Brennmaterialien, um die verlangte Wirkung hervorzubringen, nicht ausreicht; sondern mehr, oft um die Hälfte mehr, oder sogar das Doppelte verbraucht: so liegt hievon die Schuld nicht an der Rechnung oder der Theorie, sondern einzig an den Heitzungsanstalten, bei welchen soviel Wärmestoff verloren geht, dafs häufig nur die Hälfte des erzeugten benutzt wird.

§. 159. Auf ganz ähnliche Weise wird die Berechnung angestellt, wenn statt Wasser irgend eine andere Flüssigkeit gegeben worden.

Um die Quantität eines Brennmaterials von bekannter innerer Wärme berechnen zu können, welche nöthig ist, die erforderliche Wärmemenge zu produciren, um ein gegebenes Quantum irgend einer Flüssigkeit, von bekannter Temperatur, bis zu einem verlangten Grade zu erhitzen: ist es nothwendig, diejenige Wärmequantität zu kennen, welche nothwendig ist, um die Temperatur der in Rede stehenden Flüssigkeit um 1° C. zu erheben. Da nun die Zahlen, durch welche die specifischen Wärmen der Substanzen angegeben werden, diejenigen Wärmequantitäten in Massen ausdrücken, welche nöthig sind, um 1 Pfund der respectiven Substanzen um 1° C. in ihrer Temperatur zu erhöhen: so folgt, dafs, wenn die specifische Wärme der in Rede stehenden Flüssigkeit bekannt, man

daraus leicht diejenige Wärmemenge finden könne, welche die bestimmte Quantität der Flüssigkeit um 1° C. der Temperatur zu erheben vermöge. Ist aber dieses ausgemittelt: so ergibt sich auch gleich diejenige Wärmequantität, welche zur Erhitzung der gegebenen Flüssigkeitsmenge bis zum verlangten Grade erfordert wird. Da endlich die, die innere Wärme des Brennmaterials ausdrückende Zahl besagt, wieviel Maſs Wärme durch Verbrennen eines Pfundes des Brennmaterials erzeugt werde: so wird man danach leicht finden, wieviel des Brennmaterials man zu verbrennen habe, um soviel Maſs Wärme zu produciren, als zum bewuſsten Zwecke erforderlich seyn würde.

Von der Flüssigkeit L, die bereits eine Temperatur von t Grad Cels. besitzt, sollen p Pfund auf die Temperatur t^1 gebracht werden, mittelst Anwendung des Brennmaterials B, dessen innere Wärme $= c$; die specifische Wärme von L sei $= s$: wieviel von B muſs, den bekannten Zweck zu erreichen, verbrannt werden? Die erforderliche Menge von B in Pfunden ausgedrückt $= q$, findet man

$$x = \frac{p\,(t^1 - t)\,s}{c} = q.$$

§. 160. Zahlenbeispiele. Es sollen 15 Pfund Leinöl, mittelst Anwendung von Kohlenfeuer, bis zu einer Temperatur von 88° C. erhitzt werden; das Oel hat bereits eine Temperatur von 5° C., seine specifische Wärme sei $= 0{,}52$; die innere Wärme der Kohlen sei $= 7050$. Wieviel Kohlen werden erforderlich seyn, um die nöthige Wärmequantität erzeugen zu können?

Hier ist L Leinöl; B Holzkohle; $p = 15$; $t = 5$; $t^1 = 88$; $c = 7050$; $s = 0{,}52$; also ist

$$x = q = \frac{15 \times (88 - 5) \times 0{,}52}{7050}$$
$= 0{,}0918$ Pfund Kohlen.

Oder: es soll dasselbe mittelst Torffeuer bewirkt werden; die innere Wärme des Torfs = = 1125; also c = 1115; alles übrige wie vorhin: so ist

$$x = q = \frac{15 \times (88 - 5) \times 0{,}52}{1125}$$
$= 0{,}5754$ Pfund Torf.

Oder: es soll 1 Pfund Alkohol zum Kochen erhitzt werden, mittelst Anwendung einer Spirituslampe; der Alkohol habe die Temperatur von 0°; sein Siedepunkt falle bei 78°,7 C.; seine specifische Wärme sei = 0,64; die innere Wärme des zum Brennen anzuwendenden Spiritus betrage 6195.

Hier ist L Alkohol; B Spiritus; p = 1; t = 0; t^1 = 78,7; s = 0,64; c = 6195; also ist

$$x = q = \frac{78{,}7 \times 0{,}64}{6195}$$
$= 0{,}00817$ Pfund (= *circa* 1 Drachme) Spiritus.

Oder: 6 Pfund Wasser von — 1° C. sollen mittelst Holzkohlenfeuer bis zu einer Temperatur von 50° C. erhitzt werden; die innere Wärme der Holzkohle = 7050; die specifische Wärme des Wassers = 1; wieviel Kohlen sind erforderlich?

Hier ist L Wasser; B Holzkohle; p = 6; c = 7050; s = 1; t = — 1; t^1 = 50; also ist

$$x = q = \frac{6 \times (50 + 1) \times 1}{7050}$$
$= 0{,}0434$ Pfund (= *circa* $5\frac{1}{2}$ Drachmen) Holzkohlen.

Nota. In der Praxis wird, auch des früher erwähnten Verlustes wegen, in den meisten Fällen das Doppelte des Brennmaterials nöthig seyn, was der Theorie nach hinreichend wäre.

§. 161. Auf ganz ähnliche Art wird die Berechnung geführt, um die Quantität Brennmaterials auszumitteln, durch deren Verbrennung soviel Wärme erzeugt wird, welche eine gegebene Menge irgend einer Substanz bis zu einem verlangten Grade zu erhitzen hinreicht. Was in dieser Hinsicht zuerst vom Wasser gesagt, dann auch auf alle übrigen Flüssigkeiten ausgedehnt wurde, gilt in demselben Grade auch von allen festen und allen gasförmigen Substanzen, wohl verstanden: unter der unerläſslichen Voraussetzung, daſs die Temperaturerhöhung diejenigen Grenzen nicht übersteige, welche Veränderungen des Aggregatzustandes zur Folge haben würden.

Von der Substanz S, die bereits eine Temperatur von t Grad besitzt, sollen p Pfund mittelst Anwendung des Brennmaterials B, dessen innere Wärme = c ist, auf die Temperatur von t^1 Grad gebracht werden: wieviel Brennmaterial wird erforderlich seyn?

In jedem Falle, S möge einem Aggregatzustande angehören, welchem es wolle, wenn es nur innerhalb der Temperaturerhöhung von t bis t^1 Grad seinen Aggregatzustand nicht ändert, wird die nöthige Menge des Brennmaterials gefunden nach

$$x = \frac{p\,(t^1 - t)\,s}{c} = q.$$

Kapitel LVII.

Berechnung der Menge Brennmaterials, welche erforderlich ist, um eine bestimmte Quantität irgend einer Flüssigkeit zu destilliren.

§. 161. Wenn man Wasser bis auf 100° C. erhitzt hat, und es dann noch ferner der Wirkung

des Feuers ausgesetzt läſst: so absorbirt das Wasser fortwährend Wärme und fängt an zu verdampfen; aber weder das kochende Wasser, noch die aus ihm hervorgehenden Dämpfe, zeigen am Thermometer eine höhere Temperatur als 100° C. Aller derjenige Wärmestoff, welcher dem Wasser zugeführt wird, nachdem es schon bis auf 100° C. erhitzt war, ist in den Dämpfen enthalten, aber durch's Thermometer nicht bemerkbar, gleichsam verschwunden oder versteckt: man nennt ihn gebundenen oder latent gewordenen Wärmestoff. Der durch Verdampfung latent gewordene Wärmestoff erscheint aber wieder, wenn die Dämpfe sich condensiren, wieder zu liquidem Wasser werden. Wird 1 Pfund Wasser von 100° C. mit 19 Pfund Wasser von 0° gemischt: so wird man finden, daſs das Gemisch am Thermometer 5° C. äuſsert. Es war vorherzusehen, daſs das Gemisch diese Gröſse der Temperatur zeigen müſste. Um 1 Pfund Wasser um 1° C. zu erhöhen, ist 1 Maſs Wärme, also um es auf 100° C. zu erheben, sind 100 Maſs Wärme erforderlich. Die Anzahl der eingebrachten Wärmemaſse betrug also 100; die Pfundzahl des Wassergemisches $19 + 1 = 20$: mit dieser in erstere dividirt, gibt $\frac{100}{20} = 5°$. Hätte man nun aber statt jenes Pfund Wasser von 100°, 1 Pfund Wasserdampf ebenfalls von 100°, den 19 Pfund Wasser von 0° zugesetzt: so würde der Dampf in Berührung mit dem kalten Wasser sich condensiren, wieder zu liquidem Wasser werden, und die Temperatur des Gemisches würde sich zeigen = 32°,5 C.; also um 27°,5 C. über die Temperatur des kalten Wassers durch die Condensation des Dampfes gestiegen seyn. Da nun 20 Pfund Wasser, um auf eine Temperatur von 27°,5 erhoben zu werden, $20 \times 27{,}5 =$

= 550 Mafs Wärme; so beträgt die Menge des in einem Pfunde Wasserdampf latent gewordenen Wärmestoffs 550 Mafs, oder, um 1 Pfund Wasser von 100° C. in Dämpfe zu verwandeln, sind 550 Mafs Wärmestoff nöthig, also um 1 Pfund Wasser von 0° in Dämpfe zu verwandeln sind 100 + 550 = 650 Mafs Wärme erforderlich.

§. 163. Nach Erwägung des vorstehenden §. und des vorstehenden Kapitels ist leicht zu begreifen, wie man die Menge eines Brennmaterials berechnen könne, welche erforderlich ist, um eine verlangte Quantität Wasser zu destilliren, vorausgesetzt, dafs man die Gröfse der innern Wärme des Brennmaterials, und den Grad der Temperatur des Wassers vor dem Erhitzen kenne.

Es sei die Quantität Wasser, welche überdestillirt werden soll, in Pfunden ausgedrückt = p; die Temperatur, welche dasselbe bereits besitzt, in Centesimalgraden ausgedrückt, sei = t; die innere Wärme des Brennmaterials, dessen man sich zur Feuerung bedienen will, sei = c; die Menge des Brennmaterials, welche man zur Production der erforderlichen Wärmequantität anwenden mufs, heifse q, sie sei unbekannt und zu suchen: so findet man

$$x = \frac{p\,(650 - t)}{c} = q.$$

§. 164. Zahlenbeispiele. Es sollen mittelst Torffeuerung aus einem passenden Apparate 486 Pfund Wasser überdestillirt werden, das Wasser hat bereits die Temperatur von 10° C.; die innere Wärme des Torfs sei 1125: wieviel Torf mufs verbrannt werden, um die nöthige Wärmemenge zu produciren?

Hier ist c = 1125; p = 486; t = 10; also ist

$$x = q = \frac{486 \times (650 - 10)}{1125} = 276{,}48 \text{ Pfund Torf.}$$

Oder: es sollen 76 Pfund Wasser von 19° C. überdestillirt werden, mittelst Holzfeuer. Die innere Wärme des Holzes = 3100. Wieviel Holz wird man zur Production der nöthigen Wärmemenge verbrennen müssen?

Hier ist p = 76; t = 19; c = 3100; also ist

$$x = \frac{76 \times (650 - 19)}{3100} = 15{,}79 \text{ Pfund Holz.}$$

§. 165. Um berechnen zu können, wieviel Brennmaterial erforderlich sei, um eine verlangte Menge irgend einer Flüssigkeit, von bekannter Temperatur, zu destilliren: wäre es nothwendig, ausser der innern Wärme des Brennmaterials, der specifischen Wärme und des Siedepunktes der Flüssigkeit, auch noch die Wärmequantität zu kennen, welche absorbirt wird, um die, bis zum Siedepunkte erhitzte, Flüssigkeit in Dämpfe zu verwandeln.

Es sollen von der Flüssigkeit L, die bereits die Temperatur t besitzt, p Pfund, mittelst Anwendung des Brennmaterials B, überdestillirt werden. Es sei die innere Wärme von B c; die specifische Wärme von L s; der Siedepunkt von L sei = t; die Anzahl Wärmemafse, welche 1 Pfund der bis zu t' erhitzten Flüssigkeit absorbiren mufs, um sich in Dampf zu verwandeln, sei = n; die erforderliche Menge von B sei = q, aber unbekannt, also q = x.

Nach dem vorigen Kapitel wären, um 1 Pfund der Flüssigkeit L bis zum Siedepunkte zu erhitzen $(t' - t)$ s Mafs Wärme nöthig; da aber dieses eine Pfund noch n Mafs Wärme absorbiren mufs, um in Dampf verwandelt zu werden: so wären, um 1 Pfund der Flüssigkeit zu verdampfen $n + (s(t' - t))$ Mafs Wärme nöthig: mithin sind für p Pfund, pmal soviel, also $p\,(s\,(t' - t) + n)$ Mafs Wärme erforderlich, folglich findet man

$$x = \frac{p\,(s\,(t^1 - t) + n)}{c} = q.$$

§. 166. Zahlenbeispiele. Man will 466 Pfund Alkohol überdestilliren, mittelst Anwendung von Torffeuerung. Der überzuziehende Alkohol hat bereits eine Temperatur von 4° C.; die innere Wärme des Torfs sei = 1125; die specifische Wärme des Alkohols sei = 0,65; der Siedepunkt des Alkohols = 78°,8 C.; die Anzahl Wärmemaſse welche 1 Pfund des bis zum Siedepunkte erhitzten Alkohols absorbiren muſs, um sich in Dampf zu verwandeln, sei = 208. Wieviel Torf wird man demnach verbrennen müssen, um die oben genannte Menge Alkohol zu destilliren?

Hier ist L Alkohol; B Torf; c = 1125; p = 466; t = 4: t^1 = 78,8; n = 208; s = 0,65; also ist

$$x = \frac{466 \times (0{,}65 \times (78{,}8 - 4) + 208)}{1125}$$

$$= q = 106{,}29 \text{ Pfund Torf.}$$

Oder: es sollen 35 Pfund Schwefeläther überdestillirt werden, mittelst Holzkohlenfeuer. Der Aether besitzt eine Temperatur von 2° C.; seine specifische Wärme ist = 0,5; sein Siedepunkt falle bei 35°,5; um 1 Pfund Aether in Dampf zu verwandeln, muſs er bis zum Siedepunkt erhitzt noch 172 Maſs Wärme absorbiren; die innere Wärme der Holzkohlen sei = 7050; wieviel Kohlen sind erforderlich, den genannten Zweck zu erreichen?

Hier ist L Schwefeläther; B Holzkohlen; c = 7050; t = 2; t^1 = 35,5; n = 172; s = 0,5; p = 35; also ist

$$x = \frac{35\,(0{,}5(35{,}5 - 2) + 172)}{7050} = q = 0{,}9767 \text{ Pfund}$$

(= 15 Unzen + 5 Drachmen + ...) Holzkohlen.

Nota. In praxi gilt dasselbe, was in den Noten zu den letzt vorhergehenden Kapiteln gesagt worden.

Dritte Abtheilung.

Tabellen und andere Hülfsmittel,

welche

mit Vortheil und zur Bequemlichkeit bei den in der pharmazeutischen Physik und Chemie vorkommenden Berechnungen anzuwenden,

nebst

Anweisungen zum zweckmäſsigen Gebrauche derselben.

I. a.

Multiplications-Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
21	42	63	84	105	126	147	168	189	210
22	44	66	88	110	132	154	176	198	220
23	46	69	92	115	138	161	184	207	230
24	48	72	96	120	144	168	192	216	240
25	50	75	100	125	150	175	200	225	250

I. b.

Multiplications-Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
26	52	78	104	130	156	182	208	234	260
27	54	81	108	135	162	189	216	243	270
28	56	84	112	140	168	196	224	252	280
29	58	87	116	145	174	203	232	261	290
30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
31	62	93	124	155	186	217	248	279	310
32	64	96	128	160	192	224	256	288	320
33	66	99	132	165	198	231	264	297	330
34	68	102	136	170	204	238	272	306	340
35	70	105	140	175	210	245	280	315	350
36	72	108	144	180	216	252	288	324	360
37	74	111	148	185	222	259	296	333	370
38	76	114	152	190	228	266	304	342	380
39	78	117	156	195	234	273	312	351	390
40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
41	82	123	164	205	246	287	328	369	410
42	84	126	168	210	252	294	336	378	420
43	86	129	172	215	258	301	344	387	430
44	88	132	176	220	264	308	352	396	440
45	90	135	180	225	270	315	360	405	450
46	92	138	184	230	276	322	368	414	460
47	94	141	188	235	282	329	376	423	470
48	96	144	192	240	288	336	384	432	480
49	98	147	196	245	294	343	392	441	490
50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

I. c.

Multiplications-Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
51	102	153	204	255	306	357	408	459	510
52	104	156	208	260	312	364	416	468	520
53	106	159	212	265	318	371	424	477	530
54	108	162	216	270	324	378	432	486	540
55	110	165	220	275	330	385	440	495	550
56	112	168	224	280	336	392	448	504	560
57	114	171	228	285	342	399	456	513	570
58	116	174	232	290	348	406	464	522	580
59	118	177	236	295	354	413	472	531	590
60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
61	122	183	244	305	366	427	488	549	610
62	124	186	248	310	372	434	496	558	620
63	126	189	252	315	378	441	504	567	630
64	128	192	256	320	384	448	512	576	640
65	130	195	260	325	390	455	520	585	650
66	132	198	264	330	396	462	528	594	660
67	134	201	268	335	402	469	536	603	670
68	136	204	272	340	408	476	544	612	680
69	138	207	276	345	414	483	552	621	690
70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
71	142	213	284	355	426	497	568	639	710
72	144	216	288	360	432	504	576	648	720
73	146	219	292	365	438	511	584	657	730
74	148	222	296	370	444	518	592	666	740
75	150	225	300	375	450	525	600	675	750

I. d.

Multiplications-Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
76	152	228	304	380	456	532	608	684	760
77	154	231	308	385	462	539	616	693	770
78	156	234	312	390	468	546	624	702	780
79	158	237	316	395	474	553	632	711	790
80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
81	162	243	324	405	486	567	648	729	810
82	164	246	328	410	492	574	656	738	820
83	166	249	332	415	498	581	664	747	830
84	168	252	336	420	504	588	672	756	840
85	170	255	340	225	510	595	680	765	850
86	172	258	344	430	516	602	688	774	860
87	174	261	348	435	522	609	696	783	870
88	176	264	352	440	528	616	704	792	880
89	178	267	356	445	534	623	712	801	890
90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
91	182	273	364	455	546	637	728	819	910
92	184	276	368	460	552	644	736	828	920
93	186	279	372	465	558	651	744	837	930
94	188	282	376	470	564	658	752	846	940
95	190	285	380	475	570	665	760	855	950
96	192	288	384	480	576	672	768	864	960
97	194	291	388	485	582	679	776	873	970
98	196	294	392	490	588	686	784	882	980
99	198	297	396	495	594	693	792	891	990
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

II. a.

Reduction der Fuſsmase verschiedener Gegenden auf Hunderttheile des Pariser Zolles.

Fuſs-Mase verschiedener Gegenden.	Hundert-theile eines Pariser Zolles.	Fuſs-Mase verschiedener Gegenden.	Hundert-theile eines Pariser Zolles.
1 Amsterdamer Fuſs ist gleich	12570	1 Haager Fuſs ist gleich	14400
Anspacher	13200	Hallischer	13200
Augsburger	13129	Hamburger	12700
Bairischer	12938	Hannöverscher	12953
Baseler	13260	Harlemer	12670
Berliner	13730	Heidelberger	12275
Berner	13150	Hildesheimer	12445
Bologneser	16860	Holsteiner	13376
Braunschweiger	12650	Kalenberger	12953
Bremer	12820	Kölner	12190
Breslauer	12600	Königsberger	13640
Brüssler	12900	Konstantinopeler	31400
Dänischer	14034	Krakauer	15800
Danziger	12715	Leipziger	12520
Erfurter	12510	Lissaboner	13875
Eslinger Stadtf.	12800	Londoner	13513
— Feldf.	12203	Lübecker	12870
Florentinischer	25845	Mannheimer	12865
Frankfurter	12700	Mecklenburger	12890
Genfer	21630	Münchener	12825
Giesener	13200	Neapolitaner	11615
Griechischer	13656	Nürnberger	13467

II. b.

Reduction der Fuſsmase verschiedener Gegenden auf Hunderttheile des Pariser Zolles.

Fuſs-Mase verschiedener Gegenden.	Hunderttheile eines Pariser Zolles.	Fuſs-Mase verschiedener Gegenden.	Hunderttheile eines Pariser Zolles.
1 Osnabrücker Fuſs ist gleich	12375	1 Russischer Fuſs ist gleich	13165
Paduenser	18990	Schwedischer	13160
Pariser	14400	- -	13175
Prager	13360	Stettiner	12530
Rheinländischer	13920	Strasburger	12820,8
- -	13918,3	Turiner	22770
- -	14146	Ulmer	12953
Rigaer	12160	Venezianischer	15400
Römischer, alter	13075	Wiener	14011,7
- neuer	9903	-	14012
Rostocker	12820	Würtemberger	12780
Rotterdamer	13835	- -	12781
Russischer	23856	Zürcher	13300

III. a.

Uebersicht
der merkwürdigsten Körper- und Hohl-Maſse.

Neu-Französische Körper- und Flüssigkeits-Maſse.

Kilolitre od. Stere.	Hectolitre.	Decalitre.	Litre oder cubirter Decimetre.	Decilitre.	Centilitre.	Millilitre.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000
	1	10	100	1000	10000	100000
		1	10	100	1000	10000
			1	10	100	1000
				1	10	100
					1	10

Englische Flüssigkeits-Maſse.

Wegs oder Tuns.	Quartres.	Gallons.	Bottles.	Quarts.	Pinte.	Betrag in Decilitres.
1	5	320	640	1280	2560	12124,80320
	1	64	128	256	512	2424,80064
		1	2	4	8	37,88751
			1	2	4	18,943755
				1	2	9,4718775

III. b.

Uebersicht
der merkwürdigsten Körper- und Hohl-Maſse.

Preuſsisches Flüssigkeits-Maſs.

Fuder.	Oxhoft.	Ohm.	Eimer.	Anker.	Quart oder Maſs.	Nöſsel.	Betrag in Decilitres.
1	4	6	12	24	768	1536	8835,90680
	1	1,5	3	6	192	384	2208,97920
		1	2	4	128	256	1472,65280
			1	2	64	128	736,32640
				1	32	64	368,16320
					1	2	11,50510
						1	5,75255

Oesterreichisches Flüssigkeits-Maſs.

Eimer.	Maſs.	Halbe.	Seidel.	Pfiff.	Betrag in Decilitres.
1	40	80	160	320	56600,6300
	1	2	4	8	1415,0150
		1	2	4	561,9934
			1	2	280,9967
				1	140,4984

IV. a.

Vergleichung
der ältern Maſse verschiedener Gegenden mit dem Neu-Französischen.

			Decilitres.
Amsterdam	1 Ahm . .	hält	1528,394
Augsburg	1 Maſs . .	-	14,28219
Baiern	1 Maſs . .	-	6,171319
Bern	1 Pinte . .	-	16,49726
Böhmen	1 Pinte . .	-	19,09251
Bologne	1 Corba . .	-	737,9133
Brabant	1 Stoob . .	-	37,73822
Breslau	1 Quart . .	-	6,942733
Dänemark	1 Pott . .	-	9,660320
Dresden	1 Kanne .	-	12,04069
England	1 Gallon .	-	37,88751
Ferrara	1 Mastello .	-	818,84600
Florenz	1 Barillo . .	-	416,5640
Frankfurt a. M.	1 Stück . .	-	1475,034
Frankreich	1 Muid . .	-	2813,791
Daselbst	1 Quart . .	-	19,04294
Genua	1 Mezzarolla	-	646,66661
Hamburg	1 Quartier .	-	9,050350
Hannover,	1 Quartier .	-	9,719829
Köln	1 Maſs . .	-	14,97647
Konstantinopel	1 Alma . .	-	52,36805
Leipzig	1 Kanne. .	-	12,04069

IV. b.

Vergleichung
der ältern Maſse verschiedener Gegenden mit dem Neu-Französischen.

		Decilitres.
Nürnberg	1 Maſs . . hält	9,893395
Portugal	1 Canhado . -	13,95159
Rom	1 Barile . . -	455,1459
Ruſsland	1 Wedro . . -	126,95272
Daselbst	1 Osmuschka -	15,86909
Schweden	1 Kanne . . -	26,18402
Spanien	1 Cantaro . -	157,5009
Triest	1 Orne . . -	656,5845
Venedig	1 Bigoncia . -	1580,563
Verona	1 Brenta . . -	724,0280
Warschau	1 Garnice . -	15,96826
Wien	1 Eimer . . -	565,7330

V.

Reduction

der Unzen-Maſse, deren jedes als Maſs für 1 Unze destillirtes Wasser von 12 bis 14° R. betrachtet werden kann, **auf Englische und Französische Cubic-Zoll.**

Unzen-Maſse.	Französische Cubic-Zoll.	Englische Cubic-Zoll.
1	1,567	1,898
2	3,134	3,796
3	4,701	5,694
4	6,268	7,592
5	7,835	9,490
6	9,402	11,388
7	10,969	13,286
8	12,536	15,184
9	14,103	17,082
10	15,670	18,980
20	31,340	37,960
30	47,010	56,940
40	62,680	75,920
50	78,350	94,900
60	94,020	113,880
70	109,960	132,860
80	125,360	151,840
90	141,030	170,820
100	156,700	189,800
1000	1567,000	1898,000

VI.

Vergleichung der Gewichte der alten Griechen und Römer mit dem Alt-Französischen Gewicht.

Griechisches Gewicht.		Alt-Französisches Gewicht.			
		Pfund.	Unzen.	Drachm.	Gran.
1 Τάλασσον	=	54	2	6	48
1 Μνᾶ	=	—	14	3	40
1 Δραχμὴ	=	—	—	1	11
1 Ὀβολὸς	=	—	—	—	13
1 Κεράτιον	=	—	—	—	4
1 Χαλκὸς	=	—	—	—	2
1 Λεπτὸν	=	—	—	—	0,333

Römisches Gewicht.		Alt-Französ. Gewicht.		
		Unzen.	Drachm.	Gran.
1 Libra	=	10	6	48
1 Uncia	=	—	7	16
1 Duella	=	—	2	29
1 Sicilicus	=	—	1	58
1 Sextula	=	—	1	14
1 Denarius consularis	=	—	1	2
1 Drachma	=	—	—	65
1 Victoriatus	=	—	—	37
1 Scriptulum	=	—	—	21
1 Obolus	=	—	—	11
1 Siliqua	=	—	—	4

VII. a.

Vergleichung
der älteren Gewichte verschiedener Gegenden mit dem Neu-Französischen.

		Milligrammes.
Amsterdam	8 Unzen Troygewicht od. (1 Mrk. Münzgew.) . hält	246002,2
	1 Aſs -	48,04730
Baiern	1 neues (seit d. 1. Oct. 1811 eingef.) bürgerl. Pfund hält	560000,0
	1 neues Apothekerpfund zu 12 Unzen hält	360000,0
Berlin	1 bürg. Pf. (von 32 Loth) -	468161,2
Böhmen	1 bürg. Pf. (von 32 Loth) -	514346,5
Dänemark	1 bürgerl. Pfund . -	499547,7
Deutschld.	1 Pf. Nürnb. Medic. Gew. -	357663,9
	1 Unze -	29805,33
	1 Drachme -	3725,662
	1 Scrupel -	1241,889
	1 Gran -	103,4907
England	1 Pound Troy-, Münz- und Apoth. Gew. . . hält	373135,3
	1 Onces ($\frac{1}{12}$ ein. Pound) -	31094,61
	1 Penny Weight . . -	1554,731
	1 Grains -	64,78046
	1 Mite -	6,239023
Frankreich	1 Pf. Hand.-Gew. zu 16 Unz.	489506,2
	1 Mark Münz-Gew. zu 8 Unz.	244753,1
	1 Unze von 8 Gros . hält	30594,11
	1 Gros von 72 Grains -	3824,264
	1 Grain -	53,114783
Hamburg	1 bürgerl. Pfund . -	484316,8
Köln	1 Mark Münz-Gew. v. 16 Loth	233870,0

VII. b.

Vergleichung der älteren Gewichte verschiedener Gegenden mit dem Neu-Französischen.

		Milligrammes.
Köln	1 Richtpfennigtheil . hält	3,568574
Konstantin.	1 Oka hält	1275656
Leipzig	1 bürgerl. Pfund . -	466827,5
Neapel	1 Pfund von 12 Unzen -	320811,8
Nürnberg	1 bürgerl. Pfund . . -	509781,8
	1 Mark Münzgew. v. 8 Unzen	238442,6
Portugal	1 Pfund zu 16 Unz. (2 Mark)	458947,7
Rom	1 Pfund zu 12 Unzen hält	339214,0
Rufsland	1 bürgerl. Pf. (zu 32 Loth)	408978,6
Schweden	1 Pf. Victual.-Gew. (32 Lth.)	425122,5
	1 Mark Berggew. (32 Loth)	735826,0
	1 Pf. Medic.-Gew. (12 Unz.)	356318,7
	1 Mark Münzgew. . hält	210639,4
Spanien	1 bürgerl. Pfund (16 Unzen)	460293,1
	1 Medic. Pfund (12 Unzen)	345027,6
	1 Mark Münzgew. (8 Unzen)	230434,9
Tyrol	1 bürgerl. Pfund (32 Loth)	592922,3
Venedig	1 Libra grossa von 2 Mark	477494,0
	1 Pf. Markgew. (12 Unzen)	358096,5
	1 Libra sottile od. Apoth.-Gew. (12 Unzen) . hält	302025,3
	1 Pf. Pero grosso (12 Unz.)	468172,9
	1 Mark Münzgew. (8 Unzen)	238747,0
Wien	1 bürgerl. Pfund (32 Loth)	560012,0
	1 Mark Münzgew. (16 Loth)	280644,0
	1 Medic. Pfund (12 Unzen)	418000,5
Zürich	1 Pf. leichtes Gew. v. 2 Mark	460605,3

VIII. a.

Uebersicht der gebräuchlichsten Gewichts-Einheiten.

Nürnberger Medicinal-Gewicht.

Pfund.	Unzen.	Drachmen.	Skrupel.	Gran.	Betrag in Köllnischen Richtpfennigen.
1	12	96	288	5760	100423,5003
	1	8	24	480	8368,6246
		1	3	60	1046,0780
			1	20	348,6926
				1	17,4346

Neu-Französisches Gewicht.

Myriagramme.	Kilogramme.	Hectogramme.	Decagramme.	Gramme.	Decigramme.	Centigramme.	Milligrammes.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
		1	10	100	1000	10000	100000
			1	10	100	1000	10000
				1	10	100	1000
					1	10	100
						1	10

VIII. b.

Uebersicht der gebräuchlichsten Gewichts-Einheiten.

Alt-Französisches Medicinal- und Troy-Gewicht.

Livre.	Marc.	Onces.	Gros. (Drachmes.)	Deniers. (Scrupules.)	Grains.	Betrag in Köllnischen Richtpfennigen.
1	2	16	128	384	9216	137458,0000
	1	8	64	192	4608	68729,0000
		1	8	24	576	8591,1250
			1	3	72	1073,8904
				1	24	357,9634
					1	14,9151

Köllnisches Mark-Gewicht.

Mark.	Unzen.	Loth.	Quentchen	Pfennige.	Heller.	Richt-pfennige.
1	8	16	64	256	512	65536
	1	2	8	32	64	8192
		1	4	16	32	4096
			1	4	8	1024
				1	2	256
					1	128

VIII. c.

Uebersicht der gebräuchlichsten Gewichts-Einheiten.

Englisches Troy-Gewicht.

Pound.	Onces.	Penny-Weight.	Grains.	Mits.	Betrag in Köllnischen Richtpfennigen.
1	12	240	5760	115200	104688,0000
	1	20	480	9600	8724,0000
		1	24	480	436,2000
			1	20	18,1750
				1	0,9087

Holländisches Münz- und Troy-Gewicht.

Marc.	Oncen.	Engel.	Aas.	Betrag in Köllnischen Richtpfennigen.
1	8	160	1520	68985,761
	1	20	640	8616,970
		1	32	430,348
			1	13,448

IX.

Uebersicht
des Deutschen Probier-Gewichts.

1 Ctn.	=	100 Pfd.	=	1024 Richtpfth.	od.	1 Qtch.	Köln.
½ -	=	50 -	=	512 -	-	½ -	-
¼ -	=	25 -	=	256 -	-	¼ -	-
		16 -	=	163,84 -			
		8 -	=	81,92 -			
		4 -	=	40,96 -			
		2 -	=	20,48 -			
		1 -	=	10,24 -			
½ Pfd. od.		16 Lth.	=	5,12 -			
		8 -	=	2,56 -			
		4 -	=	1,28 -			
		2 -	=	0,64 -			
		1 -	=	0,32 -			

Uebersicht
des Französischen Probier-Gewichts.

1	Gramme	=	280,7564	Richt-	Einth.
0,5	-	=	140,3773	-	-
0,2	-	=	56,1509	-	-
0,1	-	=	28,0754	-	-
0,05	-	=	14,0377	-	-
0,02	-	=	5,6150	-	-
0,01	-	=	2,8075	-	-
0,005	-	=	1,4037	-	-
0,002	-	=	0,5615	-	-
0,001	-	=	0,2807	-	-
0,0005	-	=	0,1403	-	-

X. a.

Reduction

des neuen Französischen Gewichts auf das Nürnberger Apotheker-Gewicht.

Milli-grammes.		Gran.	Deci-grammes.		Gran.
1	=	0,0161	1	=	1,6098
2	=	0,0322	2	=	3,2197
3	=	0,0483	3	=	4,8296
4	=	0,0644	4	=	6,4394
5	=	0,0805	5	=	8,0493
6	=	0,0966	6	=	9,6592
7	=	0,1127	7	=	11,2690
8	=	0,1288	8	=	12,8788
9	=	0,1449	9	=	14,4887
Centi-grammes.			Grammes.		
1	=	0,1610	1	=	16,0986
2	=	0,3220	2	=	32,1973
3	=	0,4830	3	=	48,2960
4	=	0,6440	4	=	64,3947
5	=	0,8050	5	=	80,4934
6	=	0,9660	6	=	96,5920
7	=	1,1269	7	=	112,6907
8	=	1,2879	8	=	128,7884
9	=	1,4489	9	=	144,8871

X. b.

Reduction

des neuen Französischen Gewichts auf das Nürnberger Apotheker-Gewicht.

Decagrammes.	Gran.	Kilogrammes.	Gran.
1	= 160,9868	1	= 16098,6804
2	= 321,9736	2	= 32197,3608
3	= 482,9604	3	= 48296,0412
4	= 643,9472	4	= 64394,7216
5	= 804,9340	5	= 80493,4020
6	= 965,9208	6	= 96592,0824
7	= 1126,9076	7	= 112690,7628
8	= 1287,8844	8	= 128788,4432
9	= 1448,8712	9	= 144887,1236
Hectogrammes.		Myriagrammes.	
1	= 1609,8680	1	= 160986,8041
2	= 3219,7360		
3	= 4829,6041		
4	= 6439,4721		
5	= 8049,3402		
6	= 9559,2082		
7	= 11269,0762		
8	= 12878,8443		
9	= 14488,7123		

XI. a.

Reduction
des Nürnberger Apotheker-Gewichts auf das neue Französische Gewicht.

Gran.	Milli-grammes.	Gran.	Milli-grammes.	Gran.	Milli-grammes.
$\frac{1}{250}$	0,2426	13	807,5177	39	2422,5532
$\frac{1}{128}$	0,4852	14	869,6345	40	2484,6700
$\frac{1}{64}$	0,9705	15	931,7512	41	2546,7867
$\frac{1}{32}$	1,9411	16	993,8680	42	2608,9035
$\frac{1}{16}$	3,8823	17	1055,9847	43	2671,0202
$\frac{1}{10}$	6,2116	18	1118,1015	44	2733,1370
$\frac{1}{9}$	6,9018	19	1180,2182	45	2795,2537
$\frac{1}{8}$	7,7646	20	1242,3350	46	2857,3705
$\frac{1}{7}$	8,8738	21	1304,4517	47	2919,4872
$\frac{1}{6}$	10,3528	22	1366,5685	48	2981,6040
$\frac{1}{5}$	12,4233	23	1428,6852	49	3043,7207
$\frac{1}{4}$	15,5292	24	1490,8020	50	3105,8375
$\frac{1}{3}$	20,7056	25	1552,9187	51	3167,9542
$\frac{1}{2}$	31,0583	26	1615,0355	52	3230,0710
1	62,1167	27	1677,1522	53	3292,1877
2	124,2335	28	1739,2690	54	3354,3045
3	186,3502	29	1801,3857	55	3416,4212
4	248,4670	30	1863,3025	56	3478,5380
5	310,5837	31	1925,6192	57	3540,6547
6	372,7005	32	1987,7360	58	3601,7715
7	434,8172	33	2049,8527	59	3664,8882
8	496,9340	34	2111,9695	60	3727,0050
9	559,0507	35	2174,0862	61	3789,1217
10	621,1675	36	2236,2030	62	3851,2385
11	683,2842	37	2298,3197	63	3913,3552
12	745,4010	38	2360,4365	64	3975,4720

XI. b.

Reduction
des Nürnberger Apotheker-Gewichts auf das neue Französische Gewicht.

Gran.	Milli-grammes.	Gran.	Milli-grammes.
65	4037,5887	90	5590,5075
66	4099,7055	91	5652,6242
67	4161,8222	92	5714,7410
68	4223,9390	93	5776,8577
69	4286,0557	94	5838,9745
70	4348,1725	95	5901,0912
71	4410,2892	96	5963,2080
72	4472,4060	97	6025,3247
73	4534,5227	98	6087,4415
74	4596,6395	99	6149,5582
75	4658,7562	100	6211,6750
76	4720,8730	200	12423,350
77	4782,9897	240=½Unze.	14908,020
78	4845,1065	300	18635,025
79	4907,2232	400	24846,700
80	4969,3400	480=1Unze.	29816,040
81	5031,4567	500	31058,375
82	5093,5735	600	37270,050
83	5155,6902	700	43481,725
84	5217,8070	800	49693,400
85	5279,9237	900	55905,075
86	5342,0405	1000	62116,750
87	5404,1572	2000	124233,500
88	5466,2740	2880=½ Pfd.	178896,235
89	5528,3907	5760=1 Pfd.	357792,470

XII.

Reduction
der Köllnischen, Nürnberg., Alt-Französ. und Holländ. Hauptgewichtseinheiten auf Milligrammes.

		Milligrammes.
1 Richtpfennig Köllnisch	=	3,54
1 Heller - -	=	453,39
1 Pfennig - -	=	913,55
1 Quentchen - -	=	3654,20
1 Loth - -	=	14616,82
1 Unze - -	=	29233,75
1 Mark - -	=	233870,00
1 Pfund - -	=	467740,00
1 Gran Deutsch. Medic. Gew.	=	62,0944
1 Skrupel - - -	=	1241,8886
1 Drachme - - -	=	3725,6658
1 Unze - - -	=	29805,3264
1 Pfund - - -	=	357663,9168
1 Grain Alt Französ. Gew.	=	53,3
1 Denier - - -	=	1274,75
1 Gros - - -	=	3824,25
1 Once - - -	=	30594,1
1 Marc - - -	=	244752,7
1 Livre - - -	=	489505,4
1 Aas Holländ. Gewicht	=	48,0473
1 Engel - -	=	1537,5136
1 Once - -	=	30750,2720
1 Marc - -	=	246002,1760

XIII. a.

Reduction
der Grane, Drachmen und Unzen auf Decimaltheile des Pfundes in Medicinalgewicht, das Pfund zu 12 Unzen.

Gran.	Decimaltheile des Pfundes.	Gran.	Decimaltheile des Pfundes.	Gran.	Decimaltheile des Pfundes.
1	0,00017361	26	0,00451388	51	0,00885416
2	0,00034722	27	0,00468750	52	0,00902777
3	0,00052083	28	0,00486111	53	0,00920138
4	0,00069444	29	0,00503472	54	0,00937500
5	0,00086805	30	0,00520833	55	0,00954861
6	0,00104166	31	0,00538194	56	0,00472222
7	0,00121527	32	0,00555555	57	0,00989583
8	0,00138888	33	0,00572916	58	0,01006944
9	0,00156250	34	0,00590277	59	0,01024305
10	0,00173611	35	0,00607638	60	0,01041666
11	0,00190972	36	0,00625000	61	0,01059027
12	0,00208333	37	0,00642361	62	0,01076388
13	0,00225694	38	0,00659722	63	0,01093750
14	0,00243055	39	0,00677083	64	0,01111111
15	0,00260416	40	0,00694444	65	0,01128472
16	0,00277777	41	0,00711805	66	0,01145833
17	0,00295138	42	0,00729166	67	0,01163194
18	0,00312500	43	0,00746527	68	0,01180555
19	0,00329861	44	0,00763888	69	0,01197916
20	0,00347222	45	0,00781250	70	0,01215277
21	0,00364583	46	0,00798611	71	0,01232638
22	0,00381944	47	0,00815972	72	0,01250000
23	0,00399305	48	0,00833333	73	0,01267361
24	0,00416666	49	0,00850694	74	0,01284722
25	0,00434027	50	0,00868055	75	0,01302083

XIII. b.

Reduction
der Grane, Drachmen und Unzen auf Decimaltheile des Pfundes in Medicinalgewicht, das Pfund zu 12 Unzen.

Gran.	Decimaltheile des Pfundes.	Gran.	Decimaltheile des Pfundes.	Gran.	Decimaltheile des Pfundes.
76	0,01319444	85	0,01475694	94	0,01631944
77	0,01336805	86	0,01493055	95	0,01649305
78	0,01354166	87	0,01510416	96	0,01666666
79	0,01371527	88	0,01527777	97	0,01684027
80	0,01388888	89	0,01545138	98	0,01701388
81	0,01406250	90	0,01562500	99	0,01718750
82	0,01423611	91	0,01579861	100	0,01736111
83	0,01440972	92	0,01597222		
84	0,01458333	93	0,01614583		
Drachmen.		Drachmen.		Drachmen.	
1	0,01041666	5	0,05208333	9	0,09375000
2	0,02083333	6	0,06250000	10	0,10416666
3	0,03125000	7	0,07291666	11	0,11458333
4	0,04166666	8	0,08333333	12	0,12500000
Unzen.		Unzen.		Unzen.	
1	0,08333333	5	0,41666666	9	0,75000000
2	0,16666666	6	0,50000000	10	0,83333333
3	0,25000000	7	0,58333333	11	0,91666666
4	0,33333333	8	0,66666666	12	1,00000000

Gasometr. Tafel No. I.

Für das Wasser als Sperrungs-Flüssigkeit.

Höhe des inneren Niveaus über dem äusseren.	Barometerstände.			
	28 Zoll.	27 Zoll.	26 Zoll.	25 Zoll.
1 Zoll.	0,9974	0,9973	0,9972	0,9970
2	0,9947	0,9945	0,9943	0,9941
3	0,9921	0,9918	0,9915	0,9911
4	0,9894	0,9890	0,9886	0,9882
5	0,9868	0,9863	0,9858	0,9852
6	0,9841	0,9835	0,9829	0,9822
7	0,9815	0,9808	0,9801	0,9792
8	0,9788	0,9781	0,9772	0,9763
9	0,9762	0,9753	0,9744	0,9733
10	0,9735	0,9726	0,9715	0,9704
11	0,9709	0,9698	0,9687	0,9674
12	0,9682	0,9671	0,9658	0,9644

Gasometr. Tafel No. II.

Für das Quecksilber als Sperrungs-Flüssigkeit.

Höhe des inneren Niveaus über dem äusseren.	Barometerstände.			
	28 Zoll.	27 Zoll.	26 Zoll.	25 Zoll.
1 Linie.	0,9970	0,9969	0,9968	0,9967
2	0,9940	0,9939	0,9936	0,9934
3	0,9910	0,9908	0,9904	0,9900
4	0,9881	0,9877	0,9872	0,9867
5	0,9851	0,9846	0,9840	0,9834
6	0,9821	0,9815	0,9808	0,9800
7	0,9792	0,9784	0,9776	0,9767
8	0,9762	0,9753	0,9744	0,9734
9	0,9732	0,9722	0,9712	0,9700
10	0,9702	0,9692	0,9680	0,9667
11	0,9673	0,9661	0,9648	0,9634
12	0,9643	0,9630	0,9616	0,9600
13	0,9613	0,9599	0,9583	0,9568
14	0,9583	0,9568	0,9551	0,9535
15	0,9554	0,9537	0,9519	0,9500
16	0,9524	0,9506	0,9487	0,9467
17	0,9494	0,9475	0,9455	0,9433
18	0,9464	0,9444	0,9423	0,9400
19	0,9435	0,9413	0,9391	0,9367
20	0,9405	0,9383	0,9359	0,9333
21	0,9375	0,9352	0,9327	0,9300
22	0,9345	0,9321	0,9295	0,9267
23	0,9316	0,9290	0,9263	0,9233
24	0,9286	0,9259	0,9231	0,9200

Gasometr. Tafel No. III.

Stand des Quecksilber-Barometers über dem niedrigsten Stand.	Höhe des inneren Wasserspiegels über dem äuſseren.	
Linie.	Zoll.	Linie.
1	1	1,5
2	2	3
3	3	4,5
4	4	6
5	5	7,5
6	6	9
7	7	10,5
8	9	0
9	10	1,5
10	11	3
11	12	4,5
12	13	6
13	14	7,5
14	15	9
15	16	10,5
16	18	0
17	19	1,5
18	20	3

Gasometr. Tafel No. IV.

Reaumur's Grade.	Celsius's Grade.	
✠ 4	= ✠ 5	0,99873
5	6,25	0,99877
6	7,50	0,99882
7	8,75	0,99889
8	10,00	0,99898
9	11,25	0,99911
10	12,50	0,99925
11	13,75	0,99940
12	15,00	0,99958
13	16,25	0,99977
14	17,50	1,00000
15	18,75	1,00024
16	20,00	1,00049
17	21,25	1,00075
18	22,50	1,00103
19	23,75	1,00133
20	25,00	1,00164
21	26,25	1,00196

Gasometr. Tafel No. V.

Reaumur's Grade.	Celsius's Grade.	
0 =	0	0,996767
+ 1	+ 1,25	0,996998
2	2,50	0,997229
3	3,75	0,997459
4	5,00	0,997691
5	6,25	0,997921
6	7,50	0,998152
7	8,75	0,998383
8	10,00	0,998614
9	11,25	0,998845
10	12,50	0,999076
11	13,75	0,999307
12	15,00	0,999538
13	16,25	0,999769
14	17,50	1,000000
15	18,75	1,000231
16	20,00	1,000462
17	21,25	1,000693
18	22,50	1,000924
19	23,75	1,001155
20	25,00	1,001386
21	26,25	1,001617
22	27,50	1,001848
23	28,75	1,002079
24	30,00	1,002309

Barometerstand.		…malstand.						
		1°	…8°		9°		10°	
Zoll	Lin.	Zoll	Lin.	Zoll	Lin.	Zoll	Lin.	
28		1	1,6	15	10,8	17	8,0	
27	11	1	1,1	15	10,3	17	7,4	
27	10	1	0,6	15	9,7	17	6,8	
27	9	1	0,1	15	9,1	17	6,1	
27	8	1	11,6	15	8,6	17	5,5	
27	7	1	11,1	15	8,0	17	5,9	
27	6	1	10,6	15	7,4	17	4,3	
27	5	1	10,1	15	6,9	17	3,6	
27	4	1	9,6	15	6,3	17	3,0	
27	3	1	9,1	15	5,7	17	2,4	
27	2	1	8,6	15	5,2	17	1,7	
27	1	1	8,1	15	4,6	17	1,1	
27	[illegible]	1	7,6	15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

'el No. VII.

ler unter dem Normalstand.

6° Zoll	6° Lin.	7° Zoll	7° Lin.	8° Zoll	8° Lin.	9° Zoll	9° Lin.	10° Zoll	10° Lin.
	9,38		10,94	1	0,50	1	2,06	1	3,63
	9,29		10,84	1	0,39	1	1,94	1	3,49
	9,21		10,74	1	0,27	1	1,81	1	3,35
	9,13		10,65	1	0,17	1	1,69	1	3,21
	9,04		10,55	1	0,06	1	1,56	1	3,07
	8,96		10,45		11,94	1	1,44	1	2,93
	8,87		10,35		11,83	1	1,31	1	2,79
	8,79		10,26		11,72	1	1,19	1	2,65
	8,71		10,16		11,61	1	1,06	1	2,51
	8,62		10,06		11,50	1	0,93	1	2,37
	8,54		10,96		11,39	1	0,81	1	2,23
	8,46		9,87		11,27	1	0,68	1	2,09
	8,37		9,77		11,16	1	0,56	1	1,95

XV. a.

Uebersicht
der specifischen Gewichte verschiedener Substanzen.

Das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt.

Sauerstoffgas	0,001342	Cerer	
Salpeterstoffgas	0,001174	Uran	9,0
Wasserstoffgas	0,000084	Mangan	8,013
Schwefel	1,8	Kobalt	7,811
Selen	4,3	Arsenik	8,308
Phosphor	1,714	Antimon	6,702
Boron		Tellur	6,115
Fluor		Bismuth	9,822
Chlor	3.289	Cadmium	8,604
Jod	4,948	Zink	7,190
Kohlenstoff	3,6	Zinn	7,306
Kalium	0,865	Blei	11,388
Lithium		Eisen	7,788
Natronium	0,934	Nickel	8,932
Baryum	4,000	Kupfer	8,878
Strontium	4,5	Quecksilber	14,11
Calcium		Silber	10,609
Magnium	1,103	Palladium	11,041
Glycium		Rhodium	11,633
Aluminium		Irridium	18,600
Yttrium		Osmium	
Zirkonium		Gold	19,287
Silicium		Platin	19,5
Titan		Kohlenwasserstoffgas	0,000671
Tantal			
Scheel	17,400	Ammoniakgas	0,000713
Molybdän	8,600	Wassergas	0,000755
Chrom	5,901	Flufssäuregas	0,000796

XV. b.

Uebersicht
der specifischen Gewichte verschiedener Substanzen.

Das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt.

Phosphorwasserstoffgas im min.	0,000978	Lavendelöl	0,893
Phosphorwasserstoffgas im max.	0,001241	Nelkenöl	1,034
Blausäuregas	0,001132	Pommeranzenöl	0,888
Oel bildendes Gas	0,009852	Zimmtöl	1,035
Kohlenoxydgas	0,001174	Sassafrasöl	1,082
Salpetergas	0,001258	Rosmarinöl	0,934
Atmosphär. Luft	0,001208	Terpentinöl	0,792
Vitriolöl	1,877	Wachholderöl	0,911
Rauchende Salpetersäure	1,583	Baumöl	0,913
Rauch. Salzsäure	1,194	Leinöl	0,932
Boraxsäure	1,479	Rüböl	0,853
Arseniksäure	3,391	Mandelöl	0,928
Arsenigte Säure	3,694	Rindertalg	0,955
Roher Essig	1,013	Hammeltalg	0,943
Destillirter Essig	1,009	Schweineschmalz	0,954
Salmiakgeist	0,890	Gelbes Wachs	0,960
Aether	0,716	Weißes Wachs	0,966
Alcohol	0,791	Butter	0,942
Weißer Franzwein	1,020	Wallrath	0,943
Maderawein	1,038	Cacaobutter	0,891
Mallagawein	1,015	Weißes Pech	1,072
Pontac	0,993	Arabisch. Gummi	1,452
Champagner	0,962	Gummilack	1,139
Moseler	0,916	Caoutschuck	0,933
Rheinwein	0,999	Camphor	0,988
		Indigo	0,769
		Elfenbein	1,825
		Holzkohle	0,362

XV. c.

Uebersicht
der specifischen Gewichte verschiedener Substanzen.

Das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt.

Eis	0,916	Schwefelantimon	4,761
Buchenholz	0,852	Bleiglätte	6,044
Lindenholz	0,604	Zinnober, künstl.	7,838
Pappelnholz	0,383	Kupferkies	3,881
Tannenholz	0,550	Schwefelkies	4,676
Eichenholz	1,666	Tutia	4,615
Korkholz	0,240	Galmey	2,560
Zucker	1,606	Gelber Arsenik	3,521
Zinkvitriol	1,900	Rother Arsenik	3,223
Bleizucker	2,395	Graphit	1,860
Alaun	1,714	Braunkohle	1,119
Borax	1,720	Bernstein	1,135
Salmiak	1,420	Steinkohle	1,456
Salpeter	1,900	Asphalt	1,334
Salpetersaures Natron	1,869	Bergnaphta	0,708
		Petroleum	0,854
Weinstein (gereinigt)	1,910	Kreide	2,282
		Carrar. Marmor	2,716
Glaubersalz	2,246	Isländ. Kalkspath	2,715
Kochsalz	1,918	Gyps, wasserfrei	2,9
Schwefelsaures Kali	2,298	Fraueneis	2,2
Grünes Glas	2,642	Flufsspath	3,191
Krystallglas	2,787	Schwersp., dicht.	4,300
Flintglas	3,329	Meerschaum	0,336
Porzellan v. Seves	2,145	Töpferthon	1,800
		Bolus (armen)	2,727
Porzell. v. China	2,384	Bergkrystall	2,653
Schwefelblei	7,220	Quarz	2,647

XVI. a.

Uebersicht

der specifischen Gewichte von, nach verschiedenen Verhältnissen zusammengesetzten, Mischungen aus Alkohol und Wasser.

Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen		Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen		Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen	
	Alkohols.	Wassers.		Alkohols.	Wassers.		Alkohols.	Wassers.
0,791	100	0	0,844	80	20	0,892	60	40
0,794	99	1	0,847	79	21	0,894	59	41
0,797	98	2	0,849	78	22	0,896	58	42
0,800	97	3	0.851	77	23	0.899	57	43
0,803	96	4	0,853	76	24	0.901	56	44
0,805	95	5	0,856	75	25	0.903	55	45
0,808	94	6	0.859	74	26	0.905	54	46
0,811	93	7	0.861	73	27	0.907	53	47
0,813	92	8	0,863	72	28	0.909	52	48
0.816	91	9	0,866	71	29	0,912	51	49
0.818	90	10	0,868	70	30	0,914	50	50
0,821	89	11	0,870	69	31	0.917	49	51
0,823	88	12	0,872	68	32	0,919	48	52
0,826	87	13	0,875	67	33	0.921	47	53
0,828	86	14	0,877	66	34	0,923	46	54
0.831	85	15	0,880	65	35	0,925	45	55
0,834	84	16	0.882	64	36	0,927	44	56
0,836	83	17	0,885	63	37	0,930	43	57
0,839	82	18	0.887	62	38	0,932	42	58
0,842	81	19	0,889	61	39	0,934	41	59

XVI. b.

Uebersicht

der specifischen Gewichte von, nach verschiedenen Verhältnissen zusammengesetzten, Mischungen aus Alkohol und Wasser.

Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen		Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen		Specifisches Gewicht	des Gemisches aus Theilen	
	Alkohols.	Wassers.		Alkohols.	Wassers.		Alkohols.	Wassers.
0,936	40	60	0,963	26	74	0,985	12	88
0,938	39	61	0,965	25	75	0,986	11	89
0,940	38	62	0,966	24	76	0,987	10	90
0,942	37	63	0,968	23	77	0,988	9	91
0,944	36	64	0,970	22	78	0,989	8	92
0,946	35	65	0,971	21	79	0,991	7	93
0,948	34	66	0,973	20	80	0,992	6	94
0.950	33	67	0,974	19	81	0.994	5	95
0,952	32	68	0,976	18	82	0.995	4	96
0,954	31	69	0,977	17	83	0,997	3	97
0,956	30	70	0,978	16	84	0,998	2	98
0,957	29	71	0,980	15	85	0.999	1	99
0,959	28	72	0,981	14	86	1,000	0	100
0,961	27	73	0.983	13	87			

XVII.

Vergleichung
der specifischen Gewichte von Salzsoolen mit den absoluten Gewichten ihrer jedesmaligen Salzgehalte.

Specifisches Gewicht der Soole.	Absolutes Gewicht des Salzgehalts.	Specifisches Gewicht der Soole.	Absolutes Gewicht des Salzgehalts.
1,000	0	1,117	180
1,007	10	1,123	190
1,014	20	1,129	200
1,021	30	1,135	210
1,027	40	1,141	220
1,034	50	1,146	230
1,041	60	1,152	240
1,047	70	1,158	250
1,054	80	1,163	260
1,060	90	1,169	270
1,067	100	1,175	280
1,073	110	1,180	290
1,080	120	1,185	300
1,086	130	1,191	310
1,093	140	1,196	320
1,099	150	1,201	330
1,105	160	1,2047	336,8
1,111	170		

XVIII.

Vergleichung
des absoluten Gewichts mehrerer Gasarten mit ihrem Volumen.

Namen der Gasarten.	Der Pariser Cubikzoll wiegt in Franz. Mark-Gewicht.	Der Berliner Duodez-Cubikzoll wiegt in Berlin. Medic. Gew.
	Gran.	Gran.
Atmosphärische Luft	0,46005	0,3644
Sauerstoffgas	0,50695	0,4015
Salpeterstoffgas	0,44444	0,3520
Wasserstoffgas	0,03539	0,0280
Salpetergas	0,54690	0,4331
Ammoniakgas	0,27488	0,2177
Kohlensäuregas	0,68985	0,5464
Schweflichtsaures Gas	1,03820	0,8222

XIX.

Vergleichung

der absoluten Gehalte verschiedener Salzsäuren, an salzsaurem Gase, mit deren specifischen Gewichten.

Bei einer Temperatur von 45° Fahrenheit und einem Barometerstande von 30 Zoll Engl. enthalten

100 Theile der Auflösung des salzs. Gases in Wasser von folgend. spec. Gewichte	Theile des salzsauren Gases.	100 Theile der Auflösung des salzs. Gases in Wasser von folgend. spec. Gewichte	Theile des salzsauren Gases.
1,21	42,43	1,10	20,20
1,20	40,80	1,09	18,18
1,19	38,38	1,08	16,16
1,18	36,36	1,07	14,14
1,17	34,34	1,06	12,12
1,16	32,32	1,05	10,10
1,15	30,30	1,04	8,08
1,14	28,28	1,03	6,06
1,13	26,26	1,02	4,04
1,12	24,24	1,01	2,02
1,11	22,22	1,005	1,01

XX.

Uebersicht

der Mengen des gasförmigen Ammoniaks, welche in wässrigen Auflösungen von verschiedenem specifischen Gewichte enthalten sind.

100 Theile liquiden Ammoniaks von nachstehendem specifischen Gewichte	enthalten nachstehende Theile absoluten Ammoniaks.
0,8750	32,30
0,8875	29,25
0,9000	26,00
0,9054	25,37
0,9166	22,07
0,9255	19,54
0,9326	17,52
0,9385	15,88
0,9435	14,53
0,9476	13,46
0,9513	12,40
0,9545	11,56
0,9573	10,82
0,9597	10,17
0,9619	9,60
0,9692	9,50

XXI.

Nachweisung
der Wasser-Quantität, welche in Weingeist von verschiedener Stärke enthalten ist.

Grade des Weingeistes.	Anzahl der Mase Wassers auf 1 Mas absoluten Alkohols.	Grade des Weingeistes.	Anzahl der Mase Wassers auf 1 Mas absoluten Alkohols.	Grade des Weingeistes.	Anzahl der Mase Wassers auf 1 Mas absoluten Alkohols.
30	2,4236	52	0,9986	74	0,3960
31	2,2781	53	0,9612	75	0,3756
32	2,1825	54	0,9238	76	0,3684
33	2,1369	55	0,8864	77	0,3505
34	2,0413	56	0,8550	78	0,3326
35	1,9457	57	0,8234	79	0,3037
36	1,8735	58	0,7918	80	0,2858
37	1,8015	59	0,7602	81	0,2698
38	1,7295	60	0,7286	82	0,2537
39	1,6575	61	0,7015	83	0,2376
40	1,5855	62	0,6746	84	0,2215
41	1,5290	63	0,6477	85	0,2055
42	1,4724	64	0,6208	86	0,1910
43	1,4158	65	0,5939	87	0,1764
44	1,3592	66	0,5704	88	0,1618
45	1,3026	67	0,5472	89	0,1472
46	1,2570	68	0,5240	90	0,1326
47	1,2114	69	0,5008	91	0,1190
48	1,1658	70	0,4776	92	0,1055
49	1,1202	71	0,4572	93	0,0920
50	1,0746	72	0,4368	94	0,0785
51	1,0360	73	0,4164	95	0,0650

XXII.

Vergleichung des Areometers von Gay-Lussac mit dem hundert-theiligen.

Grade des Gay-Lussac'schen Alkoholometers.	Grade des hunderttheiligen Areometers.
0	100
10	101,4
20	102,5
30	103,6
40	105
50	107
60	109,4
70	112,3
80	115,7
90	119,9
100	125,8

XXIII. a.

Uebersicht

correspondirender Temperaturen, Volumina und Dichtigkeiten des Wassers.

Temperatur des Wassers.	Volumen.	Dichtigkeit.	Temperatur des Wassers.	Volumen.	Dichtigkeit.
0	1,00000000	1,0000000	20	1,00274116	0,9972663
1	0,99995523	1,0000447	21	1,00306829	0,9969411
2	0,99993058	1,0000694	22	1,00341185	0,9965997
2,736	0,99992521	1,0000746	23	1,00377212	0,9962419
3	0,99992589	1,0000739	24	1,00414893	0,9958681
4	0,99994099	1,0000593	25	1,00454211	0,9954783
5	0,99997571	1,0000241	26	1,00495152	0,9950729
6	1,00002990	0,9999700	27	1,00537698	0,9946517
7	1,00010340	0,9998966	28	1,00581832	0,9942154
8	1,00019604	0,9998041	29	1,00627540	0,9937637
9	1,00030766	0,9996925	30	1,00674805	0,9932970
10	1,00043809	0,9995620	31	1,00723610	0,9928159
11	1,00058718	0,9994131	32	1,00773939	0,9923200
12	1,00075476	0,9992457	33	1,00825777	0,9918098
13	1,00094067	0,9990600	34	1,00879106	0,9912856
14	1,00114474	0,9988564	35	1,00933913	0,9907473
15	1,00136602	0,9986350	36	1,00990174	0,9901952
16	1,00160674	0,9983938	37	1,01047881	0,9896298
17	1,00186435	0,9981390	38	1,01107014	0,9890512
18	1,00213946	0,9978650	39	1,01167558	0,9884592
19	1,00243194	0,9975739	40	1,01229496	0,9878544

XXIII. b.

Uebersicht correspondirender Temperaturen, Volumina und Dichtigkeiten des Wassers.

Temperatur des Wassers.	Volumen.	Dichtigkeit.	Temperatur des Wassers.	Volumen.	Dichtigkeit.
41	1,01292812	0,9872370	61	1,02823487	0,9725403
42	1,01357490	0,9866069	62	1,02911988	0,9717040
43	1,01423514	0,9859846	63	1,03001508	0,9708595
44	1,01490866	0,9853103	64	1,03092034	0,9700071
45	1,01559531	0,9846441	65	1,03183547	0,9691467
46	1,01629494	0,9839665	66	1,03276031	0,9682788
47	1,01700736	0,9832771	67	1,03369472	0,9674035
48	1,01773243	0,9825766	68	1,03463853	0,9665212
49	1,01846998	0,9818648	69	1,03559156	0,9656317
50	1,01921098	0,9811425	70	1,03655366	0,9647353
51	1,01998187	0,9804094	71	1,03752464	0,9638326
52	1,02075589	0,9796660	72	1,03850440	0,9629232
53	1,02154173	0,9789124	73	1,03949272	0,9620076
54	1,02233925	0,9781423	74	1,04048948	0,9610860
55	1,02314826	0,9773754	75	1,04149451	0,9601585
56	1,02396862	0,9765923	76	1,04250755	0,9592256
57	1,02480016	0,9758003	77	1,04352856	0,9582872
58	1,02564272	0,9749982	78	1,04455740	0,9573433
59	1,02649613	0,9741877	79	1,04559357	0,9563945
60	1,02736024	0,9733683	80	1,04663760	0,9554406

XXIV.

Vergleichende Uebersicht der Wedgewood'schen Pyrometergrade mit den Thermometergraden nach Fahrenheits, Reaumürs und Celsius's Skale.

Wedgewood.	Fahrenheit.	Reaumür.	Celsius.	Wedgewood.	Fahrenheit.	Reaumür.	Celsius.
0	1000,00	430,222	537,777	0	1077,50	464,666	580,833
1	1130,32	448,142	610,177	1	1207,82	482,586	653,233
5	1651,60	719,822	899,777	5	1729,10	754,266	942,833
10	2303,20	1009,422	1261,777	10	2380,70	1043,866	1304,833
20	3606,40	1588,622	1985,777	20	3683,90	1623,066	2028,833
30	4909,60	2167,822	2709,777	30	4987,10	2202,266	2752,833
40	6212,30	2747,022	3433,777	40	6289,80	2781,466	3476,833
50	7516,00	3326,222	4157,777	50	7593,50	3360,666	4200,833
100	14032,00	6222,222	7777,777	100	14109,50	6256,666	7820,833
150	20548,00	9118,222	11397,777	150	20625,50	9152,666	11440,833
200	27064,00	12014,222	15017,777	200	27141,50	12048,666	15060,833
240	32276,80	14331,022	17913,777	240	32354,30	14365,466	17956,833
300	40096,00	17806,222	22257,777	300	40173,50	17840,666	22300,833

XXV.

Uebersicht

der Spannung des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen, ausgedrückt in Millimetern Quecksilbers.

Temper. in °C.	Spannung.	Temper. in °C.	Spannung.	Temper. in °C.	Spannung.
— 20	1,333	60	144,66	140	2634
— 15	1,879	65	182,71	145	3040
— 10	2,631	70	229,07	150	3492
— 5	3,660	75	285,07	155	3910
0	5,059	80	352,08	160	4555
+ 5	6,947	85	431,71	165	5426
10	9,475	90	525,28	170	6524
15	12,837	95	634,27	175	7849
20	17,314	100	760,00	180	9400
25	23,090	105	903,64	185	11197
30	30,643	110	1066,06	190	13181
35	40,404	115	1247,81	195	15412
40	52,998	120	1450,00	200	17869
45	68,751	125	1692,00	205	20553
50	88,742	130	1959,00	210	23463
55	113,710	135	2274,00	215	26600

XXVI.

Uebersicht
der innern Wärme verschiedener brennbaren Substanzen.

Namen der brennbaren Substanzen.	Innere Wärme.
Wasserstoffgas	23400
Olivenöl	11166
Rüböl	9307
Wachs	10500
Talg	7186
Aether, von 0,728 specif. Gewicht	8030
Alcohol, von 0,818 specif. Gew.	6195
Kohle, reine	7226
Holzkohle	7050
Coaks, sehr rein	7050
Coaks, mit 0,1 Erde	6345
Steinkohle, reine	7050
Steinkohle, mit 0,2 Erde	5760
Holz, sehr trocken	3600
Holz, an der Luft getrocknet	3000
Torf, guter	2250
Torf, schlechter	1125

XXVII. a.

Uebersicht

der specifischen Wärme verschiedener Substanzen.

Namen der Substanzen.	Specifische Wärme bei gleichem Gewichte.	Specifische Wärme bei gleichem Volumen.	Namen der Substanzen.	Specifische Wärme bei gleichem Gewichte.	Specifische Wärme bei gleichem Volumen.
Hydrogengas	21,40	0,002	Kochsalz-Solution (a. 88 Wasser u. 32 Salz)	0,78	0,93
Oxygengas	4,75	0,006			
Atmophärische Luft	1,79	0,002	Eisenvitriol-Solution (aus 2,5 Wass. u. 1 Vitr.)	0,73	
Kohlensäuregas	1,05	0,002			
Salpeterstoffgas	0,79	0,001	Zucker-Solution (aus 6 Wasser u. 4 Zucker)	0,77	0,90
Wassergas	1,55	0,002			
Wasser	1,00	1,00			
Liquides Ammonick von 0,948 sp. G.	1,03	0,98	Milch (von 1,026 sp. G.)	0,98	1,00
Kohlensaures Ammoniak von 1,035 sp. G.	0,95	0,98	Salpetersäure (v. 1,2 sp. G.)	0,76	0,96
Gemeiner Weinessig von 1,02 sp. G.	0,92	0,94	Salpetersäure (v. 1,3 sp. G.)	0,68	0,88
Destillirt. Weinessig	0,10	0,10	Salpetersäure (v. 1,36 sp. G.)	0,63	0,85
Kalkwasser	0,33		Kohlensaure Kali-Solution (v. 1,3 sp. G.)	0,75	0,98
Salmiak-Solution (aus 8 Wasser u. 1 Salm.)	0,77		Salpetersaure Kalk-Solution (v. 1,4 sp. G.)	0,62	0,87
Salpeter-Solution (a. 8 Wass. u. 1 Salp.)	0,81		Schwefelsäure ((von 1,844) u. Wasser gleiche Vol.) v. 1,535	0,52	0,80

XXVII. b.

Uebersicht der specifischen Wärme verschiedener Substanzen.

Namen der Substanzen.	Specifische Wärme bei gleichem Gewichte.	Specifische Wärme bei gleichem Volumen.	Namen der Substanzen.	Specifische Wärme bei gleichem Gewichte.	Specifische Wärme bei gleichem Volumen.
Salzsäure (von 1,153)	0,60	0,70	Kohlensaur. Kalk	0,27	0,67
			Kalk (gebrannt.)	0,3	
Essigsäure (von 1,056)	0,66	0,70	Kalk-Hydrat (3 Th. Kalk u. 1 Th. Wasser)	0,25	
Schwefelsäure (von 1,87)	0,334	0,64	Kochsalz	0,23	
Alcohol (v. 0,85)	0,76	0,65	Glas	0,1929	
Alcohol (v. 0,817)	0,70	0,57	Flintglas	0,19	0,55
Schwefeläther (v. 0,76)	0,66	0,50	Ziegelstein	0,45	
			Weiſses Zinnoxyd	0,10	
Wallrathöl (von 0,87)	0,52	0,45	Gelbes Bleioxyd	0,07	
			Eisen	0,13	1,00
Leinöl (v. 0,9403)	0,528	0,49	Zink	0,10	0,69
Olivenöl	0,50		Bismuth	0,04	0,40
Terpentinöl (v. 0,901)	0,471	0,46	Spiesglanz	0,06	0,40
			Zinn	0,07	0,51
Eis	0,9	0,83	Blei	0,04	0,45
Wallrath	0,5		Messing	0,11	0,97
Eichenholz	0,51	0,32	Kanonenmetall	0,110	
Lindenholz	0,60	0,27	Kupfer	0,111	0,96
Fichtenholz	0,65	0,26	Nickel	0,10	0,78
Holzkohle	0,26		Silber	0,08	0,84
Steinkohle	0,28	0,36	Gold	0,05	0,97
Schwefel	0,18	0,36	Quecksilber	0,03	0,55

XXVIII.

a.

Uebersicht
der
pharmazeutisch-chemischen Präparate,
deren
Bestand nach Mischungsgewichten, deren stöchiometrischen Signaturen und Zahlen.

b.

Uebersicht

der einfachen Substanzen, deren stöchiometrischen Zahlen und Signaturen.

Der einfachen Substanzen			Der einfachen Substanzen		
	stöchiometrische			stöchiometrische	
Namen.	Signaturen.	Zahlen.	Namen.	Signaturen.	Zahlen.
Wasserstoff	H	1	Silicium	Si	8
Sauerstoff	O	8	Molybdän	Mo	48
Kohlenstoff	C	6	Chrom	Cr	28
Bore	B	42	Mangan	Ma	28,5
Phosphor	P	16	Cobalt	Co	29,5
Schwefel	S	16	Arsenik	Ar	37,6
Selen	Se	40	Antimon	At	64,5
Jode	J	125	Wismuth	Bi	71
Chlor	Ch	35,4	Zink	Z	32,2
Fluor	F	19	Cadmium	Cd	56
Salpeterst.	N	14	Zinn	Sn	59
Kalium	K	39,2	Blei	Pb	104
Natrium	Na	23,3	Eisen	Fe	27
Lythium	L	7,6	Nickel	Ni	29,5
Baryum	Ba	68,6	Kupfer	Cu	32
Strontium	Sr	44	Quecksilb.	Hy	101
Calcium	Ca	20,5	Silber	Ag	108
Magnium	M	12	Gold	Au	66
Aluminium	A	9	Platin	Pt	

U

der zusammengesetzten ungsgewichten, stöchi

Der zusam n

Haupt-bestandtheile.	Namen.	sche Bildungen.	Zahlen.
Wasserstoff	Wasser	=	9
Kohlenstoff	Kohlenoxyd	=	14
	Kohlensäure	• 8 =	22
	Oelgas	=	7
	Kohlenwasserstoff	• 1 =	8
	Kleesäure	$\frac{1}{12}$ • 1 + • 8 =	36,08
	Kleesäurehydrat	9 =	45,08
	Krystallis. Kleesäure	3 • 9 =	63,08
	Weinsteinsäure	1+5•8=	66,5

Krys	+ 12 Ḣ	67,3 + 12 • 9 =	175,3
Schw		31,3 + 40 =	71,3
Einf.		31,3 + 56 =	87,3
Dopp		31,3 + 2•56 =	143,3
Chlor	Na Ch	23,3 + 35,4 =	58,7
Salpe		31,3 + 54 =	85,3
Klees	O3	31,3 + 36,08 =	67,36

f.

ersicht

zen, deren Bestand nach Mischungsgewich-
chen Signaturen und Zahlen.

gesetzten Substanzen

d nach sgewichten.	Stöchiometrische Signaturen.	Zahlenbildungen.	Zahlen.
1 J	K + J = KJ	39,2 + 125 =	164,2
1 $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N}$	$\dot{K}$ + $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N}$	47,2 + 54 =	101,2
1 $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Ch}$	$\dot{K}$ + $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Ch}$	47,2 + 75,4 =	122,6
1 $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Ch}$	$\dot{K}$ + $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Ch}$	47,2 + 91,4 =	138,6
$C^2H_{\frac{1}{12}}O^3$	$\dot{K}$ + $(C^2H_{\frac{1}{12}}O^3)$	47,2 + 36,08 =	83,26
$C^2H_{\frac{1}{12}}O^3$	$\dot{K}$ + $2(C^2H_{\frac{1}{12}}O^3)$	47,2 + 2 · 36,08 =	119,36
$C^4H_{\frac{5}{2}}O^5$	$\dot{K}$ + $(C^4H^5O^5)$	47,2 + 66,5 =	113,7
$C^4H_{\frac{5}{2}}O^5$ 1 $\dot{H}$	$\dot{K}$ + $2(C^4H_{\frac{5}{2}}O^5)$ + $\dot{H}$	47,2 + 2 · 66,5 + 9 =	 189,2
$C^4H^2O^4$	$\dot{K}$ + $(C^4H^2O^4)$	47,2 + 58 =	105,2
$C^4H^3O^3$	$\dot{K}$ + $(C^4H^3O^3)$	47,2 + 51 =	98,2
1 NH^3 $C^4H_{\frac{5}{2}}O^5$	$(\dot{K} + C^4H_{\frac{5}{2}}O^5) + (NH^3$ $+ C^4H_{\frac{5}{2}}O^5)$	47,2 + 66,5 + 17 + 66,5 =	 197,2
1 ac. El.	$\dot{K}$ + ac. El.	47,2 + 284 =	331,2
$C^{32}H^{32}O^5$	$\dot{K}$ + $(C^{32}H^{32}O^5)$	47,2 + 264 =	311,2
1 O	Na + O = $\dot{N}a$	23,3 + 8 =	31,3
1 $\dot{H}$	$\dot{N}a$ + $\dot{H}$	31,3 + 9 =	40,3
1 $\ddot{C}$	$\dot{N}a$ + $\ddot{C}$	31,3 + 22 =	53,3
2 $\ddot{C}$	$\dot{N}a$ + 2 $\ddot{C}$	31,3 + 2 · 22 =	75,3
1 $BO_{\frac{5}{2}}$	$\dot{N}a$ + $BO_{\frac{5}{2}}$	31,3 + 62 =	93,3
$BO_{\frac{5}{2}}$) + 9 $\dot{H}$	($\dot{N}a$ + $BO_{\frac{5}{2}}$) + 9 $\dot{H}$	93,3 + 9 · 9 =	174,3
$PO_{\frac{5}{2}}$	$\dot{N}a$ + $PO_{\frac{5}{2}}$	31,3 + 36 =	67,3

der zusa | Mischungsgewichlen.

nzen

Haupt-bestandtheile.	etrische Zahlenbildungen.	Zahlen.
Natrium	1,3 + 66,5 + + 2 • 9 =	115,8
	1,3 + 2 • 66,5 + 3 • 9 =	191,3
	7,2+66,5+31,3 - 66,5 + 10•9 =	301,5
	3,7 + 97,8 + + 93,3 =	304,8
	8 + 51 =	[illegible]

		=	48,2
	Schwefelz	=	80,2
	Schwefels.	=	143,2
	Kr.schwef	=	157,2
	Jodzink	=	67,6
	Chlorzink	=	91,2
	Essigsaure	=	64
Cadmium	Cadmiumo	=	86
	Kohlens.C		

e
zen,
chen

ges

d nach
sgewich

1 J
1 N̈
1 C̈h
1 C̈h
$C^2H^{1}_{12}$
$C^2H^{1}_{12}$
$C^4H^{5}_{2}$
$C^4H^{5}_{2}$
1 Ḣ
C^4H^2
C^4H^3
1 NH
$C^4H^{5}_{2}O$
1 ac. I
$C^{32}H^{32}$
. 1 O
. 1 Ḣ
. 1 C̈
. 2 C̈
. 1 BO
$BO^{5/2})+9$
. 1 $PO^{5/2}$

icht
n Bestand nach Mischungsgewich-
naturen und Zahlen.

ten Substanzen

Stöchiometrische		
Signaturen.	Zahlenbildungen.	Zahlen.
$+ S = ArS$	$37,6 + 16 =$	53,6
$+ \frac{3}{2}S + ArS^{\frac{3}{2}}$	$37,6 + \frac{3}{2} \cdot 16 =$	61,6
$+ \frac{3}{2}Ch = ArCh^{\frac{3}{2}}$	$37,6 + \frac{3}{2} \cdot 35,4 =$	90,7
$+ ArO^{\frac{3}{2}}$	$47,2 + 49,6 =$	96,8
ı $+ ArO^{\frac{3}{2}}$	$31,3 + 49,6 =$	80,9
$+ 2ArO^{\frac{5}{2}}) + \dot{H}$	$47,2 + 2 \cdot 57,6 + 9 =$	171,4
$+ \frac{3}{2}O = AtO^{\frac{3}{2}}$	$64,5 + 8 \cdot \frac{3}{2} =$	76,5
$+ 2O = \ddot{A}t$	$64,5 + 2 \cdot 8 =$	80,5
$+ \frac{5}{2}O + AtO^{\frac{5}{2}}$	$64,5 + \frac{5}{2} \cdot 8 =$	84,5
$+ \frac{3}{2}S = AtS^{\frac{3}{2}}$	$64,5 + \frac{3}{2} \cdot 16 =$	88,5
$+ \frac{5}{2}S = AtS^{\frac{5}{2}}$	$64,5 + \frac{5}{2} \cdot 16 =$	104,5
$tO^{\frac{3}{2}} + C^4H^{\frac{5}{2}}O^5) + (\dot{K} + C^4H^{\frac{5}{2}}O^5)$	$76,5 + 66,5 + 47,2 + 66,5 =$	256,7
$+ \frac{3}{2}Ch = AtCh^{\frac{3}{2}}$	$64,5 + \frac{3}{2} \cdot 35,4 =$	117,6
$+ \ddot{A}t$	$47,2 + 80,5 =$	127,7
$+ AtO^{\frac{5}{2}}$	$47,2 + 84,5 =$	131,7
$+ O = \dot{B}i$	$71 + 8 =$	79
$+ Ch = BiCh$	$71 + 35,4 =$	106,4
i $+ \ddot{N}) + 3\dot{H}$	$79 + 54 + 3 \cdot 9 =$	159
3i $+ \ddot{N}$	$2 \cdot 79 + 54 =$	238
$+ O = \dot{Z}$	$32,2 + 8 =$	40,2
[illegible]	$2 + 22 =$	62,2
$\dot{N}a + PO^{\frac{5}{2}}$	$+ 30 =$	[illegible]

der zusammen... h Mischungsgewich- ...ahlen.

D e ... t a n z e n

Haupt-bestandtheile.		...ometrische Zahlenbildungen.		Zahlen.
Cadmium	Schwef... Trock.	56 + 16	=	72
	Kryst.	64 + 40	=	104
	Jodcad...	104 ...		

	Schwefelgo...	... + 16	=	82
	Jodgold	...56 + 125	=	323
	Chlorgold	... + 35,4	=	101,4
	Ein Drittel	...56 + 35,4	=	233,4
Platin	Platinoxyd			
	Chlorplatin			

A

A

A

A

3

A

$BO_{\frac{5}{2}}$) + 9

. 1 $PO_{\frac{5}{2}}$ | Na

Einige Notizen

als

Anweisungen

zum

Gebrauch vorstehender Tafeln und Hülfsmittel.

Ad I. a. b. c. d.

Der Gebrauch dieser Tabelle besteht darin, daſs wenn man das Product aus einer Ziffer in eine andere, z. B. aus 6 in 88 wissen will: so fährt man von der Zahl 6 in der obersten Reihe herunter bis gegen die Zahl 88, woselbst sich das gesuchte Product zu 528 findet.

Ad II. a. b.

Durch Hülfe dieser Tafeln kann man durch folgende Rechnungen ein Maſs in das andere verwandeln. Will man z. B. wissen, wieviel 236 Frankfurter Fuſs an Heidelberger Fuſs betragen: so bemerke man, daſs, wenn der Heidelberger Fuſs in 12275 Theile getheilt wird, der Frankfurter Fuſs 12700 solcher Theile enthält, und daſs folglich

$$1 \text{ Frankfurt. F.} = \tfrac{12700}{12275} \text{ Heidelb. F.}$$

und daſs

$$236 \text{ Fr. F.} = 236 \times \tfrac{12700}{12275}$$
$$= 244 \tfrac{2100}{12275} \text{ Heidelb. F.}$$

Die groſse Verschiedenheit der Maſse, welche so viele Unbequemlichkeiten, sowohl im bürgerlichen Leben, als selbst bei wissenschaftlichen Untersuchungen verursacht, hat schon längst die Aufmerksamkeit der Gelehrten beschäftigt. Wren, Huyghens, Bouguer und Condamine haben die Länge eines Secundenpendels unter dem Aequator, oder an einem andern bestimmten Orte, als die Längeneinheit oder als Längenmaſs empfohlen. Die neuesten Versuche, ein allgemeines Längenmaſs aufzu-

finden, geschahen während der vorletzten französischen Revolution vom National-Institute durch Mechain und Delambre. Diese veranstalteten die Gradmessung von Dünkirchen bis Barzelona, leiteten aus dieser die Gröſse eines Meridianquadranten ab, und theilten denselben in 10 Millionen Theile. Ein solcher Theil wurde als Längeneinheit unter dem Namen Meter eingeführt. Die Unterabtheilungen geschahen nach 10, wodurch Decimeter, Centimeter, Millimeter entstanden.

Der Meter enthält 443,29 Duodecimallinien des alten königlichen Fuſses; das Verhältniſs dieser beiden Maſse ist also 44329 : 14400.

Vermittelst dieses Verhältnisses kann man die Längenmaſse, deren Verhältnisse zu dem alten französischen Fuſs bekannt sind, mit dem neuen französischen Maſs-Systeme näher vergleichen. Nach der oberen Tafel enthält z. B. der Heidelberger Fuſs 12275, und der Meter 44329 Theile. Es ist also

$$\text{der Heidelb. F.} = \tfrac{12275}{44329}$$
$$= 0{,}276906 \text{ Meter,}$$

oder ein Heidelb. Fuſs ist 2 Decimetern, 7 Centimetern, 6 Millimetern u. s. w. gleich.

Ein Heidelberger Duodecimalzoll gleicht ferner $\frac{0{,}276906}{12} = 0{,}023075$ Metern, oder zwei Centimetern und 3 Millimetern.

Eine Heidelb. Duodecimallinie gleicht $\frac{0{,}023075}{12}$ $= 0{,}001923$ Metern, oder beinahe 2 Millimetern.

Nachdem man diese Verhältnisse gefunden hat, kann man irgend eine gegebene Länge, z. B. 480 Fuſs 7 Zoll Heidelb. zwölfth. Maſs, in das neue französische übertragen; es sind

$$840 \text{ Heidelb. F.} = 840 \times 0{,}276906$$
$$= 232{,}60104 \text{ Meter}$$
$$7 \text{ Heidelb. Zoll} = 7 \times 0{,}023075$$
$$= 0{,}161525 \text{ Meter}$$

folglich

$$840 \text{ Fuſs } 7 \text{ Zoll} = 232{,}76256 \text{ Meter.}$$

Da ferner der Meter 44329 und der Heidelberger Fuſs 12275 Theile enthält; so ist der Meter $= \frac{44329}{12275} = 3{,}6113$ Heidelb. F. $= 37$ Zoll $4\frac{272}{10000}$ Heidelb. Duodecimalmaſses.

Der Decimeter ist der zehnte Theil des Meters und also $= \frac{3{,}6113}{10} = 0{,}36113$ Heidelb. F. $= 4{,}33356$ Heidelb. Duodecimalzoll, für welche man $4\frac{1}{3}$ Heidelb. Duodecimalzoll annehmen kann.

Der Centimeter ist der zehnte Theil des Decimeters, folglich $= \frac{4{,}33356}{10} = 0{,}433356$ Heidelberg. Duodecimalzoll $= 5\frac{2}{10}$ Duodecimallinien.

Sollten 173,52 Meter in Heidelb. Duodecimalmaſs verwandelt werden: so sind, da 1 Meter $= 3{,}6113$ Heidelb. Fuſs ist

$$173{,}52 \text{ Meter} = 173{,}52 \times 3{,}6113$$
$$= 626{,}632 \text{ Heidelb. F.}$$
$$= 626 \text{ F., } 7 \text{ Zoll, } 7 \text{ Linien Duodec. Maſs.}$$

Ad III. a. b.

Die Art des Gebrauchs dieser Tafeln ist zu einfach, als daſs sie einer Erläuterung bedürften. Die Nothwendigkeit des Gebrauchs dieser Tafeln wird man finden beim Lesen der Schriftsteller verschiedener Gegenden.

Ad IV. a. b.

Weiſs man z. B. wieviel Unzen Wasser ein Gefäſs oder irgend ein Raum zu fassen vermag: so läſst sich leicht, mittelst dieser Tabelle, der cubische Inhalt, in Cubiczollen ausgedrückt, berechnen.

Ad V. bis XIII. incl.

Die Art des Gebrauchs V., VI., VII., VIII., IX., X., XI., XII., und XIII. ist analog der, bereits weitläuftig auseinandergesetzten von II., und zu einfach, als daſs sie einer ferneren Erläuterung bedurfte. M. s. übrigens deshalb auf Cap. IV. der ersten Abtheilung zurück. Die Nothwendigkeit des Gebrauchs dieser Tafeln wird man finden beim Lesen der Schriftsteller verschiedener Gegenden und Zeiten.

Ad XIV.

Theorie der Einrichtung, und Anleitung zum Gebrauch, der gasometrischen Tafeln.

A. Theorie der Einrichtung.

§. 1. Um die oben zur Sprache gebrachten Correctionen zu erleichtern, hat Bischoff Tafeln berechnet, durch deren Hülfe man die Correction durch eine einfache Multiplication zu Stande bringen kann. Es gründen sich diese Tafeln auf folgenden allgemeinen Ausdruck. Bezeichnet man durch d die Höhe des innern Niveaus über dem äuſsern, in Pariser Zollen, durch b den jedesmaligen Barometerstand ebenfalls in Pariser Zollen; durch $\frac{1}{m}$ das specifische Gewicht des Sperrungsmittels, das des Quecksilbers = 1 gesetzt; durch a das Volumen des Gases im ausgedehnten Zustande, und endlich durch v das wahre Volumen unter dem äuſseren Luftdrucke: so ist

$$b = b\frac{v}{a} + d \times \frac{1}{m}$$

folglich

$$v = \frac{a\,(b - d \times \frac{1}{m})}{b}$$

Die Werthe von $\frac{b - d \times \frac{1}{m}}{b}$ hat Bischoff für verschiedene b und a berechnet, wie seine Tafeln zeigen, deren Gebrauch ganz einfach darin besteht, daſs man, um das wahre Volumen zu erhalten, das Volumen des Gases mit dem Decimalbruche multiplicirt, welchen die Tafeln, für den jedesmaligen Barometerstand, und die jedesmalige Höhe der Sperrungsflüssigkeit angeben.

In der ersten Tafel ist für das Wasser, als Sperrungsflüssigkeit $\frac{1}{m} = \frac{10}{135}$ gesetzt, und der Barometerstand, sowie die Höhen der Wassersäulen, nur von Zoll zu Zoll gegeben; weil die Berechnung nach kleineren Theilen hier unnöthig ist, wogegen für das Quecksilber, wegen des viel gröſseren specifischen Gewichts, die Berechnung von Linie zu Linie geführt werden muſste. Es gilt dafür Tafel II.

§. 2. Noch mehr vereinfacht werden diese Correctionen, wenn man den niedrigsten Baromerstand an dem Orte, wo man experimentirt, zum Normalstande annimmt, und das Gasometer jedesmal soweit aus der Flüssigkeit herauszieht, daſs der Druck der Flüssigkeit des inneren Niveaus über dem äusseren, dem Drucke des Barometers über dem Normalstande das Gleichgewicht hält. Auf diese Weise befindet sich jedes Gasvolumen, der äuſsere Luftdruck mag sein wie er will, unter immer gleichem äuſsern, nämlich unter dem des niedrigsten Baro-

meterstandes, und Versuche, angestellt unter sechs verschiedenen Barometerständen, können unmittelbar mit einander verglichen werden.

Ist Quecksilber das Sperrungsmittel: so gibt der zur Zeit der Versuche beobachtete Barometerstand eines Quecksilberbarometers an: um wieviel der innere Quecksilberspiegel über dem äufsern stehen mufs; denn soviel als das Barometer über dem niedrigsten Stande steht, um soviel mufs auch der innere Quecksilberspiegel über dem äufseren stehen, um das Gasvolumen unter dem Drucke des Normalstandes zu bringen.

Ist hingegen Wasser die sperrende Flüssigkeit: so wird eine kleine, auf die specifischen Gewichte des Wassers und Quecksilbers sich gründende Berechnung erfordert.

Zur Erleichterung entwarf Bischoff seine Tafel III.

§. 3. Da sich in unseren geographischen Breiten die Grenzen der Barometerveränderungen nicht über 1″ 6‴ erstrecken: so ist Tafel III. an jedem Orte zu gebrauchen. Die gröfsere Ausdehnung des Gasvolumens durch vermehrte Wärme kann dadurch wieder aufgehoben werden, dafs man das Mafsgefäfs tiefer in die Sperrungsflüssigkeit senkt, wodurch dasselbe wieder zusammengedrückt wird, und so auch umgekehrt.

Nimmt man nun nach de Luc an, dafs ein gegebenes Gasvolumen für jeden Reaumurschen Grad um $\frac{1}{215}$ (nach Gay-Lussac's Versuchen um $\frac{1}{213}$) zu- oder abnimmt, je nachdem sich die Wärme vermehrt oder vermindert: so darf man uns im ersten Falle die Höhe des inneren Niveaus über dem äufseren, um $b \times \frac{m}{215}$ vermindern, und im letzteren Falle um eben soviel vermehren.

Da sich aber das specifische Gewichtsverhältnifs des Quecksilbers und Wassers auf die Temperatur + 14° R. bezieht, und eine veränderte Temperatur auch eine Veränderung in dem specifischen Gewichte des Wassers hervorbringt: so verwandelt sich der obige Ausdruck, wenn die Temperatur über + 14° R. ist, in $b \times \frac{m}{215} \left(\frac{p+1}{p}\right)$ und wenn sie unter 14° R. ist, in $b \times \frac{m}{215} \left(\frac{p-1}{p}\right)$, wo $\frac{1}{p}$ die Ausdehnung für jeden Grad R. andeutet. Die Ausdehnung des Wassers steht aber nicht in gleichem Verhältnisse zu der Wärme, daher wird $\frac{1}{p}$ eine veränderliche Gröfse. Den Werth derselben für jeden R. Grad Wärme hat Bischoff nach Gilpins Versuchen in der Tafel IV. bestimmt, indem er das Wasservolumen bei + 14° R. = 1 setzt. Eine Tafel für das Quecksilber bildet, da dieses für jeden R. Grad sich um gleichviel ausdehnt, eine arithmetische Progression, deren Verhältnifsname (Gay-Lussac's Versuchen gemäfs) $\frac{1}{4330}$ = 0,000231 ist. Setzt man das Volumen des Quecksilbers bei + 14° R. = 1: so zeigt dieses die Tafel V.

§. 4. In der Tafel VI. hat Bischoff für das Wasser als Sperrungsflüssigkeit, und für die Barometerstände von 28″ bis 25″ von Linie zu Linie, sowie für 10° R. über dem Normalstande (mithin für die meisten Orte Europas brauchbar) berechnet: um wieviel das innere Niveau des Sperrungswassers über dem äufseren stehen mufs, wenn die Dichtigkeit des Gases, nach der jedesmaligen Temperatur der Normaldichtigkeit gleich sein soll. Es ist jedoch bei dieser Tafel auf die Correction wegen der Temperatur des Wassers keine Rücksicht ge-

nommen worden, theils weil nicht immer vorausgesetzt werden darf, dafs die Temperatur des zu messenden Gases mit jener des Wassers übereinkommt, theils weil diese Correction so wenig beträgt, dafs sie in den meisten Fällen, ohne sonderlich zu fehlen, unberücksichtigt bleiben kann. Sollte indefs diese Berücksichtigung dennoch erforderlich scheinen; so darf man nur die Zahl der Tafel VI. mit dem Decimalbruche multipliciren, welcher — gemäfs der Tafel IV. — der Temperatur des Wassers zukommt. Es sei z. B. die Temperatur des Wassers 20° R., die der Luft 10° R. über dem Normalstande, und der Barometerstand 28″: so gibt die Tafel 17″ 8‴,0, und mnltiplicirt man mit 1,00164: so erhält man 17″ 8‴,4.

Eine ähnliche, von 3‴ zu 3‴ Barometerstand geführte Berechnung enthält die Tafel VII. für das Quecksilber als Sperrflüssigkeit, ohne Rücksichtnahme auf die Temperatur desselben.

Die Correction wegen der Ausdehnung des Glases des Gasometers, welche der Theorie nach in obigem Ausdrucke hätte mit aufgenommen werden sollen, ist, indem sie bei weitem die Grenzen der Beobachtungsfehler übersteigt, bei dieser Tafel VI. ganz unterblieben.

B. Anleitung zum Gebrauche.

§. 5. Zur Erläuterung des Gebrauchs der gasometrischen Tafeln dient folgende Anleitung.

Gesetzt der niedrigste Barometerstand an dem Orte, wo man experimentirt, sei 26″: so ist dieses der Normalstand für alle gasometrische Versuche. Ferner sei die mittlere Temperatur zu + 10° R. angenommen. Zur Zeit, wo man Gas-Volumina messen will, stehe das Barometer auf 26″ 9‴, und

das Sperrungs-Wasser habe die Temperatur + 12° R.: so folgt aus der Tafel III., dafs wegen veränderten äufseren Luftdruckes das Sperrungswasser in dem Gasometer 10″ 1‴,5 über dem äufsern stehen müsse, wenn die Dichtigkeit der zu messenden Gas-Quantität, die unter einem Drucke von 26″ Barometer gleich seyn soll; da aber die Temperatur der Luft 2° über der Normaltemperatur ist: so folgt aus der Tafel IV., dafs wegen vermehrter Wärme der Luft die Wasser-Säule um 3″ 4‴,5 verkürzt werden müsse, wenn die Luft die Dichtigkeit, welche sie bei der Normaltemperatur hat, haben soll; dieses von jenem subtrahirt, gibt 6″ 9‴. So lange man daher bei diesem Barometer- und Thermometer-Stande experimentirt, mufs stets das innere Niveau soviel über dem äufsern des Sperrungswassers stehen, wenn die zu messenden Gas-Quantitäten die angenommene Normaldichtigkeit haben sollen. Um zu verhüten, dafs nicht einmal der Fall eintreten möchte, dafs bei sehr niedrigem Baro- und hohem Thermometerstande das innere Niveau unter das äufsere zu stehen komme, welches zu beobachten nicht gut thunlich wäre: so nehme man die höchste Temperatur, bei welcher noch Versuche angestellt werden, zur Normaltemperatur an, z. B. + 20° R.; dann wird die Correction wegen der Wärme stets additiv werden.

Die Regel, welche bei dem Gebrauche der Bischoff'schen Tafeln zu befolgen ist, für das Wasser, als Sperrflüssigkeit, läfst sich also ganz kurz so ausdrücken: Man addire zu der Zahl, welche die Tafel III. für den beobachteten Barometerstand anzeigt, die, welche die Tafel VI. für den Thermometerstand gibt, um soviel mufs das äufsere Niveau unter dem innern sich befinden.

Diese Regel gilt auch für das Quecksilber als Sperrungsflüssigkeit, nur mit dem Unterschiede, daſs statt der Tafel III. der Stand des Quecksilber-Barometers über dem Normalstande diejenige Zahl gibt, zu welcher die Zahl, welche die Tafel VII. anzeigt, zu addiren ist.

Erfordert es die Genauigkeit, auch die Correction, wegen des durch die Wärme veränderten specifischen Gewichts der Sperrungsflüssigkeit zu machen: so muſs man die Summe mit der, der jedesmaligen Temperatur entsprechenden Zahl multipliciren, welche die beiden Tafeln IV. und V. angeben. Es kann aber diese Correction in allen Fällen unterbleiben, wo sich die Temperatur der Sperrungsflüssigkeit nicht gar zu sehr von der Normaltemperatur, von + 14° R., entfernt.

Ad XV. a. b. c.

Man kann von dieser Tabelle allerlei nützliche Anwendungen machen. Denn auſserdem, daſs sich durch Vergleichung des gefundenen specifischen Gewichts einer gegebenen Substanz mit dem in dem Verzeichnisse angegebenen auf die Reinheit oder Aechtheit derselben in vielen Fällen schlieſsen läſst, kann man auch dadurch das Gewicht des Cubiczolles oder des Cubicfuſses der darin angegebenen Materien finden, wenn man die Zahl, die ihr specifisches Gewicht angibt, mit dem Gewichte des Cubiczolles oder Cubicfuſses Wasser multiplicirt. So z. B. wiegt ein Cubicfuſs (Paris.) Wasser 69,015 Pfund (Paris.); folglich wiegt ein (Paris.) Cubicfuſs Quecksilber 13,674 $\times$ 69,015 Pfund = 943,711 Pfund (Paris.), oder 989,682 Pfund (Cöln.) Gewicht.

M. s. auch Kap. XXXI. und XXXII. der zweiten Abtheilung.

Ad XVI. a. b.

Werden Alkohol und Wasser mit einander vermischt: so ist das specifische Gewicht nach der Vermischung nicht so, als es der Berechnung zufolge nach ihren respectiven specifischen Gewichten seyn sollte. Es sind deshalb vorläufige Versuche und nähere Bestimmungen nöthig, um aus dem specifischen Gewichte der Mischung das Verhältnifs beider Ingredienzien zn erfahren. Die hier, unter XVI. mitgetheilte Tabelle ist von Lowitz ermittelt und gegeben: aus ihr kann man leicht, nach dem gefundenen specifischen Gewichte des zu prüfenden Weingeist haltigen Gemisches, den Gehalt an Alkohol oder Wasser finden. (Es ist dabei angenommen, dafs das specifische Gewicht des möglichst entwässerten Alkohols = 0,791 sei, wie solches durch Lowitz's Versuche gefunden und gezeigt worden.)

Ad XVII.

Wenn man Kochsalz (oder Salz überhaupt) in Wasser auflöst: so ist das Volumen, welches die Auflösung einnimmt, nicht mehr gleich der Summe der Volumina des Salzes und des Wassers. Es sind also eigene Beobachtungen und darauf gegründete Rechnungen nöthig, um aus dem specifischen Gewichte der Salzsolutionen die Quantität des Salzes zu finden, die in einem gegebenen Gewichte der Salzsoole enthalten ist. Lampert hat eine solche Tabelle, die unter XVII. hier mitgetheilt ist, berechnet. Gesetzt, die Soole ist in ihrem specifischen Gewichte 1,175: so füllen 1175 Gran derselben ein solches Volumen, als 1000 Gran Wasser einnehmen würden, und es sind in diesen 1175 Granen enthalten 280 Gran Salz, oder das in ihr befindliche Salz

beträgt $\frac{280}{1175}$ ihres Gewichtes. Nach der Proportionsrechnung kann man nun leicht finden, wie viel Salz in einem Pfund solcher Soole enthalten sei; denn wenn 1175 Gran Soole 280 Gran Salz enthalten: so sind in 1 Pfund oder 7680 Gran Soole 1830 Gran Salz vorhanden.

Ad XVIII.

Da das unmittelbare Wiegen der Gase mit beträchtlichem Zeitaufwande und in der Regel mit dem — nicht Jedem zu Gebote stehenden — Gebrauche einer guten Luftpumpe verbunden ist: so mifst man lieber die aufgefangenen Gase, bei einem wirklichen oder darauf reducirten Stande des Barometers von 28 Zoll und des Thermometers von 10° R. oder 12°,5 C., gewöhnlich in eigends dazu gefertigten Glascylindern, deren Cubicinhalt nach Cubiczollen und Cubiclinien ausgemittelt und durch Feilstriche und von aufsen angebrachte, überfirnifste Linien- und Zoll-Scale hinreichend deutlich angemerkt ist und berechnet aus den aufgefundenen Mafsen des Gases dessen Gewicht nach der Proportionsrechnung. Für solche Fälle ist Tafel XVIII. gegeben, nöthig und ausreichend. Will man für oder auf andere Mafse und Gewichte als in dieser Tafel aufgestellt worden, berechnen: so wird solches mittelst der Reductionsrechnung und den oben gegebenen Mafs- und Gewichtstabellen leicht.

Ad XIX.

Die Tafel XIX. gibt die Quantität des salzsauren Gases in wäfsrigen Solutionen von verschiedenen, specifischen Gewichten an. Die dazu nöthigen Versuche sind von E. Davy angestellt und von H. Davy bestätigt worden. Der Gebrauch dieser

Tafel ist sehr einfach und ergibt sich uns von selbst.

Will man aber die Zusammensetzung einer Säure, deren specifisches Gewicht in der Tafel nicht angegeben worden, bestimmen: so muſs man die Differenz zwischen den zwei nächsten specifischen Gewichten in der Tabelle = d; ferner die Differenz zwischen ihren Mengen von Gas = b; sowie die Differenz zwischen dem gegebenen, specifischen Gewichte und dem ihr nächsten = c setzen; alsdann hat

$$d : b = c : x,$$

der Werth von $x = \frac{b \times c}{d}$, zu der Gröſse des niedern specifischen Gewichts addirt, gibt die Menge des gesuchten sauren Gases.

Ad XX.

Die Tabelle XX. enthält Annäherungen zu den Mengen des gasförmigen Ammoniaks, welche in wäſsrigen Solutionen von verschiedenen specifischen Gewichten enthalten sind. — Gebrauch und dessen Art ist analog wie von Tafel XIX. angegeben.

Ad XXI.

M. s. Kap. XXXVI. der zweiten Abtheilung.

Ad XXII.

M. s. Kap. XXXIII. der zweiten Abtheilung.

Ad XXIII a. b.

M. s. Kap. XXVIII., XXIX., XXX. (§. 97) der zweiten Abtheilung.

Ad XXIV.

Bedarf keiner weitern Erläuterung.

Ad XXV.

M. s. Kap. XXVII. der zweiten Abtheilung.

Ad XXVI.

M. s. Kap. LVI. der zweiten Abtheilung.

Ad XXVII. a. b.

M. s. Kap. L. der zweiten Abtheilung.

Ad XXVIII. a. — o.

Die Einrichtung der Tafel XXVIII. ist der Art, daſs dazu keine besondere Anweisung zum Gebrauche erfordert wird. Man sieht aus ihr den chemischen Bestand sämmtlicher pharmazeutisch-chemischer Präparate nach Mischungsgewichten ihrer Bestandtheile und die stöchiometrischen Zahlen aller solchen Substanzen. Die Unentbehrlichkeit von Beiden wird man schon aus den ersten (und sehr vielen) Kapiteln der zweiten Abtheilung dieses Buches und bei den meisten stöchiometrischen Berechnungen finden und sehr häufig ihren Nutzen anzuerkennen Gelegenheit finden. Die Colonne, in welcher der Bestand nach Mischungsgewichten angegeben ist, erläutert zugleich auch die, die stöchiometrischen Signaturen, die stöchiometrischen Zahlenbildungen und die stöchiometrischen Zahlen selbst enthaltenden, Colonnen. Von den stöchiometrischen Signaturen findet man in den neueren und neuesten chemischen Schriften häufig Gebrauch gemacht und ist deshalb das Kennen und Verstehen derselben dem Pharmazeuten unumgänglich nothwendig.

Ad XXIX.

Die verschiebbare pharmazeutisch - chemische Aequivalenten-Scale dient zur möglichst bequemen

und schnellen Lösung sehr vieler, sehr häufig vorkommender, und deshalb sehr wichtiger stöchiometrischer Aufgaben.

Die *sub* XXIX. mitgetheilte Aequivalenten-Scale macht keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern hat nur den Zweck, den Begriff und Gebrauch der verschiebbaren chemischen Aequivalenten-Scalen, mittelst der ihr beigegebenen Gebrauchs-Anweisung zu erläutern. Eine möglichst vollständig-verschiebbare chemische Aequivalenten-Scale ist die von mir berechnete und bei Meyer in Braunschweig 1830 erschienene.

Hat man das die Scale enthaltende Blatt auf irgend eine angemessene Weise ausgespannt vor sich liegen: so findet man auf den ersten Blick dasselbe der Länge nach in mehrere Colonnen abgetheilt. Die von diesen in der Mitte liegende ähnelt einem Maſsstabe und ist die eigentliche Scale, welche von den ihr zu beiden Seiten befindlichen Colonnen losgetrennt und zwischen ihnen frei und beliebig muſs hin und her bewegt werden können. In jeder der von ihr zu beiden Seiten liegende Colonne befinden sich die Signaturen derjenigen Substanzen, welche unter die durch die Ueberschrift angegebene Rubrik gehören. Demzufolge stehen in den beiden Spalten der ersten Colonne, von der Linken an gezählt, die die sogenannten Elemente oder unzerlegten Substanzen bedeutenden Zeichen; in den drei Spalten der zweiten Colonne stehen die Signaturen der chemischen Verbindungen erster Ordnung u. s. w., wie es die Ueberschriften der Folgenden besagen.

Die hier gebrauchten Signaturen sind die sogenannten chemischen Formeln von Berzelius; ihre möglichst kürzeste Erklärung findet man in Tafel

XXVIII. unter den Rubriken „Namen" und „stöchiometrische Signaturen der einfachen und zusammengesetzten Substanzen."

Um die Antwort auf jede Frage, welche man mittelst dieser Scale zu lösen vermag, herauszubringen, hat man nie etwas anderes zu thun, als den mittleren eingetheilten *Streifen* um die erforderliche Weite zu *verschieben* und dann zu einer oder *mehreren* Signaturen die damit in derselben Horizontallinie auf dem Schieber stehende Zahlen abzulesen; oder umgekehrt, zu solchen Zahlen gewisse mit ihnen auf derselben Horizontallinie stehende Signaturen aufzusuchen und zu beachten. Auf diese Art findet man sehr leicht die Auflösung folgender Aufgaben.

1) Findet man, in welchen Verhältnissen *sich* sowohl einfache als zusammengesetzte Substanzen unter einander verbinden. Man will z. B. wissen, in welchen Verhältnissen überhaupt sich Schwefel mit Blei, oder Schwefel mit Sauerstoff, oder Blei mit Sauerstoff, oder Sauerstoff mit Wasserstoff verbinden; oder nach welchen Verhältnissen Kali und Schwefelsäure, oder Schwefelsäure und Eisenoxydul, oder Essigsäure und Ammoniak oder umgekehrt u. s. w. zusammentreten; oder man will wissen z. B. wieviel Schwefel sich mit Einem Gewichtstheile oder mit irgend einer gegebenen oder beliebigen Menge *Blei*; oder umgekehrt, wieviel Blei sich mit *Einem* Theile oder mit einer gegebenen Menge Schwefel verbindet; oder wieviel Sauerstoff sich mit einer gegebenen Menge Blei oder Schwefel, oder umgekehrt u. s. w. oder wieviel Eisenoxyd, oder Kali, oder Ammoniak sich mit einer gegebenen Menge Schwefelsäure oder Salpetersäure oder Essigsäure verbindet, oder umgekehrt u. s. w.

2) Kann man die quantitativen Mischungsverhältnisse zusammengesetzter Substanzen hinsichtlich ihrer näheren, entfernteren und entferntesten Bestandtheile finden. Man will z. B. wissen, entweder überhaupt, in welchem quantitativen Mischungsverhältnisse aus den Bestandtheilen zusammengesetzt ist: Wasser, Phosphorsäure, Schwefelblei, Bleioxyd, schwefelsaures Natron, salpetersaurer Baryt, krystallisirtes Glaubersalz u. s. w.; oder wieviel von jedem Bestandtheile gerade in einer gegebenen Menge irgend einer zusammengesetzten Substanz enthalten ist. Z. B. wieviel Sauerstoff und wieviel Kohlenstoff sind gerade in 1 oder in 2 Theilen, oder in irgend einer bestimmten Menge Kohlensäure; wieviel Schwefelsäure und wieviel Baryt gerade in 1 oder in irgend einer beliebigen Anzahl Theile schwefelsauren Baryts; wieviel Schwefel und wieviel Sauerstoff und wieviel Baryum und wieviel Sauerstoff ist gerade in jenen gefundenen Mengen Schwefelsäure und Baryts, also auch in jener gegebenen Menge schwefelsauren Baryts enthalten u. s. w.?

3) Findet man für jedes Quantum irgend einer Substanz die ihm äquivalenten Mengen anderer Substanzen.

Wieviel Chlor ist z. B. erforderlich, um den Sauerstoffgehalt irgend einer bestimmten Menge Bleioxyds zu vertreten? wieviel Schwefelsäure ist nöthig, um den Salz- oder Salpetersäuregehalt einer bestimmten Quantität Kochsalzes oder Salpeters zu ersetzen? wieviel Kalk ist erforderlich, um den Ammoniakgehalt einer gewissen Menge Salmiak zu ersetzen? wieviel Kupferoxyd, um den Silberoxydgehalt einer gegebenen Menge salpetersauren Silberoxydes zu vertreten u. s. w.?

4) Läſst sich das Quantum einer einfachen oder

zusammengesetzten Substanz finden, welches erfordert wird, um eine bestimmte Menge einer anderen zusammengesetzten Substanz nach einfacher oder doppelter Wahlverwandschaft zu zersetzen.

Wieviel Zink ist erforderlich, um eine bestimmte Menge Bleizucker, oder eine salpetersaure Silber-, Kupfer- oder *Quecksilbersolution* zu zersetzen? Wieviel kohlensaures Natron ist anzuwenden, um eine bestimmte Menge Eisenvitriol zu zersetzen? Wieviel Schwefelsäure ist erforderlich, um eine gegebene Menge phosphorsauren Kalks zu zersezzen? Wieviel salzsauren Baryts ist nöthig, um eine gegebene Quantität schwefelsauren Natrons zu zersetzen?

Wie nun alle dergleichen Aufgaben *mittelst* der verschiebbaren pharmazeutisch-chemischen Aequivalentenscale wirklich aufgelöst werden, soll, der Sicherheit wegen, dafs alle etwa noch vorhandene Zweifel verbannt werden, für jeden Hauptfall durch einige völlig auszuführende specielle Beispiele erläutert werden.

Erster Fall.

A. Nach welchem Verhältnisse verbindet sich irgend eine Substanz mit einer andern?

Um diese Aufgabe zu lösen, ist es nicht nöthig, den Schieber aus seiner ursprünglichen Lage zu verrücken. Man sucht die Signaturen *der* gegebenen Substanzen auf in den Colonnen, welche man hinsichtlich ihrer chemischen Einfachheit, oder des Grades ihrer chemischen Zusammensetzung, als die ihnen zukommenden anerkennt. Man lese nun die mit diesen Signaturen auf denselben Horizontallinien auf dem Schieber stehenden Zahlen ab: so sind diese die Zahlen des Verhältnisses, in welchem jene Substanzen sich verbinden.

a) In welchem Verhältnisse verbindet sich das Blei mit dem Schwefel?

Beide Substanzen sind einfache, also in der ersten Colonne zu suchen. In dieser findet man für das Blei die Signatur Pb und mit dieser auf derselben Horizontallinie auf dem (unverrückten) Schieber die Zahl 104; ferner für den Schwefel die Signatur S, und auf derselben Horizontallinie mit derselben auf dem Schieber die Zahl 16.

Man hat also

$$Pb : S = 104 : 16$$

d. h. 104 Theile Blei verbinden sich mit 16 Theilen Schwefel.

b) In welchem Verhältnisse verbinden sich Kali und Schwefelsäure?

Beide Substanzen sind Verbindungen erster Ordnung, also in der zweiten Colonne zu suchen. Man findet für das Kali die Signatur Ka + O, und die Zahl 47,2; für die Schwefelsäure findet sich die Signatur S + 3O und auf Linie mit ihr die Zahl 40. Also hat man

$$Ka + O : S + 3O = 47,2 : 40.$$

B. Wieviel Schwefel verbindet sich mit irgend einer bestimmten Menge Blei?

Um diese Aufgabe zu lösen, ist es nöthig, darauf zu sehen, ob die gegebene Zahl des Blei's auf dem Schieber in derselben Horizontallinie mit der Signatur des Blei's stehe, ist solches nicht der Fall: so muſs man es durch Hinauf- oder Herabbewegen des Schiebers genau zu bewerkstelligen suchen. Ist dieses geschehen: so liest man nun die mit dem Schwefel jetzt auf Linie stehende Zahl ab — und diese ist die gesuchte Antwort. Was vom Schwefel und dem Blei gilt in dieser Hinsicht, gilt auch von allen andern Substanzen.

a) Wieviel Schwefel verbindet sich mit 211 Theilen Blei?

Man bewegt den Schieber so lange aufwärts, bis genau die Zahl 211 des Schiebers mit der Signatur Pb correspondirt, dann findet man bei der Signatur S auf der bis zum Schieber sich verlängert gedachten Linie die Zahl 32,46 — und diese ist die gesuchte Antwort.

Man hat also 211 Blei : 32,46 Schwefel.

b) Wieviel Kali verbindet sich mit 100 Theilen Salpetersäure?

Man lege 100 (des Schiebers) an die Signatur der Salpetersäure, also an N + 5O: so findet man auf Linie mit der Signatur Ka + O auf dem Schieber die verlangte Antwort in der Zahl 87,4.

Man hat also 100 Salpetersäure : 87,4 Kali.

Zweiter Fall.

A. Welches ist das Mischungsverhältniſs irgend einer zusammengesetzten Substanz, hinsichtlich ihrer nähern, entferntern und entferntesten Bestandtheile?

Um diese Aufgabe zu lösen ist es nicht nothwendig den Schieber aus seiner ursprünglichen Lage zu verrücken. Man liest die mit den Substanzen, welche die nähern, entferntern und entferntesten Bestandtheile ausmachen, auf Linie befindlichen Zahlen ab: so sind diese die verlangte Antwort.

a) Welches ist das quantitative Mischungsverhältniſs des Chlorsilbers?

Hier sind Chlor und Silber zugleich die nächsten und entferntesten Bestandtheile. Man sucht deren Signaturen und die damit auf denselben Linien stehenden Zahlen auf. Man findet für das Silber die Signatur Ag und die Zahl 108, für das

Chlor die Signatur Ch und die Zahl 35,4; unter diesen Umständen findet sich bei der Signatur des Chlorsilbers Ag + Ch auf dem Schieber die Zahl 143,4.

Man hat also

143 Chlorsilber = 108 Silber + 35,4 Chlor.

b) Welches ist das Mischungsverhältniſs des kleesauren Baryts?

Hier sind die nächsten Bestandtheile kleesaures Baryt und Wasser, die entfernteren: Kleesäure, Baryt und Wasser; die entferntesten: die Elemente der Kleesäure, als Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff; die Elemente des Baryts, als Baryum und Sauerstoff und die Elemente des Wassers, als Wasserstoff und Sauerstoff. Bei der Signatur der Kleesäure 2 C + $\frac{1}{12}$ H + 3 O findet man die Zahl 36,08; bei der Signatur des Baryts Ba + O die Zahl 76,6; bei der Signatur des Wassers H + O die Zahl 9. Bei der Signatur des kleesauren Baryts findet man die Zahl 121,66.

Man hat also für das quantitative Mischungsverhältniſs von 121,66 kleesauren Baryts hinsichtlich dessen entfernteren Bestandtheilen gefunden, daſs 121,66 kleesauren Baryts = 36,08 Kleesäure, 76,6 Baryt und 9 Wasser. Ebenso findet man nun bei den Signaturen der Elemente die Zahlen, welche das quantitative Mischungsverhältniſs der entferntesten Bestandtheile des kleesauren Baryts anzeigen.

B. Welches ist das quantitative Mischungsverhältniſs irgend einer bestimmten Menge einer zusammengesetzten Substanz hinsichtlich ihrer nähern, entferntern und entferntesten Bestandtheile?

Um diese Aufgabe aufzulösen, verfährt man, sobald die Zahl des Schiebers, welche die gegebene Menge der zusammengesetzten Substanz ausdrückt,

genau mit der Signatur der in Rede stehenden Substanz correspondirt (was nöthigen Falls durch Verschieben bewirkt werden mufs), ebenso wie in A.

Dritter Fall.

Welche Menge Salpetersäure ist 142 Theilen Schwefelsäure äquivalent?

Man stelle die Zahl des Schiebers 142 in Horizontallinie mit der Signatur der Schwefelsäure und lese dann die, mit der Signatur der Salpetersäure in Linie stehende Zahl ab — diese ist die verlangte Antwort.

Was von der Salpetersäure und Schwefelsäure gilt in dieser Hinsicht, das gilt auch von allen übrigen Substanzen.

Vierter Fall.

Welches ist das Quantum einer einfachen oder zusammengesetzten Substanz, welches erforderlich ist, um eine bestimmte Menge einer andern zusammengesetzten Sustanz nach einfacher oder doppelter Wahlverwandtschaft zu zersetzen?

Die Auflösung dieser Aufgabe wird ganz kurz und leicht so erreicht, dafs man diejenige Zahl des Schiebers, welche der vorgeschriebenen Menge der zu zersetzenden Substanz entspricht, mit der Signatur der eben genannten Substanz in Linie stellt und alsdann die Zahl abliest, welche auf dem Schieber, mit der zur Zersetzung anzuwendenden einfachen oder zusammengesetzten Substanz, auf derselben Horizontallinie steht: denn diese Zahl drückt die nöthige Menge, nach welcher gefragt wurde, aus.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Es ist die Anzahl der speciellen Aufgaben, welche jenen bereits angeführten Hauptfällen angehören, der Natur der Sache nach, unendlich grofs. Eben so grofs ist die Anzahl specieller Aufgaben, welche unter die hier angeführten Hauptfälle nicht gebracht werden können, sondern noch andern zugehören, auf welche man beim Einüben der bisherigen von selbst aufmerksam wird gemacht werden und welche ich deshalb hier noch durchzugehen für überflüssig halte.

In jedem besondern Falle, welchen man überhaupt mittelst der verschiebbaren pharmazeutisch-chemischen Aepuivalenten-Scale zu lösen vermag, erreicht man, wie schon bemerkt, und wie das Bisherige zur Genüge gezeigt haben wird, seinen Zweck leicht und momentan. Es ist also der grofse Nutzen, welchen gut eingerichtete Scalen in Rede stehender Art, z. B. bei Darstellung, Zusammenbringung (Zusammenmengung und Mischung), bei Zersetzungen und Prüfungen chemischer Präparate oder Verbindungen, also überhaupt bei allen synthetischen und analytischen chemischen Operationen haben, gar nicht zu verkennen.

N

Bei dem Verleger dieses ist erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Stratingh (Med. et Phil. D., Prof. der Chemie in Groningen, vieler gelehrten Gesellschaften Mitgl.), über die Bereitung, Verbindungen u. Anwendung d. Chlors in Hinsicht auf Chemie, Medicin, Technologie und Oekonomie. Ein Handbuch für Aerzte, Chemiker, Fabrikanten, Oekonomen u. Apotheker. Aus dem Holländischen frei übersetzt, mit Benutzung des neuesten Werkes v. Chevalier und mit Zusätzen verm. von D. Caj. G. Kaiser, Prof. der Chemie in Landshut. Mit 38 Abbild. auf 6 lithograph. Tafeln. 8. 1½ Rthl. od. 2 fl. 42 kr. (Bereits sehr günstig beurtheilt in Nr. 101 der Handlungszeitung 1829.)

Der durch seine gründliche Gelehrsamkeit und klare Darstellungsgabe berühmte holländische Verf. hat in diesem Werke alles sorgfältig gesammelt, was auf die Bereitung des Chlors und seine Verbindungen sowohl im Großen als im Kleinen und auf seine Anwendung im öffentlichen Leben Bezug hat. Bei der großen Genauigkeit, womit dieser Gegenstand hier behandelt ist, möchte obiges Buch Aerzten und Apothekern um so unentbehrlicher seyn, als das Chlor und seine Verbindungen zu den wirksamsten Arzneikörpern gehören. Aber auch dem Polizeibeamten, Bergmann, Techniker und Oekonomen ist es nothwendig, indem es genau angibt, wie man ungesunde, übelriechende, angesteckte, längere Zeit unbewohnt gewesene Plätze 2c. damit schnell und einfach reiniget, — wie man es mit größtem Vortheil und bestem Erfolg zum Bleichen der Leinewand, Baumwolle, des Wachses, Papiers 2c. gebraucht, desgl. zum Luftreinigen in Ställen bei Viehseuchen und zur Heilung mehrerer Thierkrankheiten, zur Wiederbelebung und Beförderung der Keimungskraft in den Samen, zu Jahre langer Aufbewahrung der Eier 2c. Die Bereitungsarten sind durch anschauliche Zeichnungen deutlich gemacht und der im Fache der Chemie so gelehrte Herr Uebersetzer hat fast nichts wiedergegeben, was er nicht durch eigne mühsame Versuche bestätigt gefunden und außerdem noch das Original durch eigne reiche Erfahrungen und Studien wesentlich bereichert.

(Zugleich wird bemerkt, daß man auf portofreie Briefe den Chlorkalk zu den billigsten Preisen vorzüglich haben kann: auf der Großherzoglich privilegirten Chlorkalkfabrik zu Ilmenau.)

C. F. G. Moldenhawer, (Doctor und Apotheker zu Frankfurt a. d. O.), chemische Reagentien oder: wie prüft man einen Körper auf Verfälschungen u. benutzt ihn, chemisch rein, selbst wieder als Reagens. Ein Handbuch zum Gebrauch für Physiker, Apotheker und Droguisten. gr. 8. ¾ Rthl. od. 1 fl. 21 kr.

D. H. Leng, Handwörterbuch der Chemie nach den neuesten Theorien und nach ihrer prakt. Anwendung auf Künste, Gewerbe u. Fabriken, so wie auf Pharmacie, Medizin ꝛc. Mit Hinsicht auf Naturwissenschaften und allgemeine Waarenkunde. Nach Brismontier, Le Coq et Boisduval bearb. u. mit den neuesten Entdeckungen, ingleichen mit der lat., franz. und engl. Nomenclatur. 8. 2 Rthl. oder 3 fl. 36 kr. (Die Handelsztg. 1828. Nr. 125. rühmt die große Brauchbarkeit dieses Wörterbuchs bei aller seiner Gedrängtheit. Becks Repert. 1829. I. 2. sagt: so viele und so große chemische Wörterbücher wir auch besitzen, so wird dieses doch besonders brauchbar seyn, lobt auch den zweckmäßigen Druck. Die Leipz. Litztg. 1829. Nr. 325 sagt: „Dieses Wörterbuch gehört zu den bessern Erzeugnissen neuerer Zeit.“ Die Hall. Litztg. 1829. Nr. 35: Die Verfasser und der Uebersetzer dieses Wörterbuchs haben Alles gethan, um bei der Kürze dieses Wörterbuchs die wichtigsten Gegenstände mit Deutlichkeit zu behandeln, und es besonders durch Beifügung der engl., franz. und lateinischen Nomenclatur gemeinnützig gemacht. Hiervon sagen die Medizin. Annalen 1830: Dieses compendiäre Werk ist höchst zeitgemäß. In dieser Uebersetzung wird es aber um so nützlicher seyn, da es durch mancherlei Beifügungen wesentlich gewonnen hat. Da der Druck äußerst gedrängt ist, so enthält es weit mehr, als man von der Bogenzahl erwarten kann.

Der Einfluß der Chemie auf fast alle Künste und Gewerbe, auf Fabrikation der wichtigsten Handelsgegenstände, auf Naturwissenschaften, Pharmacie und Medizin in allen ihren Zweigen, ist durch die Erweiterung der Theorie und durch die glänzenden Fortschritte der Praxis in den neuesten Zeiten so bedeutend geworden, daß ein Werk, welches in gedrängter Kürze unter beständiger Nachweisung auf ausführlichere theoret. und prakt. Schriften das Wissenswürdigste derselben in alphabet. Ordnung leichtfaßlich dargestellt enthält, nicht nur insbesondere die Beachtung eines Jeden verdient, der irgend eine Kunst, ein Gewerbe, überhaupt einen Zweig der Industrie mehr als handwerksmäßig und auf die einträglichste Weise betreiben will, sondern auch im Allgemeinen eines jeden Mannes, der auf wis-

senschaftliche Bildung Anspruch macht. Ein compendiöses, in einem Bande zusammengedrängtes und dabei möglichst vollständiges Wörterbuch der Chemie mangelte bis jetzt unserer Literatur und diesem Mangel hat der durch seine Jahrbücher der Erfindungen rühmlich bekannte Herausgeber durch obiges gemeinnützige Werk abzuhelfen versucht, wobei ihn vor allen der Wunsch geleitet hat, durch Verbreitung der Kenntnisse einer der interessantesten Wissenschaften, deren prakt. Anwendung die reichsten Quellen des Wohlstands eröffnet, seinen Landsleuten nützlich zu werden.

D. H. Leng, vollständige Darstellung der verschiedenen in Deutschland, Frankreich und England gebräuchlichen Methoden der vortheilhaftesten Gewinnung des Holzessigs als Haupt- und Nebenprodukt bei der Verkohlung des Holzes, nebst ausführlicher Anweisung, den Holzessig durch das bewährteste Reinigungsverfahren in die stärkste Essigsäure zu verwandeln und eine genaue Angabe der verschiedenartigen Verwendungen, deren er im rohen wie im gereinigten Zustand in Künsten und Gewerben, wie in der Arzneikunde und Hauswirthschaft fähig ist. 8. ½ Rthl. od. 54 kr. (Aeußerst belobt und gerühmt in der Handelsztg. 1829. Nr. 42. Becks Rep. 1829. II. 5. sagt: „die lobenswerthe gut ausgeführte Absicht des schon rühmlich bekannten Verf. ist durch seine gut zusammengetragene Schrift in sonst armen, aber holzreichen Gegenden einen neuen einträglichen Gewerbszweig zu begründen und seine Belehrungen hierüber sind sehr anregend.")

Der patriotische Hr. Verf. hat den gemeinnützigen Zweck, seine Landsleute nicht nur auf den bedeutenden Ertrag des Holzessiggewinns bei der Verkohlung, den sich die Ausländer längst zu Nutz machten, aufmerksam zu machen, sondern zugleich eine richtige und bewährte Anweisung dazu mitzutheilen. Nach ihr verschafft sich der arme Köhler die größten Vortheile, indem er seine Kohlen verbessert und Holzessig gewinnt und dem reichern Speculanten zeigt sie die Mittel, einträgliche Essigfabriken im Großen anzulegen und damit seine Hüttenwerke zu verbinden. Die beigefügten Ertragsberechnungen werden wohl Jeden überzeugen, daß der bisher so unbenutzt verflogene Meilerdampf für arme Waldgegenden eine sehr reiche Nahrungsquelle werden kann und die größte Beachtung verdient, obgleich sie bisher so sehr vernachlässigt war, denn man bedenke, daß nach der Verschiedenheit der Holzgattung jede Klafter so viele Essigsäure als 2254 bis 5941 Pfund guter Essig enthält!!

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weinholz, Wilhelm

Handbuch der pharmazeutisch-mathematischen Physik und Chemie Zum Selbststudium für anagehende Aerzte und Apotheker ; Nebst einer verschiebbaren chemischen Aequivalenten-Scale und 28 tabellarischen Uebersichten, sämmtlich mit den nöthigen Erläuterungen ... versehen

Ilenau 1832

M.med. 1083 t
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10289100-5